IMPERIAL MYCOLOGICAL
9 JULY 1936
INSTITUTE

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

COMISIÓN ESPECIAL DE LOS «ANALES»

Matemáticas

Ingeniero y doctor Claro C. Dassen

Física

Doctor Ramón G. Loyarte

Química

Doctor Horacio Damianovich

Ciencias Naturales

Doctor Franco Pastore

Ciencias Geográficas

Profesor Juan W. Gez

Higiene e Ingeniería sanitaria

Doctor Nicolás Lozano
Ingeniero Antonio Paitoví

Ciencia de la Educación

Profesor Víctor Mercante

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTÍFICA

ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

DIRECTOR : CLARO C. DASSEN

TOMO CXII

Segundo semestre de 1931

BUENOS AIRES
IMPRENTA Y CASA EDITORA « CONI »
684 — CALLE PERÚ — 684

1931

ESFÉGIDOS ARGENTINOS DEL GÉNERO « SPHEX »

CON LA

DESCRIPCIÓN DE UNA NUEVA ESPECIE DE ESFÉGIDO TUCURICIDA

Por JOSÉ LIEBERMANN
Doctor en Ciencias naturales (Esp. Zoología)

RÉSUMÉ

Sphégidés argentins du genre « Sphex », et description d'une nouvelle espèce de sphégidé « tucuricide ». — L'auteur commence, avec le présent travail, l'étude jusqu'à présent un peu négligée par les zoologues argentins, d'un intéressant groupe d'hyménoptères. Et, en effet, sauf quelques travaux de Burmeister, de Brèthes et de Lynch Arribálzaga, les sphégidés, ne figurent pas dans la bibliographie argentine. Le présent travail est de systématique et de biologie; il comporte des conclusions scientifiques essentielles. On trouve, au premier chapitre, la résolution d'un problème aussi vieux qu'embrouillé : on y établit l'espèce genotypique de *Sphex*, ce qui détruit le critérium de T. H. Fernald qui la considérait *Ammophila sabulosa*, tandis que, d'après l'auteur, il s'agit de *Sphex fossoria*. Se rapportant ensuite aux Sphégides en général, il examine les étranges mœurs de plusieurs espèces, et établit une classification originale de la famille en ses trois genres : *Sphex*, *Ammophila* et *Sceliphron*. Il fait, plus loin, une révision des 28 espèces argentines de Sphégides du genre *Sphex*, énonçant la bibliographie argentine et étrangère, ainsi qu'une brève description de chaque espèce, terminant par une détermination des sous-genres de *Sphex*, soient: *Chlorion*, *Sphex*, *Harpactopsus*, *Pseudosphex* et *Isodontia*; chacun avec leurs correspondantes espèces. Vient ensuite la description d'une nouvelle espèce de Sphégide du sous-genre *Harpactopus* avec leurs caractéristiques spécifiques, et la comparaison avec les espèces qui lui sont proches. On n'avait jusqu'à présent décrit aucune espèce de sphégidé ennemie de la « tucura » *Trigonophnmus arrogans* Stal ; celle que décrit l'auteur vit aux dépends de cet acridioidé. Le dernier chapitre contient une description de la biologie et de l'évolution du *Sphex (Harpactopus) Caridei*, trouvé au cours d'un voyage d'étude dans la ferme « La Flora », département de Guamini, de la province de Buenos Aires. Les mœurs y sont décrites d'une façon très détaillée. L'évolution de *Sphex Caridei* serait : œuf, quelques semaines; larve, quelques semaines ; nimphe, près de neuf mois ; adulte, près de trois mois. L'auteur résout aussi, positivement, l'existance de *Sphex Thomae* Fab. dans l'Argentine. Il s'agit en somme, d'une contribution aux problèmes de la lutte biologique, sur l'étude desquels l'auteur a, depuis plusieurs années, concentrés ses efforts.

I

DETERMINACIÓN DEL GENOTIPO DE «SPHEX»

Antes de entrar a referirme a las generalidades de los *Sphegidae* deseo aclarar un problema al que los autores no han concedido la trascendencia que tiene para la mejor claridad de la Sistemática. Se trata de la determinación genotípica de *Sphex,* problema no resuelto hasta hoy, puesto que la última modificación de T. H. Fernald en sus obras citadas, estableciendo a *Sphex sabulosa,* hoy *Ammophila sabulosa,* como genotipo y reemplazando el género típico de *Sphex* por *Chlorion,* que es el más antiguo de todos los géneros derivados, colocando a *Ammophila* como sinónimo de *Sphex,* y a las especies de ese género en la subfamilia *Spheginae,* no ha sido seguida por nadie. Hay, pues, una verdadera confusión en el problema, que trato de aclarar.

El asunto empieza desde la primera publicación de Linneo, en su *Systema naturae,* décima edición.

Me guío, para todas mis deduciones, por el Código de nomenclatura, y aunque Fernald dice que su genotipo no podrá ser modificado, creo que esto se podría aceptar en el caso de haber seguido estrictamente las leyes del Código, lo que en realidad no hizo.

Se trata de aclarar el concepto linneano de *Sphex* y buscarle una especie tipo que nos determine concretamente lo que el sabio naturalista entendía por *Sphex.*

El género *Sphex* ha sido establecido por Linneo en *Systema naturae* (10ª edición, I, pág. 569, 1758) con veinticinco especies colocadas en dos grupos y que hoy están distribuídas entre los *Sphecoidea.*

El primero de ellos, con el título de *Abdominae petiolato, petiolo elongato,* incluía a las primeras nueve especies, una de las cuales ha elegido Fernald como especie tipo de *Sphex,* que es *S. sabulosa.* Pronto veremos las razones que existen para que esta designación no sea válida ni pueda subsistir, porque no hay ninguna razón que la apoye: *Ammophila sabulosa* no puede ser especie típica de *Sphex.*

El segundo grupo, con el encabezamiento de *Abdominae subssesili* contenía las dieciseis especies restantes, entre las cuales debemos buscar la especie típica de *Sphex,* puesto que no puede estar entre las que tienen *petiolo elongato,* característico de las *Ammophilinae.*

Linneo no designó, entre las veinticinco especies, ninguna genotípica, ni describió unas más que otras; no habiendo, por lo tanto (art.

30, I, *a)*, designación de tipo por selección original, pudiendo por consiguiente cualquier autor (art. 30, II, *g)* elegir el tipo, designación que no está sujeta a cambios *cuando el autor ha interpretado estrictamente las leyes del Código.* Es lo que se llama designación de tipo por selección subsiguiente.

Véamos ahora lo que pasó con las especies originales de Linneo, y a cuál de ellas podemos designar como genotipo de *Sphex.*

Una vez publicada la obra de Linneo, los autores subsiguientes empezaron a substraerle especies y a agregarle otras, de tal manera, que a los pocos años no quedó en *Sphex* ninguna especie original de Linneo, que pasaron a otros géneros nuevos, de los cuales el primero fué *Chlorion.*

De manera que *Sphex* contenía — y contiene — un grupo de insectos totalmente distintos a los que Linneo había colocado en él.

Esto se debe a la designación, bastante vaga, que hizo el autor de su género, en cuyas características cabían muchos otros insectos cercanos y que contenía también a los *Ichneumonidae, Pompilidae, Chrysididae* y *Crabronidae.* De manera que lo interesante no es dar a los *Sphegidae* el carácter que Linneo les dió, porque no lo hizo, sino establecer cuál puede ser la especie típica del grupo, que sin duda coincidirá con todos los *Sphecoidea* actuales, pero será característica del género *Sphex,* que es el género típico de la familia. *Ammophila sabulosa,* por sus caracteres y por la semejanza de su nombre genérico y y específico, debe ser especie típica de *Ammophilinae* solamente.

Ya Kohl en 1890, en su célebre monografía sobre los esfégidos del globo (pág. 115), designó como especie genotípica de *Sphex,* al *S. maxillosus* Fabr., designación ya destruida por los argumentos de Fernald, basado en el artículo 30, II, *e, z,* que establece la imposibilidad de ser designada como especie tipo aquella que no figura entre las especies originales del autor, como en el caso, puesto que Linneo no conoció ni describió el *S. maxillosus.*

De las veinticinco especies de Linneo, siete son exóticas para el autor; de manera que no puede buscarse entre ellas el genotipo, aunque varias de ellas subsisten todavía, en la obra de Kohl, en *Sphex: S. ferrens India; S. ichneumoneum,* América del Sur y *S. phyladelphicus,* América del Norte.

Quedan dieciocho especies. El orden numérico, ni el de la página, se toma en cuenta en Linneo. De ellas, excepto las tres citadas, no hay otras especies en *Sphex.*

Quiero decir con esto que aquí no es posible designar el genotipo

por *eliminación,* tal como lo hizo Fernald en 1905, puesto que ni en aquel año había ya especies linneanas en *Sphex* que no fueran exóticas, ni *S. sabulosa* fué la última en ser eliminada, porque aún hoy existen algunas.

Además, Fernald se apoya en otro argumento sin consistencia al decir que Blumenbach, en su *Handbuch der Naturgeschichte,* al dar descripciones y ejemplos de varios géneros, cita en *Sphex* a *sabulosa.* No hay que olvidar que para otro género cita también una sola especie, sin que sean siempre las especies típicas del género.

Nadie considera hoy a *Ammophila* como sinónimo de *Sphex,* sino que es un género con muchas especies propias.

Nadie ha seguido las indicaciones de Fernald, con las modificaciones que crea la aceptación de *A. sabulosa* como especie típica de *Sphex.*

Ni el Código, ni la opinión de los naturalistas, concuerdan con la idea de Fernald, aunque es en parte aceptable.

La clasificación que existía antes de Fernald, y que se sigue aceptando hoy, es la siguiente :

Sphegidae ....
- *Spheginae* *Sphex*
  - *Chlorion.*
  - *Sphex.*
  - *Harpactopus.*
  - *Isodontia.*
- *Ammophilinae*
  - *Ammophila.*
  - *Psammophila.*
- *Sceliphroninae.*

Fernald proponía lo siguiente :

Sphegidae ....
- *Chlorioninae* *Chlorion*
  - *Chlorion.*
  - *Proterosphex.*
  - *Harpoctopus.*
  - *Isodontia.*
- *Spheginae*
  - *Sphex.*
  - *Psammophila.*
- *Sceliphroninae.*

Esto significa que los *Spheginae* pasan a *Chlorioninae,* con *Chlorion* como género típico y conteniendo los subgéneros de *Spheginae,* reemplazando a *Sphex* con *Proterosphex.*

Ammophilinae sería entonces sinónimo de *Spheginae* y así se llamaría la segunda subfamilia, con los géneros *Sphex* y *Psammophila* y

todas las especies anteriores de *Ammophilinae*. La tercera subfamilia, *Sceliphroninae* ha permanecido siempre libre y separada.

Esta modificación parece lógica, pero ningún autor, desde 1905, la ha aceptado.

Ahora, en cuanto a la especie típica de *Sphex*, propongo que sea *S. fossoria* I, que el autor coloca en el grupo de los *abdominae subssesili*, que es más típico para *Sphex* que *petiolo elongato*, puesto que para este carácter concuerdan mejor las especies de *Ammophila* y *Sceliphron*, que tienen el pecíolo abdominal mucho más largo que los *Sphex*.

Me baso en las siguientes razones:

El artículo 30, I, *b*, del Código citado, dice: «Si en la publicación original de un género se empleara el nombre *typicus* o *typus* como nombre específico nuevo de alguna de sus especies, esta denominación tiene el valor de *tipo por selección original*».

En nuestro caso, el *Sphex fossoria* no lleva ese nombre; pero no debemos olvidar que la principal característica biológica del grupo de himenópteros que tratamos es la de ser cavadores, es decir *fossoria*, equivaliendo esta designación a *típico*, porque expresa un carácter típico del grupo.

En apoyo de esta tesis están las opiniones 16 y 33 de la Comisión internacional de nomenclatura zoológica, de la Smithsonian Institution de Washington.

También me baso en el artículo 30, III, *i*, del Código internacional, donde se señala con más claridad la razón para designar especie genotípica de *Sphex* a *S. fossoria* L., porque dice en parte que «*podrá designarse especie típica a la que lleve como nombre específico, ya sea válido o sinónimo, un nombre que sea virtualmente igual al genérico o del mismo origen o idéntica significación, debiendo dársele siempre preferencia*».

De manera que, por *tautonimia virtual*, *Sphex fossoria* L. es la especie genotípica de *Sphex*.

Se puede agregar las siguientes razones:

Es una especie no exótica para el autor (art. 30, III, *j*).

Es una designación común para todos los *Sphex* (art. 30, III, *m*).

II

ESFÉGIDOS DEL GÉNERO «SPHEX»

Consecuente con lo dicho en el primer capítulo de esta obra, la familia de los *Sphegidae* se devide hoy en tres géneros, entre los que

caben cómodamente todas las especies incluídas modernamente en el grupo: *Sphex, Ammophila* y *Sceliphron,* con características inconfundibles, como se verá en el cuadro final. Grupo de himenópteros de casi universal distribución, los *Sphegidae* son de gran interés biológico, habiendo llamado siempre la atención por sus extrañas costumbres. Se encuentran en todas las regiones zoogeográficas, excepto, es claro, en la ártica y la antártica, abundando en individuos y en especies en las zonas cálidas de la tierra, y especialmente en la región neotropical. El calor del sol les infunde una actividad extraordinaria. En el hemisferio norte avanzan hasta los 50° de latitud, y lo mismo en el sur. Esta distribución universal pone en evidencia su antigüedad. En 1890, cuando apareció la célebre obra de Kohl, se conocían ya 120 especies, y hoy su número llega a cerca de 200, de las cuales más de la mitad son americanas. Es una familia que ha sido muy estudiada en otros paises. En el nuestro hay solamente algo de Sistemática, habiéndose ocupado de ella pocos autores, que no citaré aquí porque se encuentran en la bibliografía final. Nadie ha hecho, hasta hoy su estudio completo, por lo cual sólo su parte se encuentran clasificadas las colecciones de nuestros museos de historia natural. En esta obra hago la revisión de los *Sphegidae* argentinos del género *Sphex,* esperando hacerlo luego con los de *Ammophila* y *Sceliphron.*

Para mi estudio, además de la bibliografía que cito, he revisado las colecciones del Museo de Historia Natural de La Plata y de Buenos Aires.

En algunos museos del extranjero se encuentran colecciones de *Sphegidae* argentinos, cuya descripción está en las obras que cito en la parte final.

Como autores argentinos que estudiaron los *Sphegidae* del país, conozco solamente a Burmeister, con un trabajo muy rudimentario; a Lynch Arribálzaga, con otro un poco superior, y a Brèthes, con trabajos de Sistemática. El doctor Conil también ha publicado una nota interesante sobre una nueva especie de *Sphex* que resultó luego la ya conocida *S. striatus,* Smith.

Los esfégidos, como asimismo otras familias de los *Sphecoidea,* son en extremo interesantes desde el punto de vista de sus costumbres y su preocupación por la prole. No me detendré a analizar la enorme cantidad de observaciones acerca de las especies conocidas, porque esto sería salir del tema de este trabajo. El problema de la paralización de las víctimas de los esfégidos no está definitivamente resuelto,

a pesar de todas las observaciones acerca de los procedimientos utilizados, desde el primitivo de la *Monedula punctata* hasta el procedimiento maravilloso de varios esfégidos actuales, que llegan a herir a sus presas en los ganglios principales y las paralizan sin matarlas. Hay trabajos interesantisimos de Ferton, Fabre, Peckham, Rabaud, Bouvier y otros. Es una evolución admirable de procedimientos, especialmente en las familias de los esfégidos y de los euménidos, cuyos representantes han llegado a un grado de vida superior.

Hasta Darwin, en su *Viaje de un naturalista alrededor del mundo,* se refiere a las costumbres de los *Sphegidae.* La mayor parte de los autores coinciden al decir que los esfégidos abren sus habitaciones en la tierra, en las cuales, después de colocada la presa, depositan sus huevos. No son sociables, y la mayoría son útiles porque destruyen insectos peligrosos y arañas, aunque su proporción reproductiva no llega a hacer de ellos enemigos naturales capaces de exterminar la especie que les sirve de alimento.

En la provincia de Mendoza, donde los esfégidos abundan, la población admira y protege a varias especies.

No todos los esfégidos construyen sus habitaciones en la tierra, habiendo especies que aprovechan los nidos de otras. Algunos cierran la entrada cuando se dirigen a buscar la presa y otros la dejan abierta. Hay un grupo de *Sphegidae* que viven sobre plantas, en cuya corteza abren sus galerías, como el *Sphex splendidulus* y el *Sphex paludosus,* de Francia, acerca de cuya nidificación ha publicado un valioso trabajo monsieur Lucien Berland, del Museo de Historia Natural de París.

El *Sphex paludosus* teje una especie de nido con tallos de gramíneas, y en su interior, tapizado con penachos de la semilla del cardo, deposita sus huevos. Tambien en nuestro país el *Sphex paranensis* Berland, según lo informa el que cazó los ejemplares que sirvieron para establecer la especie, abre agujeros en el tallo de ciertas plantas para construir en ellas su nido.

De los apuntes del excelente profesor doctor Pablo A. Loos, de Mendoza, autor de algunas obras que jamás se publicaron, extraigo la siguiente observación que considero nueva para la ciencia: « Hace varios años que, al intentar hacer un trasvase de vino por medio de una goma, la encontré tapada; y al hacer un pequeño esfuerzo, aspirando el aire, recibí una regular descarga de arañas coloradas en la boca. Este hecho curioso me indujo a hacer investigaciones acerca de los animales causantes de mi sorpresa. Al examinar las arañas, noté

que eran las mismas que suelen cubrir los alfalfares con telas y que, según dicen los campesinos, son muy perjudiciales para los animales vacunos que comen esta alfalfa. Entre las arañas encontré larvas de insectos. Las arañas estaban todas vivas, pero paralizadas en sus movimientos; mientras que las larvas estaban en estado de actividad normal. Deduje, entonces, que las larvas debían de ser de algún esfégidos, y las arañas paralizadas el alimento acarreado por los padres».

Hay otras especies que hacen sus nidos en los rincones de las casas.

En su obra *Avispas y abejas del Paraguay* cita el conocido naturalista A. de W. Bertoni el caso de un *Sphex neotropicus* Kohl que anidaba en los huecos de la corteza de un árbol. En otra ocasión encontró, en un nido arbóreo de *Sphex*, una gran cantidad de locústidos del género *Scaphura*. Este dato resulta contradictorio con la clasificación que establezco más tarde, pero como A. de W. Bertoni no asegura que haya sido un *Sphex neotropicus* el que encontró con nodificación arbórea, mantengo mi clasificación.

En Mendoza hay esfégidos que anidan en las cañas secas. Acarrean barro, que les sirve para construir su nido, empezando por establecer tabiques en el interior. Una vez hecho el primer tabique traen y colocan las arañas sobre él, volviendo luego a transportar barro. « Cuando la caña se llena — agrega el ya citado doctor Pablo H. Loos — el esfégido no aparece más; al abrir la caña, para averiguar lo que en ella había, vi que estaba dividida por tabiques de barro en cuatro compartimentos y en cada uno de ellos encontré una larva con 13 ó 14 arañas, de las coloradas de la alfalfa » *(Tetranychus telarius)*.

El doctor Holmberg manifestó, al serle notificado la observación anterior, que el caso era nuevo, porque él no conocía esfégidos que anidaran en el interior de las cañas. Como nadie ha determinado al esfégido de la observación que antecede, ni he podido encontrarlo, sólo puedo suponer que pertenece al grupo de los *Isodontia*, por los motivos que en seguida explicaré. También es muy común en Mendoza otro esfégido que ahí llaman vulgarmente « mata caballo », por cuyas descripciones creo que es el *Sphex luciati*, Brèthes (cuerpo de un negro métálico y alas rojizas) y que mata a las arañas grandes del género *Mygale*, a las que arrastra hasta su cueva y las entierra (1).

Basado en las costumbres de la nidificación — subterránea o arbó-

(1) Tal vez sea una especie de *Pepsidae*.

rea — que coinciden con la presencia o ausencia del *peine tarsal* en la hembra, — he establecido dos grupos de *Sphex :* los de nidificación subterránea, cuyas hembras poseen peine tarsal y los de nidificación arbórea, que carecen de él. Entran en la segunda división las especies de *Isodontia* y en la primera, las restantes. El peine tarsal sirve a las hembras — que son las únicas que abren las habitaciones en el suelo — para remover la tierra y asir las partículas que transportan, siendo por lo tanto un órgano desarrollado por el uso y que consta de una serie de espinas a lo largo del tarso. En las de nidificación arbórea no tendría función ninguna. Labran sus nidos, según pude observarlo, en terrenos desprovistos de vegetación, sean duros o blandos, como caminos y espacios no sembrados de tierra labrada, aunque prefieren los terrenos compactos, habiendo encontrado muchas de sus cuevas cerca de los arroyos y lagunas. Acuden poco a las plantas, especialmente los machos, mientras a las hembras las he visto entregadas a la caza de insectos.

Entre las diversas plantas que citan los autores como huéspedes de los *Sphex*, puedo agregar la del maíz *Zea mays,* la alfalfa, *Medicago sativa* y varias especies de cardos, en cuyas inflorescencias he visto que buscaban alimento los esfégidos matadores de tucura.

Es un hecho sugerente que todas las especies del subgénero *Isodontia,* en cualquier parte del mundo que se encuentren, tengan las mismas costumbres de nidificación, es decir que ésta sea arbórea. Hay especies de *Isodontia* en el mundo entero y su nidificación es igual, pudiendo citarse como caso de fijeza de caracteres, no transformados por los factores del medio ambiente. También en nuestro país tenemos varias especies del citado grupo que nos presentan los mismos caracteres.

He observado que en los días de lluvia los esfégidos suspenden su actividad y solamente un sol fuerte los reanima y los vuelve ágiles y trabajadores.

Son, en estado adulto, fitófagos y sólo matan — o paralizan — a sus presas, cada especie a una especie, para depositarlas en sus cuevas, donde ponen sus huevos, asegurando así la vida de su progenie, puesto que las larvas son carnívoras. El *Sphex striatus* Smith persigue a la langosta común, *Schistocerca paranensis* (Burm.) Lat.

Según Riley el *Sphex coeruleus* alimenta a sus larvas con *Caloptenus spretus.*

Burmeister cita al *Sphex flavipes* como matador de *Caloptenus italicus.*

Berland asegura que el *Sphex paranensis* tiene en su nido varios individuos de la familia de los *Locustidae*.

El *Sphex occitanicus* persigue a las especies del género *Ephippigera*.

En Mendoza las mangas de langostas van casi siempre acompañadas por algunas especies de esfégidos que aparecen solamente cuando existe langosta, debiendo por lo tanto haber cierta relación entre la biología de ambos, como entre el estégido matador de tucuras y ésta.

El *Sphex albisectus* persigue a los grillos.

El *Sphex maxillosus* caza ortópteros del género *Phaneroptera*.

Hasta hoy ningún autor cita a algún esfégido que persiga a la tucura *Trigonophymus arrogans* Stäl.

Respecto a las especies argentinas del género *Sphex* existe una diversidad de opiniones acerca de *Sphex Thomae* Fabr., que creo poder resolver. Mientras que varios autores daban a esta especie como existente en la Argentina, el doctor J. Brèthes, al hacer un estudio sobre los esfégidos del grupo de *Sphex Thomae,* la negaba, diciendo que era exclusiva de las Antillas y que probablemente no existía en la Argentina. Ya Kohl, en 1890, exponía sus dudas al respecto. Fernald, en 1907, describía varios individuos de *Sphex Thomae* procedentes de Córdoba. Pedro Jorgensen, en su obra sobre los himenópteros de Mendoza, asegura que la especie es común en aquella provincia. Lucien Berland, en sus recientes publicaciones acerca de las *Sphegidae* del Museo de Historia Natural de París, cita a *Sphex Thomae* como procedente de la República Argentina. Kohl lo señala para el Brasil. En el Museo de La Plata, hay un ejemplar determinado como *Sphex Thomae,* cuya morfología coincide bastante con la descripción de *Fabricius*. El doctor Brèthes, además, no negaba en absoluto su existencia en la Argentina, sino que, afirma no haberlo encontrado.

Con todo esto, podemos resolver la cuestión, afirmando la existencia de *Sphex Thomae* en nuestra república.

Para la sistemática de los *Sphex* he utilizado los siguientes caracteres :

Dimorfismo sexual. Tamaño de cuerpo y alas.

Vertex craneal : Plano o convexo.

Proporción entre largo y ancho de la cabeza.

Pubescencia : Coloración, dirección y distribución.

La región frontal.

Clipeo : Convexo o cóncavo. Borde inferior recto o escotado.

Ojos compuestos : Su posición y la dirección de sus bordes interno : Paralelos o divergentes.

Ojos simples : Posición o distancia entre ellos y, entre ellos y los ojos compuestos.

Distancia interocular.

Coloración general y particular : Cabeza, antenas, patas, alas, abdomen, tórax y pedículo.

Tórax : Ancho, puntuaciones y estriaciones.

Surco interestigmal : Su existencia.

Peine tarsal : En la hembra.

Segmentos tarsales : Sus proporciones, comparación con otros órganos.

Uñas : Denticulación de bordes internos.

Segundo artejo del funículo : Su comparación con la distancia interocular.

Alas : Coloración, longitud, nervaduras y células.

Célula radial : Su forma y dimensiones.

Células cubitales : Su forma y dimensiones.

Segmentos del funículo : Comparación.

Pecíolo del abdomen : Proporciones con los segmentos tarsales y antenales.

Distancia interestigmal : Su comparación con la longitud de los segmentos tarsales posteriores.

Distancia interocular : Su comparación con los primeros artejos del funículo.

Pecíolo abdominal : Su comparación con el 2° artejo del tarso posterior y con el 2° y 3er artejo del funículo.

En cuanto a su posición sistemática los *Sphegidae* forman una familia del suborden de los *Sphecoidea* — dividido en un buen número de familias — dentro de las cuales su caracterización es la siguiente :

Base del abdomen con pecíolo largo y delgado, cilíndrico y liso.

Las antenas más delgadas hacia el ápex.

Las tibias del 2° par de patas con un par de espolones.

Siempre alas, en ambos sexos.

Tres células cubitales cerradas.

Protórax no prolongado detrás, no alcanzando las tégulas.

En lo que se refiere a la división de la familia en géneros, ella puede hacerse, siguiendo las modificaciones aceptadas, en tres géneros, que dan lugar a las tres subfamilias de *Sphegidae,* habiendo pasado todos los géneros creados anteriormente a subgéneros, con lo cual la sistemática de la familia se simplifica y se hace más concreta.

He aquí la clasificación que establezco después de un estudio detenido de sus caracteres más visibles :

A) Pecíolo del abdomen corto. Segunda célula cubital $<$ o $=$ que la tercera. Uñas con dientes en su borde interno. Patas con espinas.

I *Spheginae* = *Sphex (fossoria).*

B) Pecíolo del abdomen largo. Segunda célula cubital trapezoidal o cuadrada $>$ que la tercera.

a) Patas sin espinas. Escapo antenal amarillo.

II *Sceliphroninae* = *Sceliphron (figulus).*

b) Patas con espinas. Escapo antenal negro.

III *Ammophilinae* = *Ammophila (sabulosa).*

III

ESFÉGIDOS ARGENTINOS DEL GÉNERO «SPHEX»

Clase : *Insecta.*
Orden : *Hymenoptera.*
Suborden : *Sphecoidea.*
Familia : *Sphegidae.*
Subfamilia : *Spheginae.*
Género : *Sphex.*

S. (Chlorion) cyaniventris Guérin

(Macho 20-26 mm.; hembra 22-29 mm.)

Voy Coq. Zool., página 263, 1838 (1).
Kohl, *Die Hymenopterengruppe der Sphecinen. Ann. des Naturhistorischen Hofmuseums*, tomo V, 1890, página 190.
Ruiz P., *S. cyaniventris in Chile. Rev. Chil. Hist. Nat.*, 1921, página 579.
Jörgensen, P., *Los crisídidos y los himenópteros aculeados de Mendoza. Ann. Mus. Hist. Nat. de Buenos Aires*, tomo XXII, página 285.

Distribución. — Mendoza, Santiago del Estero, San Luis y Catamarca. Chile y Brasil.

Ejemplares en el Museo de La Plata y en el de Buenos Aires.

Negro, pubescencia negra. Cabeza y tórax densamente punteados. En la hembra, los bordes internos de los ojos compuestos convergentes hacia arriba. Estigmas del segmento mediano dorsalmente situados.

(1) No me fué posible obtener la obra.

Cabeza, tórax y patas negras, sin brillo metálico. Abdomen con reflejos azules.

Alas moreno obscuras, con brillo violeta o azul.

Pronoto con una leve hendedura en su parte media, corto.

Metatarso de las patas anteriores con ocho espinas largas.

Es un *Chlorion* que sirve de transición entre este subgénero y *Harpactopus*.

S. (Chlorion) hemiprasinus Sichel

(Macho 18-23 mm.; hembra 22-29 mm.)

Ann. Soc. Ent. Franc., serie 4ª, tomo III, página 23, 1863.
Kohl, *loc. cit.*, página 189.
Jörgensen, *loc. cit.*, página 285.
Sinón.: *S. (Chlorion) metallicum* Tasch.
S. (Chlorion) pallidipennis Tasch.
S. (Chlorion) pretiosum Tasch.
S. (Chlorion) nobilitatum Tasch.
S. (Chlorion) bicolor Gauss.

Distribución. — Mendoza, San Luis, Santiago del Estero, Tucumán, Entre Ríos, Patagonia, (enero a mayo), Uruguay y Brasil.

Varios ejemplares en el Museo de La Plata.

Ocho ejemplares en el Museo de Buenos Aires.

Colección Lizer, cuatro.

Cabeza, tórax y parte de las patas, de un verde metálico, a veces tirando a azul.

Parte inferior del abdomen rojizo, o por lo menos no tan azul.

Tibias y tarsos negros, aunque la hembra suele tener las tibias rojizas.

Hay muchas variaciones de color, que ya indica Sichel.

Ocelos posteriores menos distantes entre ellos que entre los ojos compuestos y los ocelos.

Hembra con siete espinas en sus peine tarsal.

Pronoto sin estrías transversales y con una hendidura longitudinal media.

Sphex ichneumonea L.

(Macho 18-23 mm.; hembra 20-25 mm.)

Systema naturae, ed. X, página 578, 1758.
Jörgensen, P., *loc. cit.*, página 286.
Sinón.: *S. micans*, Tasch., *loc. cit.*, página 419.
S. aurulentus, Guér.
S. ichneumonea, Fab., *loc cit.*, página 348.

Distribución. — En todas las Américas (Kohl). Mendoza, San Juan, San Luis, La Rioja, Buenos Aires, Misiones. Brasil.

Un ejemplar en el Museo de Historia Natural de La Plata.

Sinonimia muy nutrida. Linneo colocó la especie en la familia *Apidae.*

Pecíolo negro, como también los últimos segmentos abdominales. Fémures rojos. Meso y metapleura pubescentes. Alas morenas con reflejos amarillos. Pecíolo igual al segundo segmento del tarso posterior.

Abdomen de diferentes coloraciones, y a veces como el pecíolo, rojo.

Pubescencia, en la cabeza y en el tórax, amarillo de oro o ferruginea.

Alas amarillentas, a veces con reflejos violeta o azul.

Nueve espinas externas en el peine tarsal de la hembra.

Sphex Jorgenseni Brèthes

(Macho 22 mm.)

An. Mus. Hist. Nat, Buenos Aires, XXIV, página 120, 1913.
Jörgensen, *loc. cit.* página 286.

Distribución. — Mendoza, de diciembre a abril.

Parecido a *S. Lucae,* Gauss. Negro. Cabeza y tórax con pubescencia negra. Clípeo convexo, trunco en su base. Pronoto corto. Mesonoto punteado y cubierto de pubescencia. Escudete con estriación longitudinal y postescudete, transversal. Metapleuras no punteadas. Pecíolo abdominal casi igual al 2° segmento del tarso posterior. Abdomen negro, corto. Uñas bidentadas. Célula radial angosta.

Sphex argentinus Tasch.

(Macho y hembra 25 mm.)

Loc. cit., página 417.
Giacomelli, *Rev. Soc. Ent. Arg.*, año III, número 6, página 53.
Kohl, *loc. cit.*, página 400.
Jörgensen, *loc. cit.*, página 286.

Distribución. — Mendoza, San Juan, La Rioja, Santa Fe.
Tres ejemplares en el Museo de La Plata.
Varios en el Museo de Historia Nacional de Buenos Aires.
Abundante en Mendoza (diciembre-abril).

Negro, abdomen en parte rojo. Alas claras, hialinas. Márgenes interiores de los ojos paralelos. Parte anterior del mesotórax convexo. Cuerpo, en general robusto y muy cubierto de pubescencia en el meso y metatórax.

En el macho, clípeo con pubescencia plateada. Pecíolo abdominal igual al segundo segmento del tarso posterior. En la hembra clípeo con pusbencencia aurea.

En general la pilosidad es blanquecina.

En el abdomen el pecíolo y los bordes anteriores de los segmentos 3-5, rojizos.

Parte posterior del aparato bucal y lateralmente, pelos blancos aislados. Tibias posteriores gruesas.

Cabeza grande. Tarsos y antenas más bien delgadas.

Clípeo termina en ángulo agudo en su línea media.

Sphex neotropicus Kohl.

(Macho 22-25 mm.; hembra 24-25 mm.)

Loc. cit., página 420.

Bertoni, H. de W., *An. Mus. Nac. Hist. Nat. Buenos Aires*, tomo XXII, (serie 3ª, t. XV), página 133.

Distribución. — Río Grande del Sur (Kohl).

Paraguay (Bertoni).

Negro, pubescencia negra. Tórax sin manchas. Entre la pubescencia de la cabeza, en el macho, pelos aureos. Abdomen en la hembra brillante y en el macho gris. Mesonoto estriado. De 9 a 10 espinas en el peine tarsal, externas y otras débiles, internas.

Sphex Schrottkyi Bertoni = **Proterosphex schrottkyi** Bertoni

An. Cient. Paraguay, serie 2ª, número 3, página 209.

Berland, Lucien, *loc. cit.*, serie 2ª, tomo I, número 5, página 309, 1929.

Especie grande, del tamaño de *Sphex ingens*, con cierta semejanza a *S. Latreilli* de Chile.

Según el autor la especie es de la provincia de La Rioja.

Existe también en Santiago del Estero; Chaco santafesino, orillas del río de las Garzas (Wagner).

Tiene cierto parecido con *Sphex argentinus*.

En el Museo Nacional de Historia Natural de París (Berland).

Berland dice que es un *hermoso Sphex,* parecido a *S. ingens* y a *S. argentinus;* cabeza y tórax con mucha pubescencia, como *S. Latreilli;* pero, la pubescencia : es amarillo-rojiza y muy corta en el mesonoto y en el *scutello,* encontrándose muy difundida en el pecíolo, el primer segmento abdominal y en la parte inferior de los fémures, en parte rojos; abdomen rojo con una banda negra en los primeros cuatro segmentos.

Parece que no se conoce la hembra, pues todos los ejemplares determinados son machos.

Su diferencia con *Sphex argentinus* está en su tamaño, que es mucho mayor, en el color de las patas y en la extremidad del abdomen.

Sphex ingens Smith.

(Macho 40-50 mm.; hembra 35-45 mm.)

Cat. Hym. Inst. Brit. Muss., plancha IV, página 257.
Kohl, *loc. cit.*, página 402.
Giacomelli, *loc. cit.*, página 53.

Distribución. — Mendoza, Santa Fe, La Rioja. Brasil.
Son migradores (Giacomelli).
Jörgensen no la menciona para Mendoza.
Dos ejemplares en el Museo de Historia Natural de Buenos Aires, procedentes de Jujuy.

Especie muy grande, como *Sphex Latreilli* de Chile, con los machos mayores que las hembras.

Especie grande, cuyas tibias posteriores se ensanchan hacia su ápex. Metatarso posterior levemente curvo. Márgenes internas de los ojos, paralelas. Pecíolo igual 2° segmento antenal. Fémur rojizo. Cuerpo negro. Tórax con pubescencia morena y alas también morenas. Pertenece al grupo de las *S. formosus* y *Latreilli*, con los machos > que las hembras. Hembra < pubescente, abundando, sin embargo, en la cabeza. Línea interestigmal mediana.

Peine tarsal con 12 espinas delgadas.

Sphex flavipes Smith.

(Macho 25-32 mm.; hembra 24-32 mm.)

Loc. cit., página 263.
= *S. opaca,* Dahlbom (Burm. Tasch.).
= *S. Iheringii,* Kohl, *loc. cit.*, página 405. (Así figura un ejemplar en el Museo de La Plata.)

Distribución. — Mendoza (común como *S. striatus)*, Córdoba, Misiones, Entre Ríos, Santa Fe, Méjico, Guatemala, Brasil.

Negro, abdomen rojo con muchas variaciones de color. Tórax negro. Fémures, tibias y tarsos a veces rojizos y otras con su ápex negro. Alas moreno-amarillentas, reflejos violeta o azul. Cabeza y tórax, en el macho, ricamente poblados de pubescencia amarilla, a veces gris. Se nota la línea interestigmal.

5°-9° segmentos abdominales con pubescencia de un amarillo sucio.

Borde interno de las tibias posteriores recto.

De 9 a 10 espinas en el peine tarsal.

Sphex Davisi Fernald.

(Macho 24 mm.; hembra 29 mm.)

Loc. cit., página 267.

Fernald creó la especie sobre un ejemplar hembra de Córdoba y dice que tiene semejanzas con *S. fuliginosum, Servillei* y *nitidiventris,* de los cuales, sin embargo, se diferencia. Nadie ha citado, desde entonces, esta especie.

Negro. Alas hialinas. Clípeo y región frontal densamente cubiertos de pubescencia ligeramente amarilla y pelos largos del mismo color. Borde inferior del clípeo redondo, y una pequeña porción en el medio, trunca. Pubescencia cerca de los ocelos. En el vértex, pelos morenos. Distancia entre los ocelos laterales > que entre ellos y los ojos. Mejillas — o genas — con pilosidad morena, larga. Márgenes internas de los ojos, paralelas. Antenas negras, grises o morenas en su 1er segmento. El escapo ferruginoso herrumbrado, con pubescencia amarilla en su base y pelos muy obscuros en su borde interno.

Último diente de la mandíbula con su base unida al anterior. Once espinas curvas en su peine tarsal.

Sphex luciati Brèthes

(Macho 35-45 mm.; hembra 40 mm.)

Physis, tomo IV, página 347, 1918.

Distribución. — Catamarca y La Rioja.

Tres ejemplares en el Museo de Buenos Aires.

Especie grande, parecida a *Latreilli* de Chile.

De Catamarca. Hembra cabeza y tórax negros. Abdomen negro y

ferruginoso. Base de las mandíbulas, el escapo, las tégulas alares, los fémures anteriores, parte de los medianos y de los posteriores, rojizos. Alas, amarillo-ocre. Pubescencia, dorada en el clípeo. En el mesonoto, algunos pelos ferruginosos. Borde interno de los ojos, paralelos. Pecíolo abdominal igual coxas posteriores. Diez espinas en el peine tarsal. Uñas bidentadas. Segunda célula cubital, un rombo perfecto. Especie grande, con los machos mayores que las hembras. En el macho notable la pilosidad en la placa anal.

Sphex Mendozanus Brèthes

(Macho y hembra 23 mm.)

Anal. Mus. Hist. Nat. Buenos Aires, página 104, 1909.
Jörgensen, *loc. cit.*, página 286.

Distribución. — Mendoza.

Parecido a *Sphex argentinus*. Negro, con las mandíbulas y el abdomen rojizos. Alas, amarillo-hialinas. Frente y clipeo con pubescencia plateada. Tórax, pubescencia blanquecina. Márgenes internas de los ojos, paralelas y la distancia interocular igual al 2° artículo del funículo.

Cabeza y tórax fuertemente punteados.

Clípeo convexo.

Pecíolo abdominal casi igual al 2 + 3 segmentos del tarso posterior.

S. (Harpactopus) neoxenus Kohl (var. **melanogaster** Brèthes)

(Macho 14 mm.; hembra 16 mm.)

Loc. cit., página 363.
Brèthes, *loc. cit.*, página 146.
Jörgensen, *loc. cit.*, página 286.

Distribución. — Mendoza. Chile (diciembre).

Dos ejemplares en el Museo de Buenos Aires, uno de Mendoza y otro de Chile.

Negro, con el abdomen, excepto el pecíolo, rojo. Pubescencia negra, rica y larga. Tórax y cabeza, sin blancas pubescencias, notables en el rostro. Alas morenas, con reflejos azules. Segundo segmento antenal igual 3 + 1/2 del 4°. Rostro más ancho que *Thomae*. Pronoto y parte anterior del mesotórax brillantes, ésta punteada. Mesopleuras fuertemente estriadas. Pecíolo abdominal igual 3 + 4 segmento antenal.

Peine tarsal con siete espinas. Uñuelas tridentadas. Células del ala como en *Thomae*.

S. (Harpactopus) striatulus Brèthes

(Macho 12 mm.; hembra 11,5-15 mm.)

Ann. Mus. Hist. Nat. Buenos Aires, serie 3ª, tomo XVII, página 147. Jörgensen, *loc. cit.*, página 286.

Tres ejemplares en el Museo de Historia Natural de Buenos Aires.

Negro, con pubescencia blanca. Abdomen rojo, pecíolo y últimos segmentos abdominales negruzcos. Tórax sin pubescencia. Mesonoto poco estriado y poco coriáceo. Mesopleura y metapleura rugosamente estriadas. Alas hialinas, casi amarillentas. Uñuelas pentadentadas. Clípeo y frente con pubescencia aurea. Clípeo poco convexo, con su borde inferior truncado. Bordes internos de los ojos convergentes hacia el clípeo. Segmentos 4, 5 y 6 del funículo, iguales. Distancia interrestigmal metatorácica igual 1 + 2 + 3 segmentos del funículo.

Seis espinas externas,en el peine tarsal.

Pecíolo más largo que los 3 + 4 artejos tarsales posteriores.

S. (Harpactopus) simillimus Fernald

(Macho 15 mm.; hembra 19 mm.)

A collection of Sphegidae from Argentina. Cambridge, *Mass Bull. Mus. Comp. Zool. Harvard,* página 246, mayo 1907.

Una hembra y dos machos de Córdoba (Davis, 1873).

Negro, sin pubescencia, Ocelo medio mucho > que los ocelos laterales. Bordes internos de los ojos, paralelos. Antenas negras, con el escapo de un color ferrugíneo. Mandíbulas negras, largas, con pubescencia negra. Tórax negro. Protórax punteado y cerco de las coxas finamente estriado, con estriaciones transversas. Parte posterior del mesotoráx saliente, con una depresión en la línea media. Pecíolo abdominal corto igual al segundo segmento tarsal posterior.

Abdomen negro, con brillo ferrugíneo.

Peine tarsal con ocho espinas curvas, la primera más corta que las siguientes.

Uñuelas tetradentadas.

Se parece a *S. neoxenus*.

S. (Harpactopus) Thomae Fabr.

(Macho 10,5-18 mm.; hembra 14-18 mm.)

Ent. Syst., tomo II, página 199, 1793.
Kohl, *loc. cit.*, página 358.
Brèthes, *Sobre algunos esfégidos del grupo Sphex* Thomae, *An. Mus. Hist. Nat.*, tomo XVII, (serie 3ª, t. X), página 143.
Berland, L., *loc. cit*, página 204.
Jörgensen, P., *loc. cit.*, página 286.
Fernald, *loc. cit.*, página 263.

Distribución. — Antillas, Brasil, Guatemala, Méjico, Colombia y Uruguay.

Córboba y Mendoza.

Un ejemplar en el Museo de La Plata.

Especie chica. Abdomen, desde el 2° segmento, ferrugíneo, con sus partes ventrales negruzcas. Cara, pronoto y pleuras con pubescencia aurífera. Mesopleura rugosa y metapleura rugosa y estriada. Mesonoto convexo. Uñuelas pentadentadas. Márgenes interiores de los ojos, en el macho convergentes hacia el clípeo y en la hembra paralelas. Clípeo truncado.

Se caracteriza por su pubescencia rica.

Pecíolo abdominal (♀) < que la distancia intertegular y 5/6 de la interocular.

Vértex craneal convexo.

Abdomen un poco comprimido.

Peine tarsal con 7 espinas.

S. (Harpactopus) striatus Smith.

(Macho 22-26 mm.; hembra 24-28 mm.)

Cat. Hym., tomo III, página 266.
Kohl, *loc. cit.*, página 356.
Jörgensen, P., *loc. cit.*, página 285.
Berland, L., *loc. cit.*, página 202,
Sinón. : *Enodia fervens*, Conil. *Per. Zool. Arg.*, tomo III, página 241.
Sphex Johannis (?), *Schrottky. An. Soc. Cient. Arg.*, tomo LV, página 123, 1903.
Sphex Johannis, Autran, Bol. Min Agr., tomo VIII, página 111, 1907.

Distribución. — Entre Ríos, Santa Fe, Córdoba, San Luis, Catamarca, La Rioja, Mendoza. San Juan, Jujuy (desde noviembre hasta abril).

Uruguay, Guayanas, Méjico, California y Paraguay.

Cuatro ejemplares en el Museo de La Plata.

Cuatro ejemplares en el Museo de Buenos Aires, tres de Córdoba y uno de Mendoza.

Negro con pubescencia blanquecina. Abdomen, en gran parte rojo. Clípeo con pilosidades blancas. Márgenes interiores de los ojos, paralelos.

Tiene todos los caracteres de *Harpactopus*.

Peine tarsal con 8 espinas, externas.

Distancia interocular igual al pecíolo abdominal.

Segundo segmento antenal muy largo en la hembra, igual al 3° + 1/2 del 4°; en cambio en el macho el 2° segmento igual al 3°, ambos casi tan largos como el 4°.

Fuerte estriación casi transversal en el mesonoto. Pecíolo abdominal en la hembra algo más largo que el 3er segmento del tarso III, pero más corto que el 2°; en el macho tiene 2/3 del 3er segmento del III y es igual a la distancia interocular.

Segmentos 5°, 6° y 7° del abdomen, en el macho, ventralmente, con pubescencia amarilla.

Uñuelas pentadentadas.

Ocho espinas en el peine tarsal.

S. (Harpactopus) Wagneri Berland

(Macho 11 mm.; hembra 13 mm.)

Bull. Mus. Hist. Nat. Franc., número 4, página 204, 1926.

Distribución. — Santiago del Estero, Misiones.

Brasil (Minas Geraes).

Tipos, un macho y una hembra, en el Museo de París.

Se diferencia del *S. Thomae* por sus antenas solamente.

Pequeño. Negro. Pecíolo comprimido. Abdomen rojo y a veces sombreado de negro. Alas hialinas, sombreadas hacia el ápex. Rostro con pubescencia aurífera, como también clípeo, pronoto, mesonoto, y tégulas. En la cara y mejillas, pubescencia blanquecina. Patas finas, pilosidades argentadas. Clípeo escotado en el medio. Segmentos antenales cortos. El 1 + 2 + 3 igual a la distancia interocular. Tórax lateralmente estriado. Mesonoto anterior, convexo.

Peine tarsal con seis espinas.

Pecíolo abdominal más bien corto, robusto igual al segmento 2 + 1/2 del 3° al tarso posterior.

Muy parecido al *S. Thomae*, pero diferente en los segmentos antenales : En el funículo el segmento $2 > 3$; el $1 + 2$ igual $4°$: $2 + 3 >$ que $4°$.

S. (Harpactopus) Spinolae Smith

(Macho 12-15 mm.; hembra 12-17 mm.)

= *Sphex chilensis*, Spin.

Brèthes, *loc. cit.*, página 144.

Berland no lo cita ni Jörgensen dice haberlo hallado en Mendoza. Según Brèthes, en la Patagonia.

En el Museo de Historia Natural de Buenos Aires, hay tres ejemplares : Uno de San Juan, otro de Chile y el tercero sin indicación de lugar. Mendoza. (Lizer.)

Especie típica de Chile.

(Continuará.)

DETERMINACIÓN DE UNA LEY DE PROBABILIDAD

SOBRE LA BASE DE SUS MOMENTOS

Por CARLOS DIEULEFAIT

RÉSUMÉ

Détermination d'une loi de probabilité sur la base de ses moments. — On développe la question en se servant de la fonction de Cauchy et des équations différentielles linéaires.

Suponemos, como datos, los momentos :

$$m_s = \sum_{i=1}^{k} p_i x^s{}_i \tag{1}$$

con $s = 0, 1, 2, ..., (2k - 1)$; k, es el orden de la variable aleatoria x.

Se trata de hallar la ley de probabilidad, esto es, fijar los valores x_i y p_i con $i = 1, 2, ... k$.

La función característica de Cauchy, correspondiente a nuestra variable, es :

$$\varphi(t) = \sum_{i=1}^{k} p_i e^{tx} \tag{2}$$

Se ve fácilmente que la (2) es la solución de una ecuación diferencial lineal de k ésimo orden :

$$\frac{d^k \varphi(t)}{dt^k} + a_1 \frac{d^{k-1} \varphi(t)}{dt^{k-1}} + ... + a_k \varphi(t) = 0 \tag{3}$$

cuya ecuación característica, es :

$$x^k + a^1 x^{k-1} + ... + a_k = 0 \tag{4}$$

ecuación que nos define los valores de las raíces $x_1, x_2, ... x_k$ en función de $a_1, a_2, ... a_k$, que habrá que determinar.

Formemos para ello con la (3) y sus $k-1$ derivadas sucesivas, el sistema de ecuaciones diferenciales :

$$\begin{aligned}
&\frac{d^k\varphi(t)}{dt^k} + a_1\frac{d^{k-1}\varphi(t)}{dt^{k-1}} + \ldots + a_k\varphi(t) = 0\\
&\frac{d^{k+1}\varphi(t)}{dt^{k+1}} + a_1\frac{d^k\varphi(t)}{dt^k} + \ldots + a_k\frac{d\varphi(t)}{dt} = 0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\frac{d^{2k-1}\varphi(t)}{dt^{2k-1}} + a_1\frac{d^{2k-2}\varphi(t)}{dt^{2k-2}} + \ldots + a_k\frac{d^{k-1}\varphi(t)}{dt^{k-1}} = 0.
\end{aligned} \tag{5}$$

Observemos que por la (2)

$$\frac{d^j\varphi(t)}{dt^j} = \sum_{i=1}^{k} p_i x_i{}^j e^{tx_i} \tag{6}$$

y haciendo $t=0$, se tiene :

$$\left(\frac{d^j\varphi(t)}{dt^j}\right)_{t=0} = \sum_{i=1}^{k} p_i x_i{}^j$$

o sea, por la (1) :

$$\left(\frac{d^j\varphi(t)}{dt^j}\right)_{t=0} = m_j. \tag{7}$$

Luego, en virtud de la (7), el sistema (5) para $t=0$, nos da :

$$\begin{aligned}
&m_k + a_1 m_{k-1} + \ldots + a_k m_0 = 0\\
&m_{k+1} + a_1 m_k + \ldots + a_k m_1 = 0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&m_{2k-1} + a_1 m_{2k-2} + \ldots + a_k m_{k-1} = 0
\end{aligned} \tag{8}$$

sistema completo de orden k. Luego directamente se tendrá, pasando los términos de la primera columna a los segundos miembros :

$$a_i = \frac{\Delta_i}{\Delta} \tag{9}$$

siendo

$$\Delta = \begin{vmatrix} m_{k-1} & m_{k-2} & \ldots & m_0\\ m_k & m_{k-1} & \ldots & m_1\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ m_{2k} & m_{2k} & \ldots & m_{k-1} \end{vmatrix} \neq 0$$

obteniéndose Δ_i de substituir la i ésima columna de Δ, por los términos independientes.

La aplicación de la (9) nos determina los valores $a_1, a_2, \dots a_k$. Finalmente, con ellos la (4) nos da los valores $x_1, x_2, \dots x_k$. En base a estos valores, fácil resulta, pasando al sistema (1), completar la solución determinando $p_1, p_2, \dots p_k$.

Resulta, pues, que la ley de probabilidad de una variable aleatoria de orden k, está determinada cuando se nos da $2k$ de sus momentos como datos.

Del punto de vista analítico — esto es, independientemente de los valores numéricos que pueda suministrar la experiencia — estos $2k$ momentos pueden considerarse arbitrarios.

No resulta así, si los momentos que se tienen fueran en número mayor de $2k$, por ejemplo $2k + p$.

En ese caso los momentos en número de $2k + p$, deben satisfacer una relación condicional.

Para determinar esta relación basta con formar, partiendo de la (8), el sistema rectangular:

$$m_k + a_1 m_{k-1} + \dots + a_k m_0 = 0$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$m_{2k-1} + a_1 m_{2k-2} + \dots + a_k m_{k-1} = 0$$

$$m_{2k} + a_1 m_{2k-1} + \dots + a_k m_k = 0$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$m_{2k+p-1} + a_1 m_{2k+p-2} + \dots + a_k m_{k+p-1} = 0$$

siendo condición necesaria de compatibilidad, que:

$$\begin{vmatrix} m_k & m_{k-1} & \dots & m_0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{2k-1} & m_{2k-2} & \dots & m_{k-1} \\ m_{2k+l} & m_{2k+l-1} & \dots & m_{k+l} \end{vmatrix} = 0 \qquad (10)$$

para $l = 0, 1, 2, \dots, (p-1)$.

Como el señor P. Lévy ha expresado en su *Calcul des probabilités* (París, 1925), los principales tratados superiores de nuestro tiempo (Borel, Castelnuovo) se desarrollan prescindiendo de un apoyo en el método de la función característica que, introducida por Cauchy en sus comunicaciones a la Academia de ciencias de París en 1853, han pasado sin embargo desapercibidas.

E. Poincaré, en su conocido tratado de 1912, en la página 206, introduce la función característica (dándole él este nombre) y adopta la forma que hemos usado para ella en esta nota. Sin embargo, en esta introducción, Poincaré no cita las mencionadas comunicaciones de Cauchy, lo que obliga a pensar que no las tenido presentes y se concreta con demostrar, apoyándose en los conocidos resultados de las series trigonométricas, como la función característica basta para definir la ley de probabilidad, aplicando a continuación esta definición a variables que siguen la ley de Gauss.

En el mencionado tratado (pág. 161), su autor, el señor Lévy, introduce la función característica con una leve modificación respecto a la anterior dada por Poincaré. Así, llama función característica al valor probable de e^{itx}. Con ello el autor consigue ampliar los resultados introduciendo un método sistemático.

El señor G. Darmois en su *Statistique mathématique* (págs. 41 a 44) trata el mismo problema planteado en esta nota, para una variable aleatoria de orden dos que resuelve con eliminaciones algebraicas, y en la página 45 hace la observación que está en la base de la ecuación diferencial (3) de nuestro desarrollo, la cual, aquí, se refiere al problema general.

Ultimamente el señor R. Deltheil en el fascículo 2, tomo I, página 22, 1930, de la conocida colección que dirige el señor E. Borel, vuelve a introducir el método del señor Lévy, considerando el mismo problema aquí tratado. Las diferencias que se encontrarán en nuestra nota, creemos han de facilitar en mucho su lectura contribuyendo a que se haga familiar entre nosotros, el método de la función característica, tanto en los cursos de cálculo de probabilidades como en los de estadística matemática donde se ha revelado un instrumento de gran valor en las modernas investigaciones.

El lector puede cotejar este desarrollo con el dado por el señor Guido Castelnuovo en la página 322 de su libro *Calcolo delle probabilità* (1919) y en el que la solución es de naturaleza algebraica. La comparación, por lo demás muy ilustrativa, hará ver cuán natural resulta el método de la función característica que puede servir — y es mérito del señor Lévy el haberlo demostrado — como un método sistemático en la *Teoría de las probabilidades.*

COMUNICACIONES Y NOTAS CIENTÍFICAS

LOS MÉTODOS DE SUMACION DE SERIES DOBLES DIVERGENTES

POR EL DOCTOR J. C. VIGNAUX

La teoría de la sumabilidad de las series *simples* divergentes, fundada por M. Borel, ha recibido en estos últimos años un gran desarrollo; pero bien poco se ha hecho, en cambio, sobre la sumabilidad de las *series dobles* divergentes. Esta teoría se inicia con un trabajo de C. W. Moore (1), en el cual extiende a las series dobles el método de Cesaro.

Desde hace algún tiempo, yo me he propuesto extender a este algoritmo de las series dobles los diversos métodos de sumación de las series simples, y hacer un estudio sistemático de los mismos.

Resumiré aquí los resultados que hemos logrado.

Método de Abel. — Sea $\sum_0^\infty \sum_0^\infty u_{m,n}$ una serie doble, y supongamos que $\sigma(x,y) = \sum_0^\infty \sum_0^\infty u_{m,n} x^m y^n$ sea convergente para todo $0 \leq x < 1$, $0 \leq y < 1$. Si existe $\lim_{x,y \to \infty} \sigma(x,y) = u$ diremos que la serie (1) es *sumable (A)* con la *suma u*.

Se demuestra el teorema de permanencia. Todas las propiedades del algoritmo de las series dobles convergentes, se conservan en este método.

Se demuestra un teorema sobre producto de series dobles sumables (A), análogo al de Sannia para el caso de las series *simples* sumables (A). Luego se aplica este método a las series dobles de Taylor, de

(1) C. W. Moore, *Sur les facteurs de convergence dans les séries doubles*, etc., *Comptes rendus*, páginas 126-129.

Fourier y de Dirichlet; con resultados análogos a los conseguidos por Hardy, Zygmund y Jacobsthal, para las series simples sumables (A).

Método de Hardy. — Hardy ha propuesto una generalización del método de Abel; su extensión a las series dobles se obtiene en la forma siguiente : dada la serie doble $\sum_0\sum_0 u_{m,n}$; si $\sum_0\sum_0 u_{m,n}e^{-xm^\nu}e^{-yn^\mu}$ es convergente (Pringshein) para todo $x>0$, $y>0$ y

$$\lim_{x,y\to 0}\sum_0\sum_0 u_{m,n}e^{-xm^\nu-yn^\mu}=u,$$

diré que la serie propuesta *es sumable Abel de orden* (ν, μ) o *sumable* (A, ν, μ) con el valor u.

Se estudian las propiedades de este método para las series dobles y también para las simples (no estudiadas por Hardy).

Método de Borel. — Dada la serie doble $\sum_0\sum_0 u_{m,n}$, pongamos

$$s_{m,n}=\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n}u_{ij}.$$

Supongamos que la sucesión doble $c_{m,n}$ $(m, n = 0, 1, 2, ...)$ sea tal que las dos series dobles

$$\sum_0^\infty\sum_0^\infty c_{m,n}s_{m,n}a^mb^n \qquad \text{y} \qquad \sum_0^\infty\sum_0^\infty c_{m,n}a^mb^n$$

sean convergentes (Pringshein) para todo valor real y positivo de a y b. Pongamos

$$\sigma(a,b)=\frac{\sum_0\sum_0 c_{m,n}s_{m,n}a^mb^n}{\sum_0\sum_0 c_{m,n}a^mb^n}.$$

Si existe y es finito $\lim_{a,b\to\infty}\sigma(a,b)=u$, diremos que la serie dada es sumable con el *método general de Borel.*

Se estudian los dos casos :

$$\varphi(a,b)=e^{a+b}, \qquad \varphi(a,b)=e^{-a^\nu-b^\mu}$$

resultando el *método exponencial*

$$u=\lim_{x,y\to 0}e^{-x-y}\sum_0^\infty\sum_0^\infty s_{m,n}\frac{x^my^n}{m!\,n!} \tag{1}$$

y el *método exponencial* de *orden p, q*

$$u = \lim_{x,y\to\infty} e^{-x-y}\left(\sum_0^\infty\sum_0^\infty s^{mp,nq}\frac{x^m y^n}{m!\,n!}\right).$$

El límite (1) se puede también poner en la forma

$$u = \int_0^\infty\int_0^\infty e^{-x-y}\left(\sum_0^\infty\sum_0^\infty u_{m,n}\frac{x^m y^n}{m!\,n!}\right)dxdy,$$

integral análoga a la de M. Borel. Después de estudiar las propiedades aritméticas y funcionales de este método; se aplica a las *series dobles de potencia* probando teoremas análogos a los formulados por E. Phragmén para las series simples. Un resultado importante es el siguiente: toda serie doble de Taylor con un sistema de círculos asociados de convergencia es *sumable* en una región, en general más amplia, que contiene a dichos círculos, la cual denominamos *región asociada* (B), y que se reduce a un *sistema de polígonos* cuando la función representada por la serie tiene un número finito de puntos singulares.

Se aplica este método a las series dobles de Dirichlet.

Método de Knopp. — El método propuesto por Knopp para las series simples se extienden a las series dobles del siguiente modo:

$$u = \lim_{x,y\to\infty} e^{-x-y}\,r\sum_0^\infty\sum_0^\infty s_{m,n}\frac{x^{mr}}{(mr)!}\frac{y^{nr}}{(nr)!}$$

donde r es un entero positivo. Se estudia las propiedades de este método.

Método de Le Roy. — La extensión del primer método de Le Roy a las series dobles se obtiene tomando por definición

$$u = \lim_{x,y\to 1}\sum_0^\infty\sum_0^\infty \frac{\Gamma(mx+1)}{m!}\frac{\Gamma(ny+1)}{n!}u_{m,n},$$

y el método de la integral así

$$u = \int_0^\infty\int_0^\infty e^{-x-y}\left(\sum_0^\infty\sum_0^\infty u_{m,n}\frac{x^{mp}}{(mp)!}\frac{y^{nq}}{(nq)!}\right)dxdy$$

donde p y q son dos enteros positivos.

Propongo un tercer método que llamaremos de Le Roy de orden δ, μ :

$$u = \lim_{x,y\to 1} \sum_0^\infty \sum_0^\infty \left[\frac{\Gamma(mx+1)}{m!}\right]^\delta \left[\frac{\Gamma(ny+1)}{n!}\right]^\mu u_{m,n}.$$

La aplicación del primer método a las series dobles de Taylor conduce al mismo resultado que con el método de Borel.

Método de Mittag-Leffler. — Este método se extiende en la forma siguiente :

$$u = \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-x^{\frac{1}{\alpha}} - y^{\frac{1}{\beta}}} F_{\alpha,\beta}(x,y)\, dx^{\frac{1}{\alpha}} dy^{\frac{1}{\beta}}$$

donde

$$F_{\alpha,\beta}(x,y) = \sum_0 \sum_0 \frac{u_{m,n}}{(\alpha m)!\,(\beta n)!}$$

y α, β son constantes positivas.

Otro método debido a Mittag-Leffler, y no estudiado aún a pesar de su importancia, se extiende en la forma siguiente :

$$\lim_{x,y\to 0} \sum_0^\infty \sum_0^\infty \frac{u_{m,n}}{(mx)!\,(ny)!} = u \qquad x>0,\ y>0.$$

La aplicación de estos métodos a una serie doble de Taylor con un sistema de círculos asociados de convergencia permiten representar la función en un sistema asociado de estrellas rectilíneas.

Método de Lindeloff. — Se obtiene tomando

$$u = \lim_{x,y\to 1} \sum_0^\infty \sum_0^\infty \frac{u_{m,n}}{m^{\alpha m} n^{\beta n}}$$

donde α y β son dos variables reales positivas. Este método conduce al mismo resultado que el de Mittag-Leffler.

Método de Riemann. — Adoptamos por definición

$$u = \lim_{x,y\to 1} \sum_0^\infty \sum_0^\infty \left(\frac{\operatorname{sen} mx}{mx}\right)^\delta \left(\frac{\operatorname{sen} ny}{ny}\right)^\mu u_{m,n}$$

y llamaremos $R(\delta, \mu)$ a dicho método. Se estudian las propiedades de este método y se aplica a la serie doble de Fourier.

Método de Césaro. — Dada la serie $\sum\sum u_{m,n}$; pongamos

$$S_{ij} = \sum_{p=1}^{i}\sum_{q=1}^{j} u_{p,q}$$

$$S_{m,n}^{(k,h)} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \frac{\Gamma(k+m-i)}{\Gamma(k)\,\Gamma(m-i+1)} \frac{\Gamma(h+n-j)}{\Gamma(h)\,\Gamma(n-j+1)} S_{ij}$$

$$A_{m,n}^{(k,h)} = \frac{\Gamma(m+k)}{\Gamma(m)\,\Gamma(k+1)} \frac{\Gamma(n+h)}{\Gamma(n)\,\Gamma(h+1)}.$$

Si el doble límite simultáneo de $\dfrac{S_{m,n}^{(k,h)}}{A_{m,n}^{(k,h)}}$, existe y es finito cuando $(m,n)\to\infty$, diremos que ella es sumable (C, k, h). Para $h=k$ esta definición coincide con la de Moore. Se demuestra el teorema: *Si* $\sum\sum u_{m,n}$ *es sumable* (C, 1, 1) *con suma* S y $|S_{m,n}^{(1,1)}| < M$ *para todo* m y n; *se tiene* $\lim\limits_{x,y\to 1} \sum\sum u_{m,n}x^m y^n = S$ (análogo al de Frobenius). Se consigue, también, la extensión del teorema de Holder.

Actualmente nos ocupamos de extender las condiciones de O. Perron *(Zur theorie der divergenten Reihen)* a las series dobles.

Es sin duda interesante e importante a la vez, continuar la extensión y el estudio de otros métodos como el de Riesz, de la Vallée-Poussin, Plancherel, Perron, Woronoi, Barnes, Cunnighan, Hanni, Buhl, Moore, Costabel, Ford, Sannia, Nörlund, Nalli, Doetsch, etc., de las series simples.

BIBLIOGRAFÍA

WAUTERS, CARLOS, *El Problema del Dique San Roque*. Un folleto (17,5 × 27), 48 páginas con 6 figuras en el texto. Imprenta de la Universidad Nacional de Córdoba, 1930.

Es una tirada aparte de un artículo publicado en la *Revista de la Universidad Nacional de Córdoba*. Se trata de la conferencia pronunciada por el ingeniero Wauters en el salón de grados de dicha Universidad, el 14 de noviembre de 1930. El conferenciante ha emitido opiniones contrarias a la solución propuesta por la última Comisión designada en 1928, para estudiar este tan sonado y discutido asunto del dique. Puede tenerse la síntesis de lo dicho, leyendo la noticia bibliográfica del mismo ingeniero Wauters publicada en estos *Anales* en el número de enero próximo pasado (págs. 60 a 62).

La bibliografía del ingeniero Wauters sobre el Dique San Roque es larga y bien conocida por la tesis que ha sustentado para solucionar el problema técnico que él mismo encierra desde largo tiempo atrás.

En esta nueva contribución, ocúpase el autor de analizar bajo todos sus aspectos el reciente proyecto presentado por la comisión de ingenieros al Gobierno de Córdoba para solucionar definitivamente el problema del Dique.

En el curso de su exposición, el autor no da en detalle soluciones, ni esboza un nuevo proyecto, busca aclarar conceptos e ideas técnicas vertidas en el proyecto de referencia. No obstante, contiene puntos de vista y opiniones claramente expuestas que por su importancia merecen un comentario especial.

En la primer parte de su estudio, el autor se refiere al régimen hidrológico de la cuenca tributaria del Río Primero.

Puntualiza todas las circuntancias que le permiten declarar que hasta la fecha no se conocen con la precisión y longitud requeridas las series estadísticas de los fenómenos meteorológicos e hidrométricos que debidamente relacionados deben dar base, como es sabido, al conocimiento hidrológico de la cuenca.

Falta indudablemente en la región de la cuenca, la red pluviométrica con la densidad y calidad necesarias para deducir leyes correctas de relacionamiento entre intensidades, frecuencias y extensión que abarcan las lluvias típicas de la región y siempre indispensables para los estudios sobre crecientes — factor primordial en todo estudio de embalse — así como en general

para el conocimiento preciso de las modalidades que caracterizan a los cursos de agua.

Esta falta de conocimiento de los factores primordiales en que reposa todo problema de embalse, incapacita para deducir el régimen del funcionamiento hidráulico del pantano más apropiado al régimen hidrológico del río, y por consiguiente la proyección técnica documentada del muro en lo que respecta a su altura más conveniente.

Este es el caso que plantea el ingeniero Wauters para el Dique San Roque.

A este respecto cabe formular una pregunta ¿Esta aseveración del ingeniero Wauters y que han de compartir seguramente otros técnicos, puede limitarse en nuestro país al único caso del Dique San Roque?

La respuesta franca, es por desgracia contraria a lo que la técnica usual en esta clase de construcciones sanciona y exige para todos los problemas similares. Sin embajes, puede decirse que dicha falta de antecedentes y estudios es un defecto capital imputable a todas nuestras obras hidráulicas; por lo que las consideraciones del ingeniero Wauters deben llevar a la reflexión seria a los técnicos encargados de nuestras obras públicas.

Además, en su conferencia, el autor objeciona los procedimientos y métodos utilizados por los ingenieros de la Comisión para suplir la carencia de antecedentes hidrológicos relativos al Río Primero. Es ésta indudablemente otra cuestión fundamental, por cuanto de no ajustarse, como lo afirma el autor, las conclusiones alcanzadas en base a tales métodos a las condiciones reales y verdaderas representativas de los procesos de la naturaleza, pierde inevitablemente valor el proyecto en sí, desde que este se funda exclusivamente en aquéllas.

En otra parte de la conferencia el autor estudia la cuestión relacionada con el aprovechamiento hidroeléctrico del Río Primero y luego las finanzas del nuevo proyecto, particularizándose al final con lo relativo a la cuestión del Dique en sí. — *A. X.*

Marín Vicuña, Santiago, *El Petróleo en América (1860-1930)*. Un folleto de 33 páginas (18,5 × 25). Editorial Nascimento, Santiago de Chile, 1930.

Este folleto lleva por lema : « La independencia política de las Naciones que carecen de petróleo es una mera ficción constitucional ».

De una manera general, salvo pequeños errores, trae el autor un acopio de datos interesantes sobre legislación petrolífera de los países sudamericanos. Pero sus conclusiones no parecen siempre justas.

En particular, en cuanto a la Argentina se refiere, debemos decir que Martín de Moussy al igual que Darwin, no fueron traídos por el gobierno ; Brackebush fué contratado como profesor cuando Sarmiento creó la Academia de Córdoba ; Zuber fué traído por una empresa particular, la Compañía Mendocina de Petróleo ; y Bonarelli fué uno de los últimos geólogos traídos por la Dirección General de Minas, pero no como especialista en petróleo.

La idea dirigente en esa materia no fué sugerida por la existencia cono-

cida de zonas petroleras, sino que tuvo en vista, en general, la exploración geológica del país y con ese objeto fueron traídos varios geólogos y se adquirieron elementos de perforación, de tal modo que no es justo atribuir a la simple casualidad el descubrimiento de Comodoro Rivadavia. Esos mismos elementos puestos al servicio de idénticos propósitos permitieron, poco después, el descubrimiento de Plaza Huincul, en el Neuquén, y hasta ahora no se ha oído decir que se deba a la casualidad.

Por otra parte parece excesivo afirmar que casi todas las legislaciones están basadas en principios nacionalistas por el solo hecho de declarar que los yacimientos de minerales son bienes de la Nación. Ese principio es el que sirve de base a nuestro código de Minería y se le reprocha no haber tenido en cuenta los yacimientos de petróleo.

Lo único cierto es que, en la Argentina, el gobierno del señor Irigoyen parecía tener una tendencia ultranacionalista, y decimos que « parecía » porque no es fácil discernir si no se trataba simplemente de preparar el terreno para futuros negocios, o también crear una arma política formidable; y en Méjico quién sabe que motivos hubo para que dominara esa misma tendencia, con los resultados deplorables que el ingeniero Marín Vicuña hace resaltar, por más que, hay que reconocerlo, los abundantes yacimientos cercanos de Venezuela y Colombia, permitieron a los capitalistas, desentenderse fácilmente de los yacimientos mejicanos. Pero al fin y a la postre ¿qué significa el nacionalismo en materia de petróleo cuando, en general, por falta de industrias básicas (derivadas del aprovechamiento simultáneo del hierro y demás metales y de los combustibles) nuestros pobres países son a todas luces una dependencia económica de Europa y Norte América?

Ya sabemos que Arquímedes provisto de su palanca hubiera necesitado un tiempo infinitamente grande para causar efectos infinitamente pequeños y estamos aquí en la misma situación. Con petróleo sólo no se hace nada.

Por lo demás, no creemos en propósitos de predominio y de dominación. Estamos en presencia de fenómenos de orden puramente comercial. Los enormes capitales requeridos por la exploración y explotación del petróleo exigen que los negocios se extiendan, tanto como la posibilidad del agotamiento de determinadas zonas. Aquí se gana, allá se pierde y hay que preparar reservas para el futuro. La Argentina cuesta al capital privado más de ciento cincuenta millones de pesos y ¡quién sabe lo que le costará al gobierno sus limitadísimas exploraciones y explotaciones!

Lo que conviene a nuestro juicio es que todas las grandes empresas, puedan libremente competir en nuestro suelo y es una gran lástima que en estos momentos en que la desocupación nos amenaza tengamos substraídas a la exploración, extensas zonas, impidiendo asimismo que se gasten en el país, en salarios, en fletes ferroviarios, y en industrias conexas, los grandes capitales que de otra manera contribuirían al bienestar económico del país.

Pero, en el fondo, lo que parece interesar más al autor del trabajo, mate-

ria de la presente noticia, es el triunfo de la idea que propicia de desarrollar en su país el aprovechamiento de los esquistos bituminosos y ésto, a tal punto, que olvida el lema que encabeza su folleto, para sostener que el Perú, desde Talara, podría surtir a Chile en condiciones más económicas que los yacimientos magallánicos y que por lo tanto, hay que dirigir la vista hacia la región esquistosa situada en el centro del país y al lado de las vías férreas, es decir, hacia una incógnita económica, toda vez que falta demostrar si la explotación de esos esquistos sería factible desde este último punto de vista.

Y esto resulta tanto más curioso cuanto que, al parecer, las exploraciones emprendidas por el gobierno de Chile en el sur están en vías de dar resultados en estos momentos.

Esto no quiere decir que la idea deba abandonarse y menos aún la hidrogenación de los carbones, que también propicia el ingeniero Marín Vicuña con una clara visión del porvenir. Pero, hoy por hoy, propender a la exploración del subsuelo es obra altamenle patriótica y, agregaremos, previsora, justamente ante el avance de los petróleos sintéticos; del aprovechamiento económico de los esquistos bituminosos; y de quién sabe qué otro carburante que el porvenir pueda dispensarnos.

En cuanta a la idea de un Congreso Sud Americano de Minería propuesto por el señor Marín Vicuña, hay que apoyarla porque estos certámenes deben resultar benéficos, ya que constituyen un motivo de acercamiento para los países sudamericanos; pero en cuanto al resultado que tal Congreso puede tener, fuera de aquél, es difícil preveerlo.

El problema del petróleo es distinto en Venezuela que en la Argentina y también seguramente distinto en los demás países, de tal modo que las soluciones han de ser igualmente diversas.

Para nosotros en la Argentina, el ideal inmediato es que lleguemos cuanto antes a satisfacer nuestras necesidades en combustibles líquidos con lo cual contribuiremos a la solución de un problema económico de carácter mundial, toda vez que no hay interés en que la nafta que consumimos se recargue con fletes enormes desde los países productores y estos lo tienen en conservar el mayor tiempo posible sus reservas. — *Enrique M. Hermitte.*

Levi-Civita Tullio y Amaldi Ugo, *Meccanica Razionale,* vol I : *Cinematica. Principi, è Statica.* Segunda edición revisada y aumentada. Un tomo en 8° (15 × 24), 810 páginas con numerosas figuras en el texto. Precio 90 liras. Nicola Zanichelli. Bologna.

La primera edición de este texto de los eminentes profesores de la Universidad de Roma, data de 1922. En esta segunda, aparecida en 1930, se han introducido algunos perfeccionamientos y ampliaciones. Entre los primeros, puede, como simple ejemplo, mencionarse la teoría de la similitud mecánica que viene presentada en una forma más completa despejada y precisa; así, en la estática de los sistemas funiculares se observa que la segun-

da ecuación cardinal para un elemente genérico, es una consecuencia del principio de reacción. Puede mencionarse igualmente, una aclaración dada en la demostración de la suficiencia relativa a la condición general de equilibrio, haciendo uso del principio de los trabajos virtuales, etc.

La parte especialmente ampliada es la estática de los sistemas articulados : Después de un estudio preliminar de las condiciones necesarias para la estricta indeformabilidad con el cual aclaran los autores las condiciones analíticas que corresponden a los sistemas reticulares planos, dedican aquellas especial atención a los problemas de estática de mayor interés práctico. En los sistemas « nulos » se completa el método de Cremona, etc.

Por lo demás, puede repetirse lo ya dicho con motivo de la primera edición de estas lecciones : ellas están concebidas dentro del marco de la antigua mecánica y resultan muy interesantes, no sólo por su índole elemental, sino también, por el esmero con que han expuesto los autores los principios de sus múltiples aplicaciones a la ingeniería, a la física. a la astronomía y a la técnica. Son a la vez intuitivas y rigurosas, revelando bien las condiciones didácticas de los doctores Levi-Civita y Amaldi que han enseñado mecánica durante tantos años en Padua, Módena y Roma. — *C. C. D.*

Index Generalis (año 1930-31). Un volumen (12 × 18) con unas 2400 páginas. Edición Spes, 1931.

Acaba de aparecer un nuevo tomo de este importante anuario dirigido por el profesor R. de Montessus de Ballore. Empieza con una nómina de las universidades y grandes escuelas de Francia y sus colonias (170 págs.) Sigue otra nómina de la misma clase de establecimientos; primero referentemente al Imperio Británico (228 págs.) ; luego a los Estados Unidos de Norte América (222 págs.) y, por último, de España (40 págs.). Las demás Naciones vienen a continuación por continentes y orden alfabético (503 págs.).

Después se ocupa el anuario de los Observatorios astronómicos, Bibliotecas, Archivos, Institutos científicos, Sociedades sabias, y Academias del mundo entero, por orden alfabético (700 págs.).

La lista general de todo el personal sabio o docente de todos los países de la Tierra ocupa unas 400 páginas. Termina el libro un suplemento, unas tablas geográficas por países y otra de materias; en total unas 90 páginas.

La primera parte, relativa a las universidades y escuelas superiores, informa sobre las asignaturas enseñadas, así como los nombres de los profesores dándose detalles de utilidad. Gracias al empleo de ciertas claves, esta parte, lo mismo que la otra relativa a los Observatorios, etc., contiene el máximo de informaciones útiles con el mínimo de páginas. Las noticias dadas por el *Index* están escritas en las mismas lenguas que se hablan en los países a que se refieren, salvo las relativas a países donde el idioma es poco usual en cuyo caso se le ha reemplazado por el francés.

Las tablas que terminan el libro comprenden 60.000 personalidades científicas y literarias habiendo 65.000 citados en el cuerpo del anuario. — *C. C. D.*

ANALES DE LA ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS
FÍSICAS Y NATURALES DE BUENOS AIRES

SUR UNE CRITIQUE A DARBOUX

RELATIVE À UN THÉORÈME DE PONCELET (1)

PAR C. C. DASSEN
Ingénieur, docteur ès sciences physico-mathématiques

RÉSUMÉ

Poncelet avait établi que si deux figures d'un plan sont homographiques, on peut toujours les déplacer de façon à les rendre homothétiques. Darboux a affirmé que ce théorème tombe en défaut quand la droite à « l'infini » du plan est auto-correspondante. Eric-H. Neville observe, à son tour, que l'objection de Darboux n'est valable que dans un cas très particulier : celui où les deux figures dérivent, l'une de l'autre, par une réflexion suivie de translation et d'homothéties. Dans tous les cas restants où la droite à l'infini est commune aux deux figures, le théorème de Poncelet reste vrai, Darboux ayant omis de considérer le cas où les figures sont « affines ». L'auteur, à son tour, examine la question et trouve que l'observation de Neville est exacte, mais il signale quelques négligences dans les objections de ce professeur.

Dans son ouvrage *Principes de Géométrie Analytique* paru peu avant sa mort (2), Darboux considère deux figures homographiques d'un même plan, ayant la droite à l'infini auto-correspondante. Les formules de la transformation sont, alors, établies en coordonnées homogènes, les suivantes :

$$X = a_1x + b_1y + c_1t; \qquad Y = a_2x + b_2y + c_2t; \qquad T = t, \quad (1)$$

le déterminant $a_1b_2 - a_2b_1$ n'étant pas nul.

Il observe, ensuite, que par une convenable translation d'une des figures, on peut enlever les termes c_1t et c_2t; puis, par deux rotations subséquentes et convenables, transformer le système et le remplacer par le suivant :

$$X = ax; \qquad Y = by; \qquad T = t, \quad (2)$$

(1) Étude présentée à l'Académie dans la séance du 20 août 1927. Dans un but de vulgarisation on y a ajouté des notes la rendant plus compréhensible.

(2) Gauthier-Villars, Paris, 1917, page 62.

qui, ajoute Darboux, ne peut correspondre à une homologie que si $a = b$; alors les deux figures sont homothétiques, l'axe étant la droite à l'infini. Donc, le théorème de Poncelet qui établit que : *Si deux figures d'un plan sont homographiques on peut toujours les déplacer de façon a les rendre homothétiques,* n'est pas toujours vrai.

Or, le professeur Eric H. Neville d'Oxford, a publié dans le *Bulletin des Sciences Mathématiques* (1) un article où il observe que la conclusion de Darboux est inexacte, car dit-il « Comme toute autre droite, la droite à l'infini peut se conserver, soit en étant l'axe de l'homologie, *soit en passant par le centre de l'homologie* » cette dernière circonstance ayant été oubliée par Darboux.

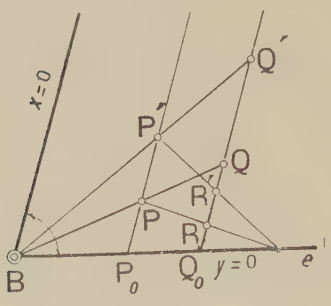


Figure 1

Pour justifier cette observation, Neville considère directement le cas d'affinité :

Soit (fig. 1) e l'axe de l'affinité. Rapportons la figure à un système de coordonnées cartésiennes dont l'axe des x coïncide avec e, et celui des y avec la direction de l'affinité. Soient P, P′; Q, Q′; R, R′, des paires de points qui se correspondent. Nous avons, alors :

$$x = \mathrm{BP}_0 = \mathrm{X}; \qquad y = \mathrm{P}_0\mathrm{P}; \qquad \mathrm{Y} = \mathrm{P}_0\mathrm{P}',$$

$$\frac{\mathrm{P}_0\mathrm{P}'}{\mathrm{P}_0\mathrm{P}} = \frac{\mathrm{Q}_0\mathrm{Q}'}{\mathrm{Q}_0\mathrm{Q}} = \text{constante} = k.$$

Les formules de transformation, en coordonnés homogènes sont, conséquemment :

$$\mathrm{X} = x, \qquad \mathrm{Y} = ky, \qquad \mathrm{T} = t. \tag{3}$$

Donc, dans cette transformation, les abscisses ne changent pas, tandis que les ordonnées sont multipliées par un facteur constant.

Comparant ces formules (3) aux (1) on peut dire que la conclusion de Darboux est erronée puisque l'on a, dans (3), $a = 1$; $b = k$, et cependant, il s'agit bien d'une homologie.

Mais, avant de tirer cette conclusion, il faut s'entendre.

Par définition, les formules qui déterminent une homologie, en coordonnées homogènes ou trilinéaires, sont les suivantes :

$$\mathrm{X} = x, \qquad \mathrm{Y} = y, \qquad \mathrm{T} = ax + by + ct. \tag{4}$$

(1) Numero d'août 1926, page 237.

Que ces formules contiennent les (3) comme cas particulier, cela ne fait aucun doute : il suffit de poser, dans (4), $a = 0$; $c = 0$ et de changer la notation en substituant y par t, et vice-versa. Dans la transformation (3), le centre de l'homologie est le sommet C du triangle fondamental; les équations de C sont :

$$x = 0, \qquad y = 0.$$

Quant à l'axe de l'homologie du système (4), son équation est (1) :

$$ax + by + (c - 1)\,t = 0.$$

(1) Nous rappelons que les points « unis » ou « doubles » ou « auto-correspondants » de l'homologie remplissent le condition

$$X = \rho x; \qquad Y = \rho y; \qquad T = \rho t$$

puisque l'on a, alors,

$$x : y : t = X : Y : T.$$

D'après cela, si l'on tient compte des formules (4) de la transformation on aura pour les points en question,

$$x(1 - \rho) = 0; \qquad y(1 - \rho) = 0; \qquad ax + by + (c - \rho)\,t = 0.$$

Si $\rho = 1$, on remplit ces conditions en faisant

$$ax + by + (c - 1)\,t = 0.$$

C'est l'équation d'une droite constituée par des points tous « doubles »; c'est l'*axe de l'homologie*.

Si ρ n'est pas égal à 1, il faut, pour remplir la condition, que l'on ait

$$x = 0; \qquad y = 0; \qquad \rho = c.$$

C'est l'équation du sommet C du triangle de référence.

L'axe de l'homologie est, ainsi, une droite autocorrespondante et tous ses points sont aussi autocorrespondants. Toute droite qui contient le centre de l'homologie est également « double » mais elle n'a que deux points doubles, à savoir : le centre, et son intersection avec l'axe. Il n'y a pas d'autres droites doubles.

En effet, puisque une droite quelconque, $px + qy + rt = 0$ se transforme en

$$px + qy + r\,\frac{(t - ax - by)}{c} = 0,$$

pour qu'elle résulte « double » il faudrait que cette dernière équation, multipliée par un coéfficient, non nul, ρ, fut identique à la première. Ceci nous conduit à la condition :

$$(px + qy)(\rho - 1) + rt\,\frac{\rho - c}{c} - \frac{r}{c}(ax + by)\,\rho = 0.$$

Si $\rho = 1$ il faudra que l'on ait $ax + by + (c - 1)\,t + 0$, équation de l'axe. Si ρ n'est pas 1 il faudra alors que l'on ait $x = 0$; $y = 0$; $\rho = c$, équation du centre qui appartient ainsi à toutes les droites doubles hors l'axe. Si l'on emploie des nombres complexes, les droites « isotropes » et les points « cycliques » résultent également « doubles ». Nous reviendrons plus loin sur cette dernière question.

Si on l'adopte (en coordonnées trilinéaires qui comprennent, comme cas particulier, les coordonnées homogènes) $t = 0$, pour côté du triangle de référence, ce qui exige que l'on pose $a = b = 0$, les formules de la transformation deviennent, plus simplement

$$X = x, \qquad Y = y, \qquad T = ct \tag{5}$$

ou les équivalentes

$$X = kx, \qquad Y = ky, \qquad T = t. \tag{6}$$

Dans de telles conditions, une homologie plane est caractérisée par la possibilité de *conserver identiques deux des trois coordonnées trilinéaires*. Le lieu qui correspond à l'annulation de la coordonnée restante, est le côté du triangle de référence qui sert d'axe à l'homologie. Le centre de cette dernière étant le sommet opposé à ce côté. Les observations appliquées aux formules (3) font bien voir qu'elles remplissent de telles caractéristiques en prenant maintenant ces formules dans toute leur généralité, c'est-à-dire, indépendamment de l'exemple qui a servi pour les établir au moyen de coordonnées cartésiennes homogènes. Les formules (2) présentent également ces caractères quand on y fait $a = b$, car, alors, elle sont du type (6) qui peut se remplacer par le type (5). Dans (3) l'axe est le côté $y = 0$ du triangle des coordonnées; dans (6), (5) ou (2) [pour $a = b$] c'est le côté $t = 0$, sans que nous ayons à nous occuper de savoir si ce côté est ou non la droite à « l'infini » du plan. La façon dont on a déduit (3) suppose que la droite à « l'infini » ou « impropre » du plan, a pour équation $t = 0$: elle ne pouvait donc pas être l'axe de l'homologie. Au contraire, la démonstration donnée par Darboux suppose que la droite « impropre » est, justement, $t = 0$, axe de l'homologie.

Retournons maintenant aux formules générales (5) et (6), pour lesquelles le côté $t = 0$ du triangle de référence est l'axe de l'homologie; et supposons que l'on veuille faire la transformation de telle sorte que la droite à « l'infini » du plan soit autocorrespondante dans cette homologie. Nous avons rappelé, au bas de la note (1) de la page 43 que les droites « doubles » d'une homologie sont, d'un côté : l'axe, de l'autre : le faisceau d'origine au centre de l'homologie. Il y a donc deux manières de faire que la droite « impropre » soit autocorrespondante. Si nous la voulons sous forme d'axe, il faut alors la prendre pour côté $t = 0$ du triangle des coordonnées. La veut-on, par contre, comme droite du faisceau en question? Il faudra alors considérer comme étant à l'infini, le sommet C du triangle de référence, sommet

qui est le centre de l'homologie. Il nous conviendra alors de prendre la droite « impropre » pour un des deux côtés du triangle qui passent par C soit : $x = 0$ ou $y = 0$. Dans l'un ou l'autre cas, il nous faudra interpréter les valeurs x, y, t comme étant les coordonnées homogènes du système cartésien, d'origine C dans le premier cas (homothétie), d'origine A (ou B), dans le seconde cas (affinité) [1].

[1] Nous rappelerons également ici que l'emploi du système de coordonnées trilinéaires est tout indiqué quant il existe, dans les figures que l'on étudie, des éléments fondamentaux qui forment un triangle, il est alors évidemment avantageux de prendre ce triangle pour celui de référence. Mais, de même que dans une transformation homographique la droite à l'infini du plan est transformé en une autre située dans le fini, le fait inverse peut se produire, et on est alors conduit à considérer un triangle de référence qui a un côté (et partant, deux sommets) à « l'infini ». Il n'y a pas alors véritablement de triangle, ni possibilité de l'employer pour l'étude de la figure. Dans ce cas il faut avoir recours aux coordonnées cartésiennes homogènes.

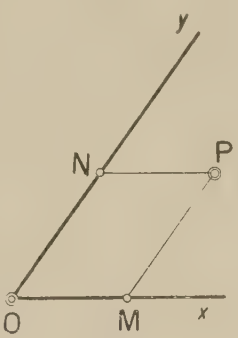


Figure 2

Si $\overline{PM}$ et $\overline{PN}$ indiquent, respectivement, les distances d'un point P aux deux côtés du triangle qui sont restés dans le fini, l'on aura, en désignant par x, y, t les coordonnées cartésiennes homogènes de P :

$$x : y : t :: \overline{PN} : \overline{PM} : 1$$

en supposant $\overline{PM}$ et $\overline{PN}$ mesurées parallèlement aux axes des coordonnées (fig. 2). On tire alors :

$$x' = \overline{PN} = \frac{x}{t}; \qquad y' = \overline{PM} = \frac{y}{t};$$

de sorte que t ne peut s'annuler. Mais l'équation linéaire

$$ax + by + ct = 0$$

représente une droite coupant les axes aux distances $-\frac{c}{a}, -\frac{c}{b}$ de l'origine O; si on y fait $b = c = 0$, ou bien $a = c = 0$, on obtient, respectivement, les équations $x = 0$, $y = 0$, des axes de coordonnées.

En y faisant, maintenant, $b = a = 0$, on a $t = 0$ et les distances $-\frac{c}{a}, -\frac{c}{b}$, deviennent infiniment grandes, et c'est justement pour cela que l'on est conduit à dire que l'équation $t = 0$ représente la droite à « l'infini » du plan, ou la droite « impropre » du plan; tous ces termes n'ayant d'autre but que de simplifier le langage. Et c'est aussi par cette même fiction que l'on assimile le système de coordonnées homogènes au trilinéaire en disant que le premier est un cas particulier du second qui correspond à avoir le côté $t = 0$ à « l'infini » du plan. Du reste on s'aperçoit aisément que le système de coordonnées cartésiennes homogènes et le système trilinéaire ont même contexture dans la manipulation des coor-

Dans le premier cas les coordonnées cartésiennes courantes d'un point P de la première figure sont

$$x' = \frac{x}{t}; \qquad y' = \frac{y}{t}.$$

Le point P′ correspondant, aura comme coordonnées cartésiennès courantes

$$X' = \frac{X}{T}; \qquad Y' = \frac{Y}{T}.$$

données. Ainsi, quand dans ce dernier, le côté $t = 0$ est la droite à l'infini, tous les points P ont, par rapport à ce côté, des distances infiniment grandes; ils ont, on peut dire, leur coordonnée t de même valeur (infiniment grande). De même dans l'autre système, on peut dire que la troisième coordonnée t est prise pour unité ($x : y : z :: \overline{PM} : \overline{PN} : 1$) et la considérer comme égale pour tous les points. Quant aux deux autres côtés du triangle de référence, nous avons, pour le système trilinéaire normal : $\overline{PM} = \frac{x}{k}$; $\overline{PN} = \frac{y}{k}$. (Les coordonnées *normales* sont proportionnelles aux distances du point aux côtés du triangle de référence. De même dans le système cartésien homogène : $\overline{PM} = \frac{y}{t}$; $\overline{PN} = \frac{x}{t}$, en mesurant parallèlement aux axes, de sorte que, dans ce dernier système, la coordonnée t joue le rôle de k dans l'autre, car le changement de x par y, et *vice-versa*, ainsi que l'orientation des segments $\overline{PM}$ et $\overline{PN}$ sont de simples question de détail. On peut, du reste, considérer une droite d parallèle au côté AB du triangle de référence à la distance quelconque $\overline{PE}$ prise pour unité de mesure, il en résulte pour *tous* les points de cette droite, que

$$x : y : t :: \overline{PM} : \overline{PN} : 1$$

ce qui fait bien voir que la manipulation des coordonnées cartésiennes homogènes de tous les points de celle droite se fera exactement comme celle des coordonnées trilinéaires sauf le sens geométrique différent de t.

De tout ce qui vient d'être observé, découle que si l'on a obtenu des formules qui expriment des propriétés d'une certaine figure plane rapportée à un triangle de référence déterminé par les éléments essentiels de la figure même, quand cela est possible, et si, ensuite, une circonstance quelconque, chasse à l'infini un de ces côtés du triangle fondamental, les mêmes formules peuvent servir toutefois en tenant compte des faits. Ainsi, si ce côté rendu « impropre » est celui $t = 0$, et si, quand il étaitdans le fini, les rapports $\frac{x}{t}$, et $\frac{y}{t}$ signifiaient les rapports des distances d'un point aux côtés $x = 0$, $t = 0$ et $y = 0$, $t = 0$ (ou ceux de ces distances multipliées ou divisées par un facteur de proportionnalité), alors, quand ce côté $t = 0$ est « impropre » on pourra considérer ces rapports comme étant des coordonnées cartésiennes homogènes du point, rapporté au système d'axes cartésiens constitués par les autres deux côtés du triangle (sans oublier, évidemment, les coefficients de proportionnalité adoptés, ni la notation). Du reste, analytiquement, comme il est bien su, x, y, t jouent le même rôle,

Et tenant compte des formules (6) de la transformation

$$X' = kx', \qquad Y' = ky'$$

c'est-à-dire, donc, que les coordonnées d'un point résultent augmentées proportionnellement de la même quantité.

Les figures sont alors homothétiques (fig. 3).

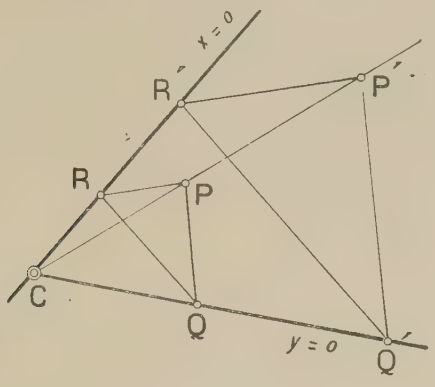


Figure 3

Dans l'autre cas, si l'on suppose que le côté $y = 0$ est « impropre », les coordonnées cartésiennes d'un point P, sont :

$$x' = \frac{x}{y}; \qquad t' = \frac{t}{y},$$

et celles du point correspondant P'

$$X' = \frac{X}{Y}; \qquad T' = \frac{T}{Y}.$$

Tenant compte des expressions

$$X' = x', \qquad T' = kt',$$

on peut écrire

$$X = x, \qquad T = kt, \qquad Y = y.$$

Les abscisses de deux points correspondants restent ainsi invariables tandis que les ordonnées sont multipliées par un facteur constant : c'est le cas de l'affinité (fig. 1) consideré par M^r Neville. L'objection de ce dernier n'a donc pas d'importance si l'on ne se base que sur les formules (2) et (3).

Cela veut dire que ce n'est pas parce que Darboux a négligé le cas

de « l'affinité » que son observation au théorème manque de fondement. Il termine, il est vrai, son raisonnement en disant que « si a égale b on aura une homothétie » ce qui implique qu'il ne tient compte que du cas où la droite à « l'infini », qui est « double » dans sa démonstration, est l'axe, négligeant ainsi de considérer le cas de « l'affinité »; mais il pouvait tout aussi bien en tenir compte, il suffisait, pour cela que, après avoir établies les formules (1), il eut ajouté cette phrase : « pour qu'il s'agisse d'une homologie il faut que deux des coefficients a, b, 1, soient égaux ce qui n'arrivera pas en général. Si $a = b$ nous aurons une homothétie; si $a = 1$ ou $b = 1$ une affinité ». Avec cette phrase l'objection de Neville tombait à faux, et, cependant, comme il résulte de la partie finale de l'article de ce dernier, la critique faite par Darboux à Poncelet n'est réellement pas fondée.

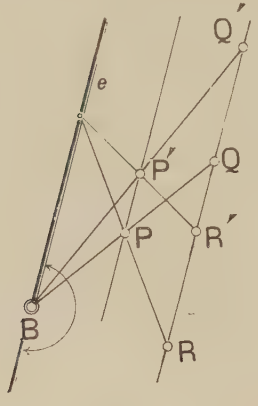


Figure 4

Et cette distraction de Neville est confirmée par la partie de son article où, après avoir ainsi dit sans fondement sérieux que, dans le cas de l'affinité les formules de Darboux sont fausses il ajoute aussitôt : « Maintenant nous pouvons aborder une question que je dois a mon ami le professeur G. H. Hardy. Y a-t-il rien de vrai dans la critique que Darboux a faite à Poncelet, vu qu'elle est en faute dans les cas les plus simples? Eh bien! c'est seulement alors que Neville aborde ce qui est véritablement fondé dans son intéressant article, d'où résulte que, en effet, Darboux a tiré trop précipitamment sa conséquence.

Avant d'exposer cette partie de la question, il convient de compléter l'étude de l'affinité rappelée plus haut.

Il pourrait arriver que l'axe de l'affinité eut la direction même de cette dernière (fig. 4). Dans ce cas les deux côtés du triangle de référence qui ont le sommet B (fig. 1) se confondraient, l'angle B serait de 180°; on ne pourrait donc plus prendre ces côtés comme axes des coordonnées cartésiennes. Considerons ces côtés confondus comme axe de t; et, comme axe des x, une droite perpendiculaire à la précédente (fig. 5). Si A et A′ sont deux points correspondants on aura :

$$X = \overline{OA_0} = x; \qquad \frac{\overline{A'A}}{\overline{OA_0}} = \frac{\overline{B'B}}{\overline{OB_0}} = \text{constante} = q,$$

$\therefore$

$$\frac{T - t}{x} = q.$$

Les formules de la transformation sont, donc, les suivantes :

$$X = x, \qquad T = t + qx. \tag{7}$$

Et réciproquement, il est manifeste que toute transformation qui s'exprime, ou peut s'exprimer par ces formules, est une affinité du type particulier en question.

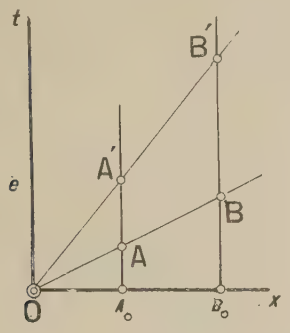


Figure 5

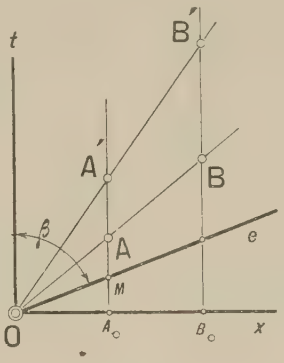


Figure 6

Ces formules doivent, naturellement, pouvoir se déduire de celles relatives au cas général de l'affinité considérée plus haut. Soient (fig. 6) e l'axe de l'affinité, β l'angle que cet axe forme avec l'axe des t. Nous aurons, sans difficulté :

$$\overline{A_0A'} = T; \qquad A_0A = t; \qquad \overline{OA_0} = x = X$$

$$MA_0 = OA_0 \operatorname{ctg} \beta = x \operatorname{ctg} \beta$$

$$MA' = \overline{A_0A'} - \overline{MA_0} = T - x \operatorname{ctg} \beta$$

$$MA = \qquad\qquad = t - x \operatorname{ctg} \beta.$$

Donc, en désignant par k le rapport $\overline{MA'} : \overline{MA}$ on a

$$\frac{T - x \operatorname{ctg} \beta}{t - x \operatorname{ctg} \beta} = k$$

$\therefore$

$$T = x \operatorname{ctg} \beta (1 - k) + kt.$$

Quand β tend vers 180°, k tend vers 1; le produit $\operatorname{ctg} \beta (1 - k)$ doit pourtant toujours avoir une valeur déterminée; si on désigne par

q cette valeur à la limite, quand $\beta = 0$ on obtient des formules telles que les (7).

Nous avons rappelé au début de cet article que, si l'on part de la transformation (1), Darboux, au moyen d'une translation et de deux rotations convenables (1) place les figures l'une par rapport à l'autre, de telle façon que les formules de la transformation sont, alors, les (2), c'est-à-dire :

$$X = ax, \qquad Y = by, \qquad T = t.$$

Comme, dans le cas traité, la droite à l'infini est « double »; nous pouvons, d'après ce qu'il a été rappelé par la note (1) de la page 45, considerer que, dans le formules précédentes, x, y, X, Y, sont les coordonnées cartésiennes courantes des points des deux figures rapportées au systèmes d'axes de coordonnées $x = 0$, $y = 0$.

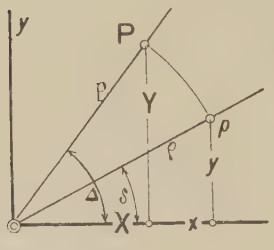


Figure 7

Au moyen des mouvements indiqués, on n'arrivera donc pas, en général, à rendre les figures homologiques, puisqu'il faudrait, pour cela, que $a = b$ (homothétie); ou que a ou b eussent la valeur 1 (affinité). Mais on peut, par la rotation additionnelle d'une des figures, obtenir, comme le démontre Neville, que a (ou b) deviennent égal à 1. Sans suivre Neville tout à fait à la lettre, nous allons indiquer comment il est possible de réaliser cette rotation additionnelle.

A fin de simplifier l'écriture, nous désignerons, dans ce qui suit, avec des lettres minuscules tout ce qui est relatif à la première figure (x, y, t); et avec les majuscules correspondantes ce qui a trait à la seconde figure (X, Y, T). Comme il s'agit de coordonnées cartésiennes, on peut supposer que l'angle des axes est de 90°. S'il n'en était pas ainsi les expressions seraient plus compliquées sans que cela fasse varier les résultats.

Considérons, alors, une paire de points correspondants p et P (fig. 7), ayant comme coordonnées cartésiennes respectives : x, y, $X = ax$, $Y = by$, ce qui suppose que l'origine O est « double » ou autocorrespondant. Désignons par ρ et P, par δ et Δ, respectivement, les longueurs et les inclinaisons, par rapport à l'axe des x des vecteurs $\overline{Op}$ et $\overline{OP}$. Si k indique le rapport $\frac{P}{\rho}$, c'est-à-dire, l'amplification que la transformation fait

(1) *Géométrie Analytique,* pages 62 à 64.

éprouver au vecteur considéré de la première figure, on aura sans difficulté :

$$P^2 = X^2 + Y^2 = a^2x^2 + b^2y^2 = \rho^2 (a^2 \cos^2 \delta + b^2 \sin^2 \delta)$$

$\therefore$

$$k^2 = a^2 \cos^2 \delta + b^2 \sin^2 \delta. \tag{8}$$

Si, pour une certaine direction, on doit avoir $\rho = P$, c'est-à-dire, $k = 1$; il faudra que

$$a^2 \cos^2 \delta + b^2 \sin^2 \delta = 1$$

donc, pour cette direction, l'angle δ a une valeur telle que

$$\operatorname{tang}^2 \delta = \frac{1 - a^2}{b^2 - 1}, \tag{9}$$

et alors, comme l'on a

$$\operatorname{tang} \Delta = \frac{Y}{X} = \frac{by}{ax} = \frac{b}{a} \operatorname{tang} \delta, \tag{10}$$

il en ressort que

$$\operatorname{tang}^2 \Delta = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \frac{1 - a^2}{b^2 - 1}. \tag{11}$$

Donc, pour les inclinaisons

$$\operatorname{tang} \delta = \pm \sqrt{\frac{1 - a^2}{b^2 - 1}}, \tag{12}$$

les longueurs ne seront pas altérées, de sorte que, en donnant à l'une des figures une rotation $\psi = \Delta - \delta$ autour de O de façon à faire coïncider $\overline{OP}$ avec $\overline{Op}$, et en prenant la droite de la coïncidence comme axe des abscisses, la transformation nouvelle comportera déjà la condition $X = x$. Les double signe de tang δ correspond à des rotations symétriques qui n'offrent pas de différence essentielle; nous pouvons dorénavant ne considérer, donc, que le signe positif.

Voyons maintenant si les figures ainsi placées sont réellement affines; pour cela il faut qu'il existe une direction θ, relative à la première figure, considérée avant la rotation complémentaire ψ, telle que cette rotation la fasse coïncider avec Θ, correspondante de θ; et il ne doit y en avoir qu'une.

En établissant la condition on trouve, d'accord aux formules (10) :

$$\operatorname{tang} \theta = \frac{a}{b} \operatorname{tang} \Theta = \operatorname{tang} (\Theta - \psi)$$

$$\frac{a}{b} \operatorname{tang} \Theta = \frac{\operatorname{tang} \Theta - \operatorname{tang} \psi}{1 + \operatorname{tang} \Theta \operatorname{tang} \psi}, \tag{13}$$

équation de deuxième degré en tang Θ, comme il le fallait puisque une solution est déjà tang Δ. Si nous désignons par Θ l'autre solution, une propriété bien connue des équations de deuxième degré, le terme indépendant étant ici, $\frac{b}{a}$, nous permet d'écrire

$$\text{tang } \Delta \text{ tang } \Theta = \frac{b}{a} = \frac{\text{tang } \Delta}{\text{tang } \delta} \tag{14}$$

$\therefore$

$$\text{tang } \Theta = \frac{1}{\text{tang } \delta} \tag{15}$$

et comme

$$\Theta - \theta = \psi = \Delta - \delta$$

il en résulte

$$\begin{aligned} \theta &= 90 - \Delta \\ \delta &= 90 - \Theta. \end{aligned} \tag{16}$$

Les conditions requises pour l'affinité existent donc bien. Il convient alors de prendre, comme axes des ordonnées, cette direction θ, pour laquelle la modification des longueurs $Y = ky$ est, en vertu de la formule (8), fixée par le coefficient k d'après l'expression

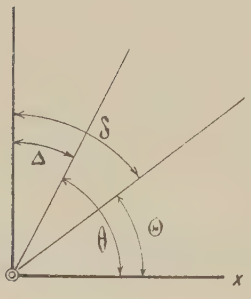


Figure 8

$$k^2 = a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta = a^2 \sin^2 \Delta + b^2 \cos^2 \Delta.$$

Les figures étant ainsi disposées et rapportées à des axes orientés suivant les directions δ et θ par rapport au primitif axe de l'x (fig. 8), il est aisé d'appliquer les formules courantes relatives au changement de coordonnées (1) ét de vérifier que la transformation a bien pour équations

$$X = x; \qquad Y = ky; \qquad T = t; \tag{17}$$

(1) Ces formules sont, pour le cas (fig. 9) :

$$x' = \frac{x \sin \theta}{\sin (\theta + \delta)} - \frac{y \cos \delta}{\sin (\theta + \delta)}; \qquad y' = \frac{x \sin \delta}{\sin (\theta + \delta)} + \frac{y \cos \delta}{\sin (\theta + \delta)}.$$

Un point de la figure que nous supposons tourner, avait, avant cette opération, eu la supposant rapportée à des axes de direction Δ et Θ, les coordonnées

rendant à x, y, t, X, Y, Z, le sens des coordonnées cartésiennes homogènes.

$$X' = \frac{X \sin \Theta}{\sin (\Delta + \Theta)} - \frac{Y \cos \Theta}{\sin (\Theta + \Delta)} = \frac{a \sin \Theta}{\sin (\Theta + \Delta)} x - \frac{b \cos \Theta}{\sin (\Theta + \Delta)} y$$

$$Y' = \frac{a \sin \Delta}{\sin (\Theta + \Delta)} x + \frac{b \cos \Delta}{\sin (\Theta + \Delta)} y.$$

Et comme, après la rotation, les directions Θ et Δ se confondent avec les δ et θ respectivement, les coordonnées finales relativement à ces dernières directions sont aussi X′ et Y′.

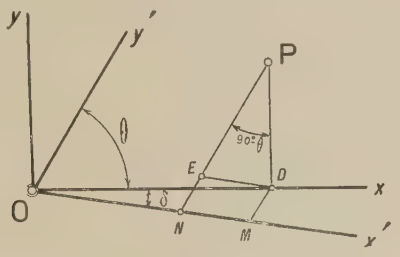


Figure 9

$$x' = ON = OM - MN = OM - ED$$
$$= x \frac{\sin \theta}{\sin (\theta + \delta)} - y \frac{\cos \theta}{\sin (\theta + \delta)}$$
$$y' = PN = DM + PE$$
$$= x \frac{\sin \delta}{\sin (\theta + \delta)} + y \frac{\cos \delta}{\sin (\theta + \delta)}$$

Tenant compte des formules (16), c'est-à-dire :

$$\theta = 90° - \Delta; \qquad \Theta = 90° - \delta; \qquad \theta + \Delta = \Theta + \delta,$$

ainsi que

$$X = P \cos \Delta = ax = a\rho \cos \delta$$

et que pour la direction δ on a $P = \rho$, on obtient :

$a \cos \delta = \cos \Delta$, c'est-à-dire, également, $a \sin \Theta = \cos \Delta = \sin \theta$,

$b \sin \delta = \text{sen } \Delta$, soit, de même, $b \cos \Theta = \sin \Delta = \cos \theta$.

Et comme pour la direction θ l'on a $P = k\rho$, il vient

$a \cos \theta = k \cos \Theta$, c'est-à-dire, $a \sin \Delta = k \cos \Theta = k \sin \delta$,

$b \sin \theta = k \sin \Theta$, soit, $b \cos \Delta = k \sin \Theta = k \cos \delta$.

Tenant compte de toutes ces relations, il est facile de voir que les formules de la transformation sont, finalement :

$$X' = x', \qquad Y = ky', \qquad T' = t'.$$

Il est du reste évident que les formules finales qui lient les abscisses et les

Il pourrait se faire que les deux solutions de l'équation (13) fussent égales. On aurait alors $\hat{\delta} = \theta$ et comme l'on a aussi

$$X = P\cos\Delta; \qquad ax = P\cos\Delta; \qquad a\rho\cos\hat{\delta} = P\cos\Delta;$$
$$Y = P\sin\Delta; \qquad by = P\cos\Delta; \qquad b\rho\sin\hat{\delta} = P\sin\Delta;$$

puisque, dans cette direction, on a $P = \rho$, il en résulte

$$\cos\Delta = a\cos\hat{\delta} \tag{18}$$

et de même, pour la direction θ

$$\sin\Theta = b\sin\theta$$

et comme

$$\Theta = 90 - \hat{\delta} \qquad \text{et} \qquad \theta = 90 - \Delta$$

on aura finalement

$$\cos\hat{\delta} = b\cos\Delta. \tag{19}$$

Les relations (18) et (19) donnent

$$ab = 1.$$

Les formules (19) se changent en

$$\operatorname{tang}^2\Delta = \operatorname{tang}^2\Theta = \frac{b^2}{ab} = b^2$$

$$\operatorname{tang}\Delta = b,$$

par conséquent

$$\operatorname{tang}\hat{\delta} = \frac{a}{b}\operatorname{tang}\Delta = a.$$

L'angle de rotation

$$\varphi = \hat{\delta} - \Delta = 90° - \Delta - \Delta = 90° - 2\Delta = 2\hat{\delta} - 90°.$$

Il s'agit alors, évidemment, d'une affinité dont la direction coïncide avec celle de l'axe.

Ceci résulte aussi du calcul suivant :

ordonnées correspondantes des deux figures, doivent être linéaires, et comme l'origine et la droite à l'infini sont autocorrespondantes, on doit avoir :

$$X = a_1x + b_1y; \qquad Y = a_2x + b_2y,$$

et puisque, pour la direction de l'axe des x, il faut que $X_1 - X_2 = x_1 - x_2$, il faut aussi que $a_1 = 1$, $b_1 = 0$. Pour l'autre direction il faut que $Y_2 - Y_1 = k(y_2 - y_1)$ ce qui entraine $a_2 = 0$, $b_2 = k$. Les formules de la transformation doivent donc avoir la forme des formules (17).

Puisque les formules de l'homographie en question sont :

$$X = x \operatorname{tang} \delta; \qquad Y = y \operatorname{ctg} \delta, \tag{20}$$

la circonférence c, d'équation

$$x^2 + y^2 = 1$$

se transforme en l'ellipse (fig. 10) d'équation

$$\frac{X^2}{\operatorname{tang}^2 \delta} + \frac{Y^2}{\operatorname{ctg}^2 \delta} = 1.$$

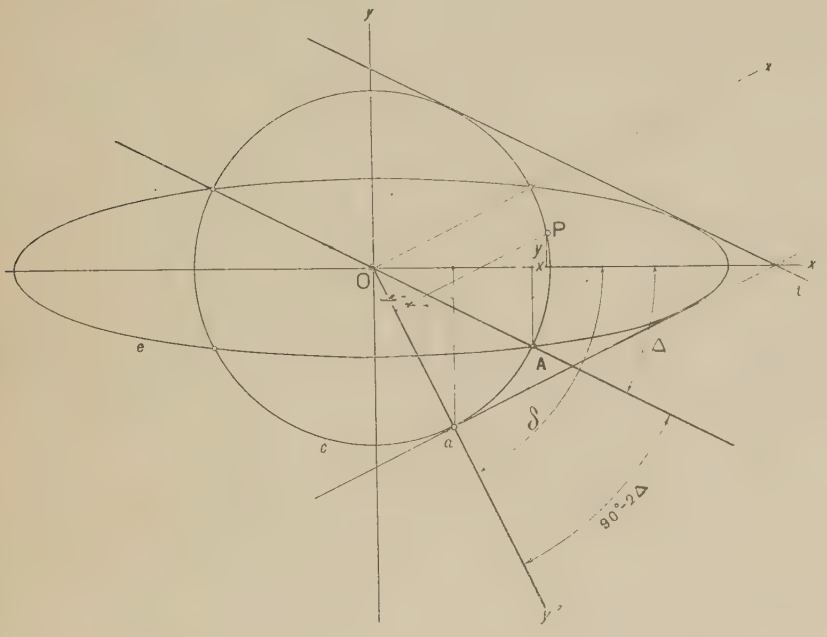


Figure 10

(Dans la figure (10) on a fait $\operatorname{tang} \delta = 2$).

Si A est un des points d'intersection de ces deux courbes, en le supposant appartenant a e, il lui correspond un point, par exemple, a, de c, tel qu'à la direction Oa qui forme l'angle δ avec Ox, il lui corresponde la direction OA, qui forme avec Ox l'angle Δ; et que l'angle $\varphi = \sphericalangle AOa$ qui est celui qu'il faut donner à OA pour le porter sur Oa, ait la valeur $\sphericalangle AOa = 90° - 2\Delta = 2\delta - 90°$. Si le système de la circonférence (système des x, y) est rapporté à des axes orthogonaux de coordonnées cartésiennes ayant la droite Oa comme axe des ordon-

nées y', les formules de changement de coordonnées donnent pour x' et y' d'un point P,

$$\begin{aligned} x' &= x \sin \delta + y \cos \delta \\ y' &= x \cos \delta - y \sin \delta. \end{aligned} \tag{21}$$

De même, si le système de l'ellipse (système des X et Y) est rapporté à un autre de coordonnées cartésiennes orthogonales ayant OA pour axes des ordonnées Y', nous aurons

$$X' = X \sin \Delta + Y \cos \Delta$$

$$Y' = X \cos \Delta - Y \sin \Delta.$$

Si l'on tient compte des formules de la transformation

$$X = x \operatorname{tang} \delta = x \operatorname{ctg} \Delta$$

$$Y = y \operatorname{ctg} \delta = y \operatorname{tang} \Delta$$

et que

$$\delta + \Delta = 90°,$$

ainsi que, une fois la rotation de valeur

$$\varphi = \delta - \Delta = 2\delta - 90°,$$

effectuée, les coordonnées du système de l'ellipse, prises relativement au système auquel on a rapporté la circonférence, doivent être, justement, les x' et y' récemment écrites, nous pouvons aisément constater que

$$\begin{aligned} X' &= X \sin \Delta + Y \cos \Delta = x \operatorname{tang} \delta \sin \Delta + y \operatorname{ctg} \delta \cos \Delta \\ &= x \sin \delta + y \cos \delta = x' \end{aligned}$$

$$Y' = x \operatorname{tang} \delta \cos \Delta - y \operatorname{ctg} \delta \sin \Delta = \frac{x \sin^2 \delta}{\cos \delta} - y \frac{\cos^2 \delta}{\sin \delta}$$

et, d'après les formules (21)

$$\frac{Y' - y'}{x'} = \frac{\cos 2\delta}{\sin \delta \cos \delta} = -2 \operatorname{ctg} 2\delta = q \,(1)$$

$$Y' = y' + qx'. \tag{22}$$

(1) On peut aussi déduire cette expression en remarquant que la distance d (c'est-à-dire la valeur x' des formules précédentes) d'un point P, de coordonnées x, y, à une droite (la Oa) qui passe par l'origine des coordonnées et forme l'angle δ avec l'axe des abscisses, est, d'après la formule bien connue

$$d = y \cos \delta + x \sin \delta \tag{a}$$

et que, d'autre part, la rotation de l'angle $2\delta - 90°$, transforme les coordonnées

Si l'on compare cette formule avec la (7) il résulte que l'homographie

$$X = x \operatorname{tang} \hat{\delta}, \qquad Y = y \operatorname{ctg} \hat{\delta}, \qquad T = t,$$

se réduit effectivement à une rotation d'angle $2\hat{\delta} - 90°$ suivie d'une affinité dont l'axe forme avec celui des x, l'angle $\hat{\delta}$, la directon de l'affinité étant la même que celle de l'axe, et le rapport q entre le déplacement que cette affinité fait éprouver à un point et la distance de ce même point à l'axe, a, comme valeur arithmétique, 2 ctg $2\hat{\delta}$.

L'examen de la figure 10 suffit pour montrer que la particularité de ce cas provient du parallèlisme existant entre les tangentes t et les cordes OA communes aux deux courbes passant par leur centre.

La nature du problème général traité plus haut, indique que sa solution dépend de la position que lés cordes communes en question, ont relativement à l'axe de l'ellipse (axe des x); car ces cordes déterminent la direction Δ des éléments de la seconde figure (le système de la circonférence) pour laquelle se maintiennent sans changement, les longueurs correspondantes de la première. L'autre direction, rela-

X, Y du point correspondant a (x, y), en de nouvelles coordonnées X', Y', telles que

$$X' = X \sin 2\hat{\delta} - Y \cos 2\hat{\delta}$$
$$Y' = X \cos 2\hat{\delta} + Y \sin 2\hat{\delta}. \qquad (b)$$

$\therefore \frac{Y'-y}{X'-x} = \operatorname{tg}\delta$; $\left(\therefore \text{cas fig. 4}\right)$

Le point est alors aligné avec son homologue dans la direction de l'affinité et la distance qui les sépare, c'est-à-dire, le déplacement que l'affinité fait éprouver à ce point dans la direction de cette affinité est :

$$\varepsilon = \frac{X' - x}{\cos \hat{\delta}} = \frac{Y' - y}{\sin \hat{\delta}}.$$

Si l'on effectue les calculs en remplaçant X' ou Y' par ses valeurs (b), l'on obtient

$$\varepsilon = \frac{X' - x}{\cos \hat{\delta}} = \frac{X \sin 2\hat{\delta} + Y \cos 2\hat{\delta} - \dfrac{X}{\operatorname{tang} \hat{\delta}}}{\cos \hat{\delta}} = X \left(2 \sin \hat{\delta} - \frac{1}{\sin \hat{\delta}}\right) + Y \frac{\cos 2\hat{\delta}}{\cos \hat{\delta}}$$

$$= \frac{-\cos 2\hat{\delta}}{\sin \hat{\delta} \cos \hat{\delta}} (X \cos \hat{\delta} + Y \sin \hat{\delta}) = \frac{-\cos 2\hat{\delta}}{\sin \hat{\delta} \cos 2\hat{\delta}} (y \cos \hat{\delta} + x \sin \hat{\delta}).$$

Par conséquent

$$q = \frac{\varepsilon}{d} = \frac{-\cos 2\hat{\delta}}{\sin \hat{\delta} \cos \hat{\delta}} = 2 \operatorname{ctg} 2\hat{\delta}.$$

Inversement, si dans la figure 5 l'on fait tourner le système qui correspond aux coordonnées X, Y, autour de l'origine, d'un angle $\hat{\delta}$ tel que l'on ait $\operatorname{ctg} 2\hat{\delta} = \frac{-q}{2}$, il en résulte que la figure qui a tournée, et celle qui est restée immobile, se trouvent en rapport homographique, et les formules de cette homographie sont les (20).

tive à l'angle Θ est évidemment celle des tangentes communes. Si l'ellipse est supposé fixe et que l'on fasse tourner la circonférence de l'angle $\psi = \delta - \Delta$, le système à qui ces courbes appartiennent, devient affin; mais, en fait, après cette rotation, ces deux courbes ne présentent pas de changement de position l'une par rapport à l'autre, ce qui veut dire — chose du reste bien connue — qu'une circonférence et une ellipse concentriques sont toujours affines, l'axe d'affinité étant l'une ou l'autre des cordes communes prolongées passant par le centre, et la direction de l'affinité, celle de l'une ou l'autre des tangentes communes (quatre solutions). En général ces deux directions seront différentes; quand elles coïncident, le cas devient entièrement particulier.

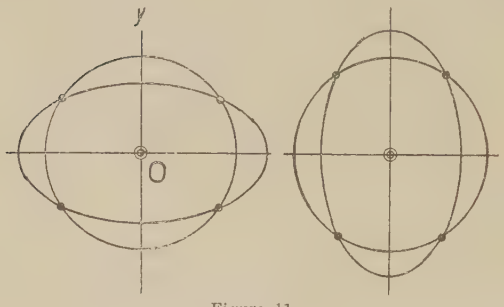


Figure 11

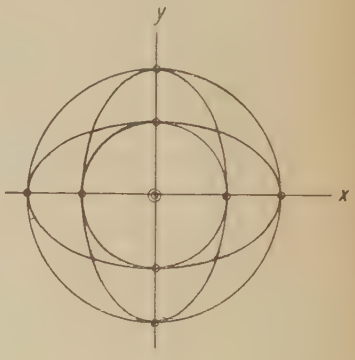


Figure 12

Discussion. — Notre point de départ était que, dans les formules (21), a est différent de b. Si nous avions $a = b$, les figures séraient homothétiques, le cas $a = b = 1$ indiquant une congruence. La symétrie par rapport à l'axe des x correspond à $a = \pm 1$, b valant ∓ 1; il s'agirait d'une affinité involutive. Tous ces cas ne donnant lieu à aucune discussion, nous les laisserons de côté.

La formule (12), soit

$$\operatorname{tang} \delta = \pm \sqrt{\frac{1 - a^2}{b^2 - 1}}$$

(en supposant a^2 et b^2 réels), fournit por tang δ, c'est-à-dire pour δ, des valeurs réelles tant que a^2 et b^2 comprennent l'unité. Cela signifie que, graphiquement, la circonférence et l'ellipse considérés plus haut se coupent (fig. 11) (1). Si cela n'arrivait pas, le problème, sur le terrain

(1) La figure 12 correspond aux valeurs $a = 1$ ou $b = 1$.

strictement algébrique (vecteurs à une seule unité capitale, c'est-à-dire, quantités réelles positives ou négatives) n'aurait pas de solution : il ne serait pas possible de déplacer les deux figures, supposées dessinées sur un papier ou sur un tableau, de telle façon qu'elles devinssent affines. Ce serait le cas de la figure 10 si la circonférence c ne coupait pas l'ellipse e, c'est à dire si a^2 et b^2 (et par conséquent a et b) fussent tous deux moindres que 1, la transformation changeant la circonférence $x^2 + y^2$ en l'ellipse

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1 \ (^1).$$

Si nous nous plaçons dans le champ analytique (ou des vecteurs à deux unités capitales) l'équation (12) a alors toujours une solution vectorielle de ce genre comprenant les solutions réelles comme cas particulier. Sur ce terrain, les définitions des angles et des distances sont élargies; mais on peut encore en donner une représentation graphique.

Depuis que nous avons présenté notre étude à l'Académie, les *Annales* de cette dernière ont publié (2) des chapitres de notre *Géométrie Analytique Vectorielle* à deux dimentions. Un d'eux traite les *Angles et les Rotations « imaginaires »*. En cotant l'espace nous avons pu représenter les points d'un plan (de base) à coordonnées « complexes », ainsi que, conséquemment, les droites et les cercles de ce plan. Les premières ont pour représentation des plans cotés, les seconds, des surfaces, également cotées, surfaces que nous avons étudiées très-à fond. Les ellipses seraient représentées par des surfaces cotées analogues, et les intersections des cercles et des ellipses, se feraient en cherchant les lignes d'intersection de ces surfaces représentatives sans s'occuper de la cote. Les points de ce lignes ont en général une cote différente selon qu'on les considère comme appartenant à l'une ou à l'autre des deux surfaces; quatre points, cependant, auront même cote, soit qu'on les considère comme appartenant à l'une ou comme appartenant à l'autre des deux surfaces; ces points sont ceux d'intersection du cercle et de l'ellipse, remplissant le même rôle que les points A de la figure 10.

(1) On pourrait, évidemment, rendre les figures affines en soumettant préalablement une d'elles à une transformation homothétique de coefficient k convenable, de manière à ce que $(ka)^2$ et $(kb)^2$ comprissent l'unité.

(2) Voir *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, tome CVI, page 359, tome CVIII, pages 353 et 447, et tome CXI, pages 161 et 241.

D'accord à l'extension donnée aux notions d'angle et de distance, il faudra faire subir à une des figures une rotation « imaginaire » (comprenant la réelle comme cas particulier), et, ce faisant, on obtiendra en effet, une « direction » pour laquelle les distances resulteront conservées par la traslation. Cette opération peut, par conséquent, être graphiquement exécutée mais il ne faudra pas perdre de vue que les notions de « distance », « direction » ou « angle » étant analytiquement définies par des diplets, ne répondent plus aux notions intuitives courantes, malgré que celles-ci n'en soient que des cas particuliers. Donc, ce problème préposé semble avoir toujours une solution, réelle ou « imaginaire ».

Pourtant comme sur ce terrain vectoriel à deux unités capitales, il y a deux « directions » où la notion généralisée de distance tombe en défaut, il faut en tenir compte. Ces directions sont celles des droites « isotropes », *tous* les points de ces droites sont à la « distance » *nulle* de l'origine (ce qui fait qu'on les nomme quelques fois, *droites de longueur nulle*). Pour ces droites « être à la même distance de l'origine » n'implique pas « coïncidence ». On peut dire aussi que, pour ces directions, la notion de « distance » ne caractérise ou n'individualise plus les points, et la proposition « conserver le distance » telle qu'elle doit être considérée pour le problème matière de cet article n'a plus de sens.

Le cas correspond à celui où l'ellipse de la figure 10 devient une circonférence concentrique avec c. Dans notre représentation graphique (¹) les surfaces cotées représentatives de ces lieux, en géométrie vectorielle, n'ont d'autre élément commun que les points cycliques, lesquels remplaçent les points A de la figure 10 : les droites ou cordes communes qui donnent les directions des axes sont, donc, les isotropes, représentés par des plans cotés asymtotiques (plan et cotes) à la fois aux deux surfaces en question. En somme *aucune distance non nulle ne peut être conservée et le problème posé n'a pas de solution.*

C'est, donc, le seul cas d'exception.

Quand on n'accepte que des solutions réelles, nous avons déjà vu que le problème n'a pas non plus de solution lorsque l'on a $a^2 < 1 < b^2$, ou $b^2 < 1 < a^2$, mais que, moyennant une homothétie additionelle appliquée à une des figures, on peut sauver encore la difficulté. Ajoutons, à présent, que cela même devient impossible quand $a = -b$. En effet, la transformation

$$X = ax, \qquad Y = -ay, \qquad T = t$$

(¹) Voyez *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, tome CXI, pages 161 et 241.

change le *verso* des figures (fig. 13) et modifie toutes les distances non nulles (même dans le champ vectoriel). Et bien : les rotations,

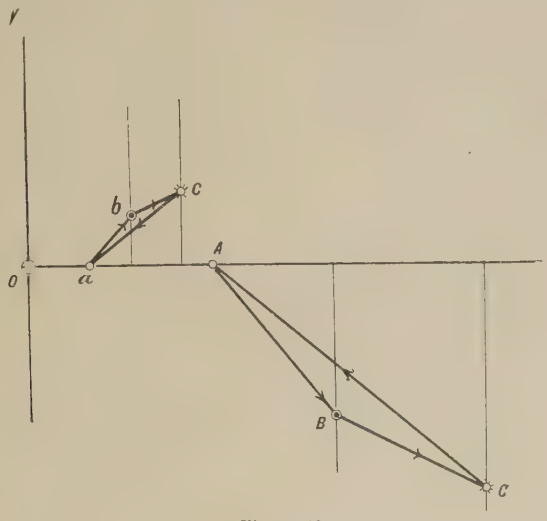


Figure 13

les translations et les homothéties conservent les *versos,* de sorte que, pour changer ces derniers, il faudrait une affinité; et pour que celle-ci soit possible y faudrait pouvoir conserver les distances dans la direc-

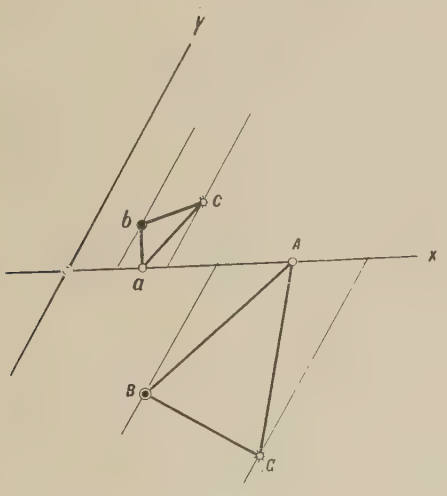


Figure 14

tion de l'axe. La conclusion est qu'aucune combinaison de rotations, de translations, d'homothéties et d'affinités peut nous conduire a l'homologie definie par ces formules.

Pour égaler les *versos* il faudrait, dans ces conditions, faire l'interchange des points cycliques en faisant tourner d'un demi-tour, dans l'espace, autour de l'axe des x, le plan des figures, emportant avec lui une des figures laissant l'autre fixe. Si dans ces conditions les axes des coordonnées sont orthogonales, la transformation serait définie par les formules

$$X = ax, \qquad Y = ay, \qquad T = t$$

et les figures résulteraient homothétiques. Mais cette solution — qui du reste ne correspond pas au problème posé puis qu'elle n'admet pas d'interprétation sous le forme d'une rotation, réelle ou imaginaire, des figures dans leur plan — ne serait pas même possible quand les axes ne sont pas orthogonaux (fig. 14).

Donc, en effet, comme l'a établi Neville dans son article, dans le champ vectoriel à deux unités capitales, le théorème rappelé de Poncelet est toujours vrai, sauf le cas unique où une des figures dérive de l'autre par une réflexion suivie de translations et d'homothéties.

RECEPCIONES Y DISTINCIONES

Recepción pública del académico ingeniero Félix Aguilar, y entrega del premio municipal « Doctor Eduardo L. Holmberg » al paleontólogo don Lucas Kraglievich, el 20 de octubre de 1928.

Tuvo lugar en el salón de grados de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, calle Perú 222, iniciándose el acto poco después de las 17. Asistieron los académicos titulares, doctores : Ángel Gallardo que presidió el acto, Enrique Herrero Ducloux, Claro C. Dassen, Franco Pastore, ingenieros Agustín Mercau, Julián Romero, Félix Aguilar y profesor Martín Doello-Jurado.

En el estrado de honor y a la derecha del señor Presidente, estaban sentados : el decano de la Facultad ingeniero Enrique Butty, el señor Kraglievich y el doctor Dassen; a la izquierda, el señor director del Instituto Geográfico Militar, general Severo Toranzo, el ingeniero Aguilar y el doctor Herrero Ducloux. Entre los presentes, se encontraban el doctor Nicolás Lozano, en representación de la Academia de Medicina; la señora Elina G. de Correa Morales, en representación de la Sociedad Gaea, miembros del personal docente de la Facultad y otras personas especialmente invitadas, así como alumnos de la Facultad y un crecido público. Excusaron su inasistencia, el señor rector de la Universidad del Litoral doctor Araya; y el director del Museo Etnográfico de la Facultad de Filosofía y Letras, doctor Salvador Debenedetti.

Al efectuar la entrega del diploma que acredita al ingeniero Aguilar como miembro del alto cuerpo, el doctor Gallardo pronunció un discurso alusivo, reseñando el desarrollo de la ciencia astronómica en el país, desde las expediciones enviadas con motivo de cuestiones de límites entre España y Portugal, hasta la fundación del Observatorio Nacional de Córdoba, en 1868, y posteriormente el de La Plata, donde el académico incorporado ha actuado con dedicación y eficiencia.

El ingeniero Aguilar, una vez acallados los aplausos con que la

concurrencia celebró el recibo de su diploma, dió a conocer un interesante trabajo sobre *Contribución al estudio de la figura matemática de la Tierra,* en el que, después de recordar la clásica definición de Gauss-Bessel, expuso los fundamentos de otra más general, que tiene en cuenta como objetivo de la geodesia el conocimiento de la función de fuerzas de la Tierra.

Analizó el conferenciante las operaciones geodésicoastronómicas que resuelven el problema fundamental de aquella ciencia, sin recurrir a ninguna hipótesis, y luego se refirió al método de las nivelaciones, de Helmert, para determinar regiones limitadas de geoides.

A continuación, el ingeniero Aguilar comunicó los resultados del perfil de geoide establecido por él en la provincia de Entre Ríos, en un desarrollo de casi 300 kilómetros y con 23 estaciones astronómicas. Dijo, al respecto, que se trata de la primera investigación realizada en nuestro país, y que tanto por su extensión como por la exactitud de los resultados alcanzados, figura entre las más importantes de las ejecutadas hasta la fecha.

Finalmente expuso sus conclusiones sobre el punto y formuló un voto para que el Instituto Geográfico Militar, con cuyo auspicio se llevó a efecto la investigación de la referencia, continúe la obra emprendida para que el estudio de nuestro suelo sea realizado por técnicos argentinos.

El público prorrumpió en una nueva salva de aplausos, hasta que el doctor Gallardo volvió a usar de la palabra, para entregar el premio « Eduardo L. Holmberg », instituído por el Consejo Deliberante de Buenos Aires, y adjudicado por la Academia de acuerdo con la correspondiente ordenanza, al paleontólogo señor don Lucas Kraglievich, por su trabajo intitulado *Contribución a la Paleontología argentina.*

Realizada la entrega del diploma, de una medalla de oro y de la suma de 2000 pesos, que constituyen el premio, el señor Kraglievich agradeció la distinción con oportunas frases, recordando la forma en que había ingresado en el Museo Nacional, una de sus más acariciadas aspiraciones de incipiente paleontólogo.

Refirió, al efecto, la entrevista que tuvo con el decano de los naturalistas argentinos, doctor Holmberg, y la afectuosa acogida que el hombre de ciencia dispensó a su pedido.

El señor Kraglievich terminó su discurso diciendo que toda su producción científica, y también el premio que acababa de entregársele, se los debía al ilustre naturalista, con cuyo nombre las autoridades municipales habían instituído la honrosa distinción.

CICLO DE CONFERENCIAS

(1929)

LA LABOR ASTRONÓMICA QUE REALIZA EL OBSERVATORIO DE LA PLATA [1]

POR EL PROFESOR BERNARDO H. DAWSON
Astrónomo principal del Observatorio

RÉSUMÉ

L'œuvre astronomique de l'Observatoire de La Plata. — Le conférencier expose les origines de cet Observatoire argentin ; il indique ses premiers pas, depuis sa fondation, en 1883. Pendant 22 ans, sa marche a été vacillante et sa labeur utile à peu près nulle. En 1905, l'Observatoire devint une dépendance du Gouvernement national, passant, l'année suivante, à faire partie de l'Université de La Plata. Mais, pour plus d'une raison, jusqu'à 1911, on ne put organiser dûment des recherches scientifiques. La labeur capitale de l'Observatoire est la détermination, au cercle méridien, des positions exactes des 27.000 étoiles jusqu'à la neuvième grandeur, situées dans la zone du ciel comprise entre les 52 et 82 degrés de déclination australe. On réalise trois observations pour chaque étoile. Au moment de la conférence (le 29 août 1929), 70.000 observations avaient été réalisées : trois catalogues étaient publiés correspondant à trois zones qui comprennent la voie lactée. Un autre genre d'observations, réalisées avec un grand réfracteur équatorial, consiste à déterminer les étoiles doubles dont plus de 400 ont été découvertes ; celle des comètes de déclination plus australe que le Soleil ; celle des étoiles variables ; l'étude des taches solaires ; des occultations des étoiles par la Lune ; des éclipses des satellites de Jupiter.

En 1921, le savant astronome Hartmann fut appelé à la direction de l'Observatoire ; ses recherches sont spécialement orientées vers l'astrophysique ; mais elles ont été porté aussi sur les astéroïdes de forte déclinaison ; de l'étoile nouvelle *Nova Pictoris ;* de la longitude géographique de l'Observatoire, des éclipses du Soleil, etc.

El Observatorio de La Plata fué fundado en 1883 como una parte de las extensas obras de la nueva ciudad capital de la provincia de Buenos Aires. Los primeros dos lustros de su existencia fueron de construcción, pues durante ese tiempo se adquirieron la mayoría de

(*) Conferencia dada, con proyecciones luminosas, en el local de la Sociedad, el 29 de agosto de 1929.

sus instrumentos y se instalaron buena parte de ellos. A este período siguió otro en que por falta de fondos, como también por la salud quebrantada del director, no fué posible utilizar este plantel de instrumentos para emprender ningún programa de investigación astronómica, limitándose la actividad del Observatorio a las observaciones rutinarias de meteorología y de servicio horario y a la publicación del *Anuario,* en tamaño cada vez más reducido por la escasez de fondos. Fallecido el primer director, don Francisco Beuf, en 1899 al cabo de una larga y penosa enfermedad, su sucesor el ingeniero Virgilio Raffinetti, tuvo que luchar heroicamente para mantener la mera existencia del Observatorio. Claro está que en estas condiciones no era posible hacer más observaciones que las rutinarias indispensables.

Después de pasar a depender del gobierno nacional en 1905, y de formar parte de la nueva Universidad nacional en 1906, se esperaba que el Observatorio tomara nuevo vuelo y realizara investigaciones serias e importantes. Fueron votados un aumento del personal y un fondo de más de cien mil pesos para mejoras. Pero por varias causas el resultado no coincidió con las esperanzas. En primer lugar entre otras causas, el Observatorio fué núcleo en que se formó la que es hoy Facultad de ingeniería, y los asuntos administrativos y didácticos consumían gran parte del tiempo del nuevo director, doctor Francesco Porro di Somenzi. Aun los nuevos trabajos emprendidos dentro del Observatorio se orientaron más hacia la sismología que hacia la astronomía, de tal suerte que la única investigación astronómica importante encarrilada en el primer lustro de la Universidad nacional fué un estudio de la variación de latitud, efectuado por el ingeniero Aguilar en la estación astronómica de Oncativo. Esta estación había sido adquirida de la Asociación geodésica internacional, y pasó a depender del Observatorio a fines de 1908.

No quiero criticar con esto la orientación de las actividades del Observatorio en aquella época, ni mucho menos implicar que la enseñanza de la ingeniería y el estudio de los fenómenos sísmicos no tengan tanta importancia para el país, y aún más que las investigaciones astronómicas; pero sí digo, que el resultado de esto fué que la única labor astronómica realizada, lo había sido fuera del observatorio mismo, y que quedó para el doctor William J. Hussey, nombrado director en 1911, el trabajo y el honor de organizar debidamente la investigación astronómica dentro del instituto.

La distribución geográfica de los observatorios del mundo tuvo necesariamente influencia decisiva en la orientación de los trabajos.

En el diagrama que presento (fig. 1), he indicado la ubicación de los 279 observatorios que figuran como activos en el *Nautical Almanac* del corriente año. Quedan evidentes sin más explicación las enormes concentraciones que existen en Europa y en la parte más poblada de Norte América. En la lista hay 31 observatorios al sud y 248 al norte de ecuador, una proporción de uno a ocho. Considerando que diez de los 31 australes no existían en aquella época, y otros seis no realizan investigaciones sino simplemente mantienen servicios horarios, y seleccionando en la misma manera los del norte, resultan quin-

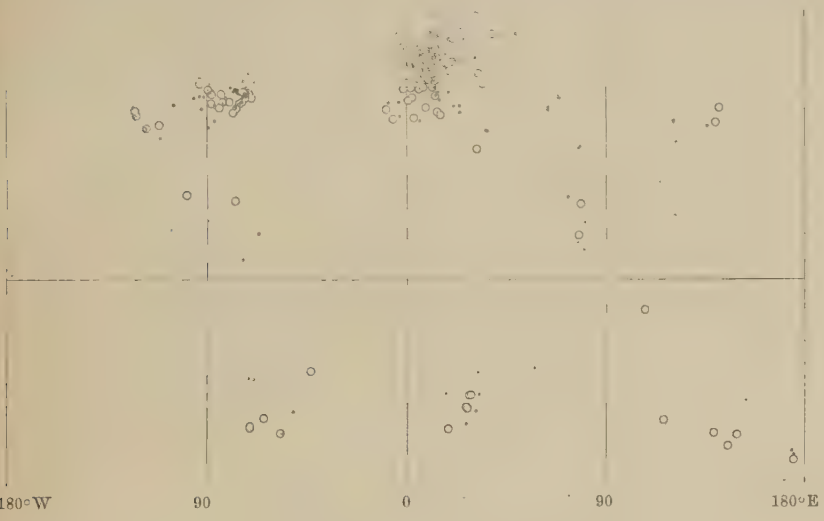


Fig. 1. — Distribución de observatorios astronómicos

ce australes contra unos ciento cincuenta boreales, una proporción de uno a diez. Es entonces evidente que para aprovechar todas sus energías, un observatorio austral está obligado a dejar para los boreales toda la faja del cielo visible desde ambas partes, para dedicarse exclusivamente a los astros que no pueden ser estudiados desde el hemisferio norte. De acuerdo con este criterio los programas de observación en nuestro Observatorio debían y deben ser siempre, observaciones de las estrellas netamente australes, más los cometas u otros astros cuya situación es tal que desde los observatorios boreales no puedan ser observados.

El más importante de nuestros programas consiste en la determinación con círculo meridiano, de la posición exacta de todas las estrellas hasta la novena magnitud inclusive en un faja grande del

cielo. Esto constituye en esencia la prolongación hacia el sur, de un programa empezado casi cincuenta años antes por la Astronomische Gesellschaft, y ya concluído mediante colaboración internacional, en el hemisferio boreal y en la parte del cielo austral que está al alcance de los observatorios del norte. La determinación de las posiciones de estas estrellas tiene un doble fin. En primer lugar, el establecer puntos de referencia para observaciones diferenciales, como ser de astros movidos o de estrellas más débiles, en la misma manera que la triangulación geodésica de una región establece puntos de referencia para el levantamiento topográfico; y en segundo lugar, el suministrar

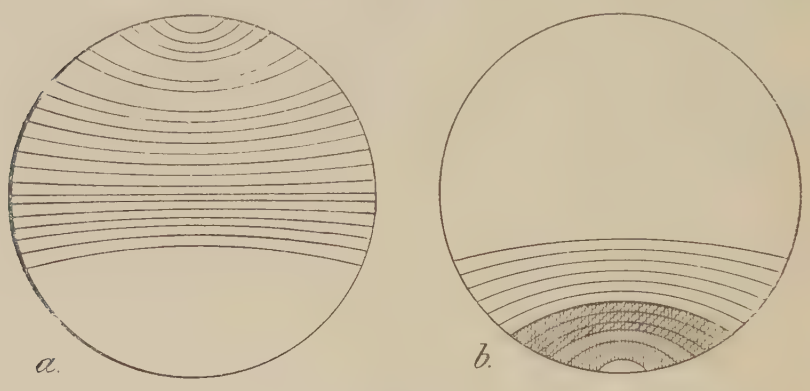


Fig. 2. — *a*, Zonas del catálogo de la Gesellschaft por 16 observatorios boreales; *b*. Zonas de que se encargaron los dos observatorios argentinos

datos para la deducción de los movimientos propios de las estrellas mismas.

Para la realización de este trabajo, el cielo fué dividido en fajas o zonas, limitadas por ciertos paralelos de declinación, y que fueron asignadas a los distintos observatorios que tomaban parte en la empresa. El plan original, empezado en 1868, comprendía el hemisferio boreal y la región ecuatorial hasta declinación —2°, dividido en quince zonas de distintos anchos. Veinte años después, es decir, en 1888, se empezó la observación de la segunda parte, que comprende la región desde —2° hasta —23° de declinación, dividida en cinco zonas (ver fig. 2 *a*). En la observación de estas veinte zonas tomaron parte dieciseis observatorios, de nueve países distintos.

Tres años más tarde, en 1891, el Observatorio nacional argentino, en Córdoba, empezó la observación de unas zonas más australes, partiendo de la declinación —22°. Al entrar en actividad nuestro Obser-

vatorio, el de Córdoba llevaba observadas ya tres zonas de cinco grados cada una, y esperaba poder prolongar pronto el trabajo hasta incluir otras tres zonas, además del casquete de ocho grados alrededor del polo. Atendiéndose a esta circunstancia, el observatorio de La Plata se encargó de la región desde — 52° hasta — 82° de declinación. En el segundo diagrama (fig. 2*b*) están representadas las zonas de Córdoba y de La Plata, sombreadas las nuestras. Comparando con el otro diagrama, y tomando en cuenta que ambos están dibujados manteniendo la proporción justa de las áreas de cada zona, se ve cuán importante es la contribución de los dos observatorios argentinos a esta magna obra. La región de que se encargó La Plata incluye la décima parte del área de la esfera celeste y contiene más de 27.000 estrellas hasta la novena magnitud.

En el plan original de la Astronomische Gesellschaft, cada estrella debía quedar determinada por dos observaciones, concordantes dentro de tres segundos de arco en cada coordenada, efectuándose una tercera observación en caso de mayor discordancia. Considerando las ventajas que ofrecía el instrumento disponible y los modernos procedimientos, como también las mayores exigencias de la astronomía del presente siglo, se resolvió establecer para las zonas de La Plata una exactitud mayor que la exigida por la Gesellschaft. Así se limitó la discordancia aceptable para dos observaciones, a dos segundos en vez de tres, y se ha tratado de obtener en lo posible tres observaciones de cada estrella. Además, para todas las zonas, exceptuando la primera, se emplea micrómetro impersonal en vez de observar los pasos sobre hijos filos.

En este programa ya se llevan efectuadas más de 70.000 observaciones, estando terminada la parte de observación en cuatro de las cinco zonas en que fué dividida nuestra región. De las primeras tres zonas, indicadas en el diagrama por sombra más fuerte, los catálogos correspondientes están ya publicados; el « A » por el ingeniero Delavan en 1919, como tomo V de las *Publicaciones del Observatorio,* el « C » por H. A. Martínez en 1924 como tomo VIII, y el « B », basado en las observaciones del ingeniero Aguilar, cuya impresión como tomo VII se ha terminado hace poco. El atraso con que apareció este último se debe a varias causas, una de las cuales es la concentración extraordinaria de estrellas en ciertas partes de la zona. En la figura 3 está indicada la ubicación de nuestras zonas en relación a las constelaciones. Las tres zonas publicadas abarcan casi todo el ancho de la vía láctea en la parte siguiente de la constelación del Navío y en

las de la Cruz y el Centauro, y la zona B corre tangente a su eje en esta región. Bien sabido es que la apariencia lechosa que presenta la vía láctea al ojo libre se debe al gran número de estrellas débiles que contiene. Además, es sabido, aunque no tan bien, que la región de γ Navío es la más rica de todo el cielo en estrellas hasta la novena magnitud. Veámos su efecto en la estadística. En el diagrama (fig. 4) presento la distribución estelar en las zonas. La curva representa el promedio de las densidades en las zonas A y C. Queda evidente que

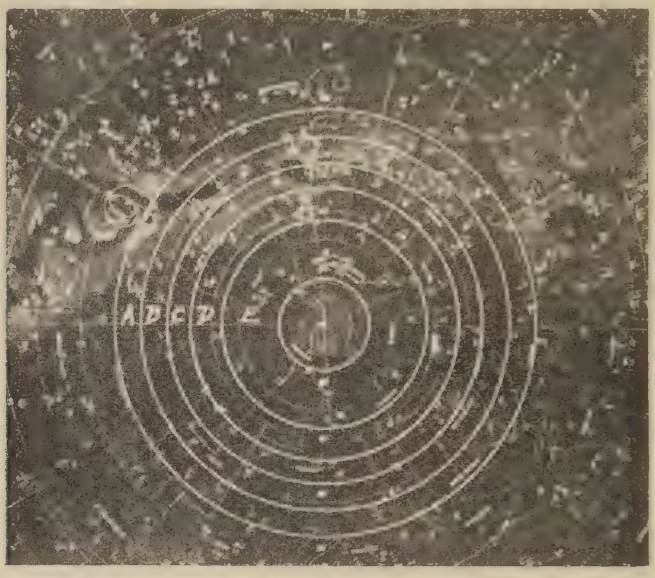


Fig. 3. — Ubicación de las zonas de La Plata entre las constelaciones

el número de estrellas por unidad de área en la parte contenida en la vía láctea es aproximadamente el triple de lo que es en la región opuesta. Ya por correr tangentes a la vía láctea, estas zonas contienen mayor proporción de ella que el término medio del cielo; pero en la zona B, cuya densidad he indicado por los puntos, hay el efecto adicional de una serie de cúmulos. Como cada área de esta zona se sitúa entre las correspondientes de las zonas contiguas representadas por la curva, sería de esperar que los puntos mostrasen un andar semejante al de la curva. En buena parte de la zona es así, pero en otra parte, también considerable, la desviación es muy marcada y siempre hacia mayores números. Esta discordancia es el efecto de los cúmulos. Como ejemplo de variaciones extremas de densidad, presento una

fotografía (fig. 5 *a*) de una región pobrísima, y en contraste una (fig. 5 *b*) del cúmulo en la vecindad de η Navío. Como estas regiones de mayor densidad culminan a las horas de observación durante los meses de invierno, cuando hay pocas noches aprovechables, la observación de un programa de tantas estrellas presentaba grandes dificultades, y aun acudiendo a la ecuatorial grande para ayuda, duró siete años en estas regiones densas.

Además del programa principal de catálogos de zonas, el círculo meridiano se emplea en observar listas especiales de estrellas, como

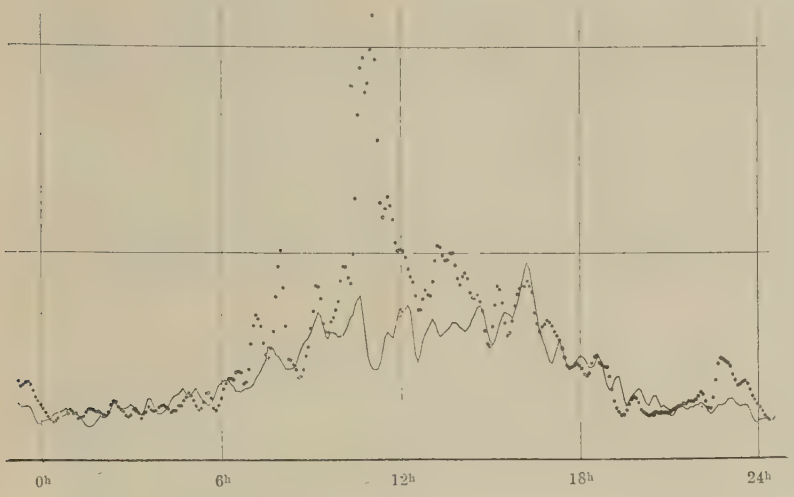


Fig. 4. — Distribución de las estrellas en las zonas A, B y C de La Plata

ser las áreas seleccionadas de Kapteyn, observadas por el astrónomo Martínez y publicadas en la primera parte del tomo XI; las estrellas de referencia para el programa internacional de observación del planeta Eros en su próxima oposición favorable en 1931, y otras listas menores.

Después del círculo meridiano, el instrumento del observatorio que más ha trabajado es el gran refractor ecuatorial. El programa principal de investigación con este instrumento ha sido la observación de estrellas dobles. El profesor Hussey mismo se dedicó principalmente a la búsqueda de nuevos pares, de los cuales encontró más de trescientos. Doscientos de ellos figuran en el primer tomo de nuestras *Publicaciones;* el otro centenar fué publicado en Ann Arbor, después que el profesor Hussey había dejado la dirección del Observatorio

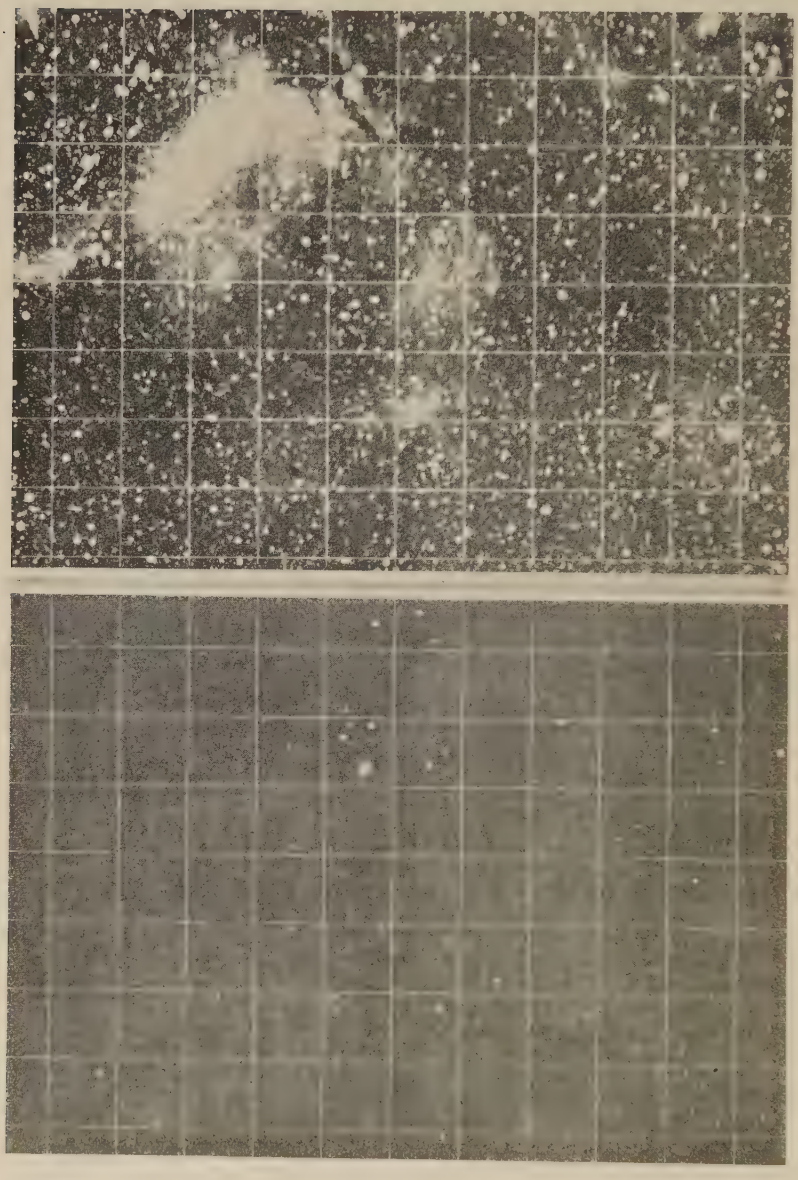


Fig. 5. — Contraste entre región pobre (*a*) y el cúmulo cerca de γ Navío (*b*)

de La Plata. Allí fueron publicadas también las medidas micrométricas que él efectuó de pares conocidos.

La búsquedas de pares nuevos, para tener éxito, exige mucha nitidez de las imágenes, lo que presupone a la vez buena óptica instrumental y buenas condiciones atmosféricas. La calidad óptica de nuestro instrumento ha sido demostrada varias veces y es inmejorable, casi perfecta. En cambio las condiciones atmosféricas desgraciadamente no nos permiten aprovechar toda la potencia del anteojo sino en muy contadas noches. Convenía, pues, tener un programa adicional que pudiera desarrollarse en las noches de definición medianamente buena. Por esta circunstancia fué encomendado al que habla, el programa de medir micrométricamente las estrellas dobles descubiertas por Sir John Herschel en su expedición al cabo de Buena Esperanza de 1834 al 1838, y que en su mayor parte no habían sido reobservadas durante los ochenta años desde su descubrimiento. En este programa y en otros menores que agregué posteriormente, efectué unas 8000 medidas, que figuran en el tomo IV de las *Publicaciones*. Cuando se iba terminando el programa de las estrellas de Herschel, quise emprender un programa de descubrimiento de pares nuevos, y en los años de 1920 a 1923 dediqué unas cuantas de las mejores noches a este trabajo, descubriendo algo más de cien pares. En los últimos años no he podido adelantar este programa como quisiera, por estar ocupado con la preparación del catálogo de la zona B, pero las medidas que he podido efectuar después de la publicación del tomo IV elevan mi total a casi diez mil. Además de las medidas del profesor Hussey y de las mías, hay unas mil efectuadas con el mismo instrumento por el ingeniero Tapia.

El interés de las estrellas dobles se funda en el hecho de que son las únicas cuyas masas podemos determinar, y eso recién cuando se conoce la órbita. Hasta ahora he calculado algunas órbitas de binarias, pero el material de observación en el cielo austral es todavía escasísimo y hay muy pocas estrellas con medidas suficientes. Tengo algunas más en carpeta para estudiar. Una de ellas es la que lleva el número 31 en mi lista de descubrimientos, y resulta tener el período más corto de todas las dobles visuales conocidas. La separación aparente de los dos componentes de este par nunca llega a un cuarto de segundo de arco, de manera que el mero hecho de haberlo descubierto es ámplia comprobación de la bondad del instrumento.

Segundo en importancia de los programas de investigacion con la gran ecuatorial, es la observación de cometas. Por haber tantos ob-

servatorios boreales, nos ocupamos casi exclusivamente de los que se encuentran en declinación más austral que el Sol, dejando los demás para observadores del norte. De vez en cuando alguien del observatorio, por iniciativa individual y más bién como diversión, se ha dedicado un poco a la busca de cometas, y el astrónomo Delavan encontró en diciembre de 1913, un cometa que después se hizo muy vistoso en el cielo boreal; pero el buscarlos no forma parte fija del programa del Observatorio, pues es demasiado parecido al jugar a la lotería y más corresponde a aficionados que no tienen a su alcance un instrumental que permite hacer observaciones de valor más seguro.

Fig. 6. — Dos fotografías de una estrella variable

Para tener un programa utilizable en noches despejadas pero de imágenes realmente malas, como las hay muchas en La Plata, empecé en 1917 bajo la dirección del ingeniero Aguilar, la observación de estrellas variables, empleando entonces principalmente el buscador de cometas. En la figura 6 están reproducidas pequeñas partes de dos fotografías de una misma región. Se ve que la estrella señalada con flecha es variable — es decir, cambia de brillo, — pues en una placa, su imágen es mucho mayor que en la otra. Para estudiar visualmente estos cambios de brillo, se elige una « secuencia », o serie de estrellas de comparación, vecinas a la variable y de distintos brillos, determinando sus magnitudes fotométricamente. La observación de la variable es entonces sencillísima y consiste en intercalarla en la serie, estimando la diferencia de brillo entre la estrella variable y dos de las de comparación, una mayor y la otra menor que ella. Esto no exi-

ge más instrumentos que un mapa de la región indicando las principales estrellas y cuáles son las de la secuencia, y un anteojo de abertura suficiente para poder ver bien la variable y las estrellas de comparación. Muy bien puede hacerlo, pues, un aficionado, pero en aquellos tiempos había todavía muy pocos en el hemisferio austral que se dedicaban a estas observaciones. En la actualidad hay mayor número de aficionados dedicados y por eso nosotros prestamos especial atención ahora a la observación con el anteojo grande, de aquellas que se encuentran muy débiles o que por otra causa no pueden observarse con anteojo de aficionado. Hemos aumentado nuestro programa recientemente y ahora tenemos cien estrellas variables a período largo en observación permanente — es decir dos o tres veces

Fig. 7. — Manchas solares comparadas con la Tierra

al mes — aparte de unas pocas variables de otros tipos que en una u otra época se han estudiado más intensamente. Por supuesto las estrellas en observación son todas australes, y la mayoría de ellas están al sur de declinación —25°. El número total de observaciones efectuadas es cerca de siete mil, la gran mayoría por el que habla y por el calculista señor Dartayet, quien antes de ingresar al Observatorio era un aficionado entusiasta.

La observación del sol no forma parte del programa actual del Observatorio, pero en 1920, a solicitud de la Oficina meteorológica argentina, se empezó una serie de observaciones diarias de las manchas solares, que fueron continuadas durante unos tres años. Las manchas dibujadas en la figura 7 eran de un tamaño excepcional. Fueron vistas en La Plata por primera vez el 12 de mayo de 1921, y causaron perturbaciones magnéticas fuertes en todas parte del mundo.

Respondiendo a un pedido internacional empecé, en 1927, la observación de ocultaciones de estrellas por la luna. También toma parte en esto ahora el señor Dartayet, observando independientemente. Este programa tiene como objeto inmediato el determinar con más exactitud de lo que es posible por observación directa, el movimiento de la luna y su desviación de las posiciones tabuladas, y como fin ulterior el ver si nuestra unidad de tiempo, o la rotación de la tierra que la define, es o no variable. Igual fin tienen las observaciones de los eclipses de los satélites de Júpiter, de los que he hecho varias series.

En el año 1921 el sabio profesor doctor J. Hartmann fué llamado, y vino al Observatorio para dirigir sus investigaciones y orientarlas hacia la astrofísica. En el deseo de preparar para tales investigaciones, el ingeniero Aguilar había encargado ya unos años antes, un espectrógrafo estelar que todavía no se había recibido. Al llegar, resultó que el constructor había excedido el peso esperado, y no era aplicable al anteojo ecuatorial, mientras que para aplicarlo al telescopio reflector, sería necesario modificar y modernizar éste, que por su incómoda construcción nunca había sido usado. Esta modernización, que incluye un nuevo espejo principal, se está efectuando. Mientras tanto, el doctor Hartmann se ha dedicado a varias otras investigaciones interesantes.

La observación de algunos de los asteroides que alcanzaban declinaciones australes fuertes, trabajo que empecé en 1919 empleando el telescopio fotográfico, ofrecía dificultades instrumentales tan grandes que el resultado no compensaba el esfuerzo. Poco después de su llegada el doctor Hartmann hizo construir un ingenioso dispositivo que vencía aquellas dificultades, facilitando enormemente el trabajo. En sus observaciones subsiguientes descubrió dos asteroides nuevos, el primero de ellos ya a cinco meses de su llegada, y el otro en abril de 1924. Éste recibió el nombre de «La Plata».

Con el fin de poder proceder, aunque en pequeña escala, con observaciones espectroscópicas, el doctor Hartmann hizo construir en el taller del Observatorio, un pequeño espectroscopio, empleando partes ópticas ya existentes. Debido a esta previsión, pudo estudiar detenidamente el desarrollo de la estrella *Nova Pictoris,* cuya explosión fué observada en 1925 (aunque allá en el espacio había ocurrido unos 4000 años antes) y en base a sus observaciones expuso una teoría de estos fenómenos que ha merecido aceptación general. Con motivo de la aparición de esta estrella, hizo construir también un fotómetro,

que empleamos en esa oportunidad para determinar el brillo de la *Nova* y de una secuencia de estrellas de comparación. El doctor Hartmann está empleando este fotómetro actualmente en una investigación de los brillos de las estrellas más luminosas.

En 1926 y 1927 realizó una determinación de la longitud geográfica del Observatorio, confirmando lo que antes habíamos sospechado, de que todo el continente de Sud América se encuentra unos 400 metros al este de donde figura en las cartas de navegación.

A principios del año 1927 ocurrio un eclipse del Sol, visible como parcial en toda la República, y como anular, casi total, desde una faja angosta. Como el observatorio no quedaba dentro de esa faja, se realizó una pequeña expedición al punto más favorable, cerca de Zapala en la gobernación del Neuquén, efectuando con todo éxito las observaciones que esta clase de eclipse permite, y determinando además las coordenadas geográficas del punto ocupado.

Respondiendo a una solicitud de la Unión Astronómica Internacional se ha reanudado recientemente el estudio de la variación de latitud. En 1913 la estación astronómica de Oncativo fué levantada, trayéndose los instrumentos a La Plata, donde se han hecho varias determinaciones de latitud, pero sin estudiar su variación. Poco después del congreso de Leiden en julio del año próximo pasado, la Unión consiguió la cooperación del Observatorio de Adelaide, en Australia, para observaciones de esta clase. Como Adelaide y La Plata tienen casi la misma latitud, pueden emplear la misma lista de estrellas, eliminando así diferencias sistemáticas entre ellos; el hecho de ser casi opuestas las longitudes también aumenta el valor de sus observaciones. El ingeniero Manganiello, quien observó la cuarta de las zonas con círculo meridiano y tiene el catálogo « D » correspondiente ya listo para publicar, se ha encargado de las observaciones de latitud, habiéndolas empezado en el corriente mes.

Los resultados de estas investigaciones se publican en una serie de *Publicaciones del Observatorio,* que ya he mencionado, y de la cual han aparecido siete tomos completos y partes de otros dos, estando listo para la impresión el otro que acabo de mencionar.

Otra labor astronómica, aunque no de investigación, es el servicio horario. Además de los controles internos para saber los instantes de nuestras observaciones, se envía una señal por radio mediante la estación trasmisora de la Universidad, y otra luminosa para los vapores en el puerto, amén de responder a un sinnúmero de llamadas teléfónicas pidiendo la hora oficial.

Una vez que se haya terminado la modernización del telescopio reflector, éste será utilizado en conjunción con el gran espectrógrafo en investigaciones astrofísicas. Esperamos dedicar especial atención a trabajos de velocidad radial, y dentro de ese ramo, a las binarias espectroscópicas, de las cuales hay muchas en el cielo austral, ya descubiertas pero sin datos suficientes para estudiar sus órbitas, y han de quedar muchas más por descubrir.

Además de los trabajos astronómicos hay las investigaciones que realiza la sección geofísica del Observatorio, pero ellas formarán el tema de un discurso a cargo del jefe de esa sección.

Por el lado de la enseñanza, se dictan en el Observatorio cursos superiores de astronomía, de astrofísica, y de geofísica, y el instituto presta servicios que pueden llamarse de correlación con otros institutos educacionales, siendo visitado cada año por los alumnos de muchos colegios y escuelas. Además está abierto al público en general todos los lunes hábiles, concurriendo crecido número de interesados para ver las bellezas del cielo. Como no podemos trasladarnos allí en este momento, haré lo posible por traer el anteojo aquí, presentando una serie de esas bellezas.

A continuación fueron pasadas varias vistas de nebulosas, de planetas, y de la Luna.

ESFÉGIDOS ARGENTINOS DEL GÉNERO « SPHEX »

CON LA

DESCRIPCIÓN DE UNA NUEVA ESPECIE DE ESFÉGIDO TUCURIGIDA

Por JOSÉ LIEBERMANN
Doctor en Ciencias naturales (Esp. Zoología)

(Conclusión)

También parecido al *Thomae,* pero sólo tiene sus uñuelas bidentadas. Negro. Abdomen, excepto pecíolo, rojizo. Alas morenas con reflejos acerados azules. Pubescencia, en cabeza y tórax, rica y negra, con reflejos azules. Distancia entre los ocelos posteriores igual a la de estos y los ojos compuestos. Bordes internos, en la hembra paralelos, y en el macho convergentes hacia arriba. 2° segmento anterior igual 3 + 1/2 del 4°. Célula radial muy corta. Cinco espinas en el peine tarsal.

S. (Harpactopus) Tucumanensis Strand

(Macho 11-16 mm.; hembra 16-19 mm.)

Zool. Jahrbuch, Syst., 29, página 133, 1910.
Berland, L., *Les Sphegidae du Museum National de Paris. Bull. Mus. Hist. Nat.,* tomo XXII, página 203, 1926.

Distribución. — Santiago del Estero, Tucumán, Mendoza (a 1200 metros de altura).

Pequeño y hermoso *Harpactopus,* es enteramente negro, las alas opacas con reflejos de un azul metálico. Se parece según Strand, al *Sphex atratus* y siendo éste del Brasil, podría el *Tucumanensis* ser una simple variedad. Tiene los tres últimos segmentos abdominales cubiertos de pubescencia.

Clípeo convexo, con una profunda escotadura en su borde inferior. Peine tarsal, en la hembra, con siete espinas que disminuyen de tamaño desde arriba hacia abajo.

S. (Harpactopus) subexcisus Brèthes

(Macho 12-13 mm.; hembra 15-17 mm.)

Loc. cit., página 148.

El autor no indica procedencia y supone que sea especie argentina. Gran afinidad con el *S. excisus*, Kohl, de la zona neártica.

Dos ejemplares, sin procedencia, en el Museo de Historia Natural de Buenos Aires.

Negro, con pubescencia blanca. Abdomen rojo. hacia el ápex negruzco. Tórax sin pubescencia. Mesonoto coriáceo o levemente estriado, en sentido transversal. Mesopleura rugosa y fuertemente estriada. Metapleura menos estriada. Parte anterior del mesonoto con una depresión media. Alas amarillentas. Uñas pentadentadas. En el macho el clípeo y la región frontal can pubescencia aurea. Clípeo, abajo, truncado. Márgenes de los ojos, hacia el clípeo, convergentes en el macho y en la hembra, paralelas. Artículo 2° del flagelo > que el 3°, 2 + 3 > que el 4°. Pecíolo abdominal igual al 2 + 1/2 del 3er segmento tarsal posterior y casi igual al 2 + 3 segmento antenal. Segmentos 2 y 3 del abdomen, ventralmente, pubescentes. Pecíolo > que 2° segmento tarsal posterior y que el 1 + 2 artículos del flagelo, casi igual a los segmentos 2 + 3 del tarso posterior y a la distancia intertegular.

Distancia interestigmal del segmento mediano > que los segmentos 2 + 3 del tarso posterior.

Siete espinas en el peine tarsal.

S. (Harpactopus) platensis Brèthes

(Macho 14 mm.; hembra 16-19 mm.)

Loc. cit., página 146.
Jörgensen, *loc. cit.*, página 286.

Distribución. — Salta, Jujuy, Mendoza, Brasil.

Cuatro ejemplares en el Museo de Historia Natural de Buenos Aires.

Afín a *Sphex Thomae.*

Negro, con pilosidad blanca. Abdomen, excepto el pecíolo, rojo. Cara y pronoto con pubescencia plateada.

Mesopleura estriada, escudete convexo con una impresión en su parte media.

Metapleura levemente estriada.

Uñas pentadentadas.

Pecíolo abdominal igual 2 + 3 + 4 segmentos del tarso posterior.

Seis espinas en el peine tarsal.

S. (Pseudosphex) pumilio Tasch.

(Hembra 11-25 mm.)

Die Sphegiden des Zoologischen Museums der Universität in Halle, en *Zeitschrift für die Gesammten Naturwiss.*, Halle, número XI y XII, página 407, 1869.

Kohl, *loc. cit.*, página 369.

Jörgensen, *loc. cit.*, página 286.

Berland, *loc. cit.*, página 204.

Distribución. — Santiago del Estero, Mendoza, San Juan (noviembre a mayo), Brasil.

Un ejemplar en el Museo de Historia Natural de Buenos Aires, procedente de Mendoza.

Negro y pequeño, con el abdomen rojizo.

Célula radial elíptica. Antenas delgadas.

Mesonoto y segmento intermedio rugosamente estriado.

Pecíolo abdominal algo encorvado.

Uñuelas bidentadas. Espinas blanquecinas. Alas hialinas.

Vértex craneal ancho, doble del largo, en su línea media, plano.

Distancia interocelar posterior $<$ que entre estos y los ojos compuestos.

Pronoto regularmente largo y visto de arriba no mucho más corto que la parte anterior del mesonoto.

Mesonoto y segmento negro. Pecíolo abdominal casi tan largo como el metatarso posterior y 2 + 3 + 1/2 del 4° segmento flagelar.

Ala anterior con tres células cubitales de las cuales la primera recibe la primera nervadura discoidal y la siguiente la segunda. Célula radial muy corta, con su borde posterior redondeado y doblemente más largo que ancho.

Peine tarsal con cinco espinas.

Uñuelas : anteriores unidentadas y posteriores bidentadas.

S. (Isodontia) aztecus Sauss

(Macho 16-20 mm.; hembra 19-25 mm.)

Zool. Hymen, 38, tabla II, fig. 22.

Berland, *loc. cit.*, página 283.

Kohl, *loc. cit.*, página 385.

Distribución. — Santiago del Estero, Tucumán (Ber. 1913). Méjico, Brasil (Kohl.).

Negro con pubescencia gris o negra. Patas negras con partes rojas. Pubescencia rostral blanca. Alas moreno obscuras, más pálidas hacia el ápex. Brillo azul o violeta. Cabeza grande, como en *nigrocoerulans,* punteada. Tórax fuertemente punteado con su porción posterior coriácea. Pecíolo abdominal igual 1 + 2 + 3 + 1/2 del 4°

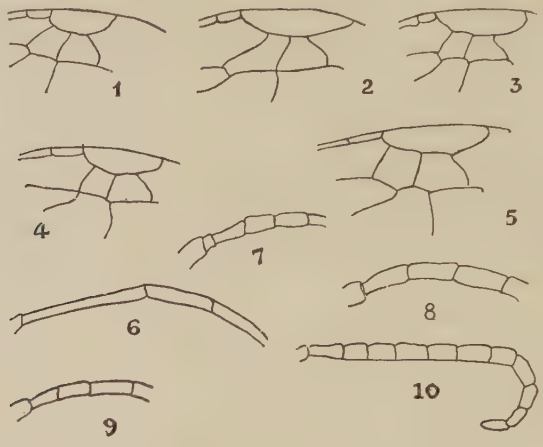


Fig. 1. — Variación de alas y antenas en especies argentinas y exóticas : 1, ala anterior de *S. mácula;* 2, de *S. funebris;* 3, de *S. gayi;* 4, de *S. nigricapillus;* 5, de *S. paranensis;* 6, antena de hembra de *S. funebris*; Antena de macho : 7, de *S. gayi*; 8, de *S. wagneri*; 9, de *S. nigricapillus*; 10, de *paranensis.*

segmento antenal. Placa anal con una línea brillante en su parte media. El macho muy semejante a la hembra, de la cual se diferencia, además del tamaño, en tener su 2° segmento antenal < que el 5°, casi igual al 4°, que es apenas > que el 3°.

Esternones abdominales con líneas de pelos y el segmento 9° en su base posterior, con pubescencia más rica.

Sphex (Isodontia) paranensis Berland

(Macho 15 mm.)

Loc. cit., número 4, página 284, 1929.

Distribución. — Corrientes, orilla del Paraná, Bella Vista.
Los tipos, 3 machos, en el Museo de París.

Negro. Mandíbulas y antenas enteramente negras. Patas negras en las trocánteres, fémur III, cara posterior del fémur II, y el resto

amarillo rojizo. Tégulas amarillentas, alas hialinas, nevaduras amarillas y hacia la extremidad morenas. Cara, clípeo y pronoto con pilosidad plateada, larga en la cabeza, tórax y pecíolo, y rojizos solamente en la cabeza. Clípeo convexo hendido en el medio. Escapo de las antenas globuloso y corto; 2° segmento del funículo estrecho en la base, luego regularmente alargado, un poco > que el 3°, tan largo como el 4° y < que el 5°.

Tórax fuertemente punteado. Segunda célula más angosta que en la generalidad de Isodontia. Pecíolo abdominal igual al primer segmento del torso posterior.

Sphex (Isodontia) nigrocoerulans Tasch.

(Macho 17-23 mm.; hembra 21-27 mm.)

Loc. cit., página 415.
Kohl, *loc. cit.*, página 383.
Jörgensen, *loc. cit.*, página 286.
Berland, *loc. cit.*, página 284.

Distribución. — Mendoza, Santa Fe.
Brasil, Venezuela, Guayanas.
Un ejemplar en el Museo de La Plata.

Coloración azul metálica, con partes negras en el tórax. Fémures y tarsos anteriores, rojo herrumbre.

Pubescencia, en cabeza y tórax, negra entremezclada con pelos blancos. Abdomen con pubescencia gris sucia, opaco. Alas negras, reflejos violeta y azul. Cabeza grande, punteada, especialmente en el vértex craneal. Meso y metatórax punteados.

Pecíolo abdominal ligeramente curvo, igual al 1 + 2 + 3 + 4 segmentos antenales.

Sphex (Isodontia) costipennis Spin.

(Macho 15-23 mm.; hembra 18-23 mm.)

Mem. Acad. Tor., XIII, página 54, 1853.
Berland, *loc. cit.*, página 284.
Kohl, *loc. cit.*, página 382.

Distribución. — Misiones.
Brasil, Guayanas, Yucatán.
Un ejemplar en el Museo de La Plata, de Misiones. (Río Grande).

Muy elegante y de coloración variada. Su pecíolo largo lo acerca a *Ammophila*. Negro. Abdomen, patas, parte de la cabeza, aparato bu-

cal y antenas, ligeramente rojizos. Variación en rojo y en negro, que dificultan la determinación de la especie por el color. Cabeza y tórax con pubescencia aurea. En el rostro blanca. A veces la pubescencia es general, hasta la base de las patas. Los pelos > son grises o amarillos.

Tórax punteado y en el segmento mediano las puntuaciones se transforman en estriaciasis. Pecíolo abdominal igual 2 + 3 + 4 segmentos antenales (♀) y igual 2 + 3 + 4 + 1/2 del 5° en el macho.

TABLA PARA DETERMINAR LOS GRUPOS SUBGENÉRICOS DE LOS «SPHEX» ARGENTINOS. (ORIGINAL.)

A) Peine tarsal en la hembra, nidificación subterránea.
a) Célula radial alargada.
1. Uñuelas unidentadas y brillo metálico. *Chlorion* I
2. Uñuelas bidentadas, sin brillo metálico, siempre línea interestigmal, mesonoto estriado. *Sphex* II
3. Uñuelas con más de dos dientes, sin línea interestigmal. *Harpactopus* III

b) Célula radial elíptica. *Pseudosphex* IV

AA) Sin peine tarsal en la hembra. Nidificación arbórea. *Isodontia* V

ESFÉGIDOS ARGENTINOS DEL GÉNERO «SPHEX» DISTRIBUÍDOS EN SUS GRUPOS SUBGENÉRICOS

I. *Sphex cyaniventrys* Guér., 1838.
» *hemiprasinus* Sichel, 1863.

II. *Sphex ichneumonea* Linn., 1758.
» *Jörgenseni* Brèthes, 1913.
» *Schrottkyi* Bertoni, 1918.
» *argentinus* Tasch., 1870.
» *ingens* Smith, 1856.
» *flavipes* Smith, 1856.
» *neotropicus* Kohl, 1890.
» *luciati* Brèthes, 1918.
» *Davisi* Fernald, 1907.
» *nigrocinctus* Fernald, 1907.
» *Mendozanus* Brèthes, 1909.

III. *Sphex striatus* Smith, 1856.
» *Thomae* Fabr., 1793.
» *simillimum* Fernald, 1907.
» *Spinolae* Smith, 1856.
» *neoxenus* Kohl, 1890.
» *Tucumanensis* Strand, 1910.
» *Wagneri* Berland, 1926.
» *striatulus* Brèthes, 1908.
» *platensis* Brèthes, 1908.
» *subexcisus* Brèthes, 1908.
» *Caridei* Liebermann, 1928.
IV. *Shpex pumilio* Tasch., 1870.
V. *Sphex aztecus* Sauss., 1867.
» *paranensis* Berland, 1929.
» *nigrocoerulans* Tasch., 1870.
» *costipennis* Spinola, 1853.

RESUMEN GENERAL

Sphex : Dos especies de *Chlorion*.
» Once especies de *Sphex*.
» Once especies de *Harpactopus*.
» Una especies de *Pseudosphex*.
» Cuatro especies de *Isodontia*.

Total : veintinueve especies de esfégidos argentinos del género *Sphex*.

IV

SPHEX (HARPACTOPUS) CARIDEI, NOV. SPEC.

(Macho 14 mm.; hembra 17 mm.)

Tipo depositado en el Museo de Historia Natural de Buenos Aires (♀). De la provincia de Buenos Aires, partido de Guaminí, distrito Casbás, estancia La Flora.

Especie algo mayor que *Sphex Thomae*, parecida a *S. platensis*, *S. Spinolae* y *S. subexcisus*, con pequeñas diferencias que se establecen en la descripción. Negra, con abdomen de color marrón. Se acerca más a *S. subexcisus*, de la cual la separan, sin embargo, caracteres específicos.

El espécimen «tipo» procede de la provincia de Buenos Aires,

partido de Guaminí, localidad de Casbás, estancia La Flora, donde existe la especie desde diciembre a abril.

Hembra 17 milímetros. Uñuelas tetradentadas.

Alas anteriores : 12,5 milímetros.

Distancia interocular : 2 milímetros.

Pecíolo del abdomen : 2 milímetros.

Distancia interestigmal : 2,5 milímetros.

Longitud de los segmentos tarsales : 1er, 2,75 milímetros; 2°, 1,5; 3er, 1,5; 4°, 0,75; 5°, 2.

Longitud de los segmentos antenales : Escapo, 0,75 milímetros; 1er segmento del funículo, 0,25; 2°, 1,5; 3er, 4°, 5° y 6°, iguales; 7°, algo más corto que los anteriores; 8°, 9°, 10°, 11° y 12°, decrecientes en longitud y grueso.

Negro opaco, excepto el abdomen, de color marrón, con sus últimos segmentos manchados de negro.

Poca pubescencia blanquecina en el metanoto, en las tibias y en la parte infero-posterior de la cabeza.

Pubescencia aurea en la frente y en parte del clipeo.

Clípeo convexo y poco hendido en su borde inferior, mientras es muy hendido en el *S. subexcisus.*

Vértex y epicráneo convexos, con los tres ojos simples colocados a cierta distancia, del ángulo que forman al unirse el vértex con la región frontal.

Región superior de la cabeza doblemente ancha que larga.

Distancia entre el borde de los ojos compuestos y los ojos simples doble de la distancia entre el ojo simple anterior y los dos posteriores y un poco mayor que la distancia entre ambos ojos simples posteriores.

Ancho de la cabeza : 4,5 milímetros, casi igual a su grueso, formando un cuadrado.

Los bordes internos de los ojos compuestos divergen hacia arriba, mientras que en el *S. subexcisus* son paralelos.

Antenas con todos los segmentos negros. (Es casi un caracter genérico pues en *Sceliphron* el primer artejo es siempre amarillo.)

Los tres primeros segmentos antenales iguales a la distancia interestigmal.

Segundo artejo del funículo $<$ que la distancia interocular.

Primero y segundo artejos del funículo menores que el pecíolo del abdomen. En *S. subexcisus* son mayores.

Tórax, especialmente el mesotórax, fuertemente punteado.

Estriación longitudinal en el metatórax.

Distancia entre el nacimiento de las alas anteriores 2,9 milímetros.

En el mesonoto dos hendiduras tranversales, formando un arco convexo hacia atrás.

Pecíolo negro, así como el ápex del abdomen.

Alas morenas y amarillentas, con su ápex sombreado de negro.

Patas negras, con muchas espinas, y dos mayores, en el extremo distal de las tibias posteriores.

Estigmas del segmento mediano casi lateralmente colocados.

Surcos interestigmales, rectos, no existen.

Peine tarsal en la hembra con las espinas más largas que los segmentos tarsales 3° y 4°.

Primer segmento tarsal largo, no tanto como el 2° y 3° reunidos e igual al 4° + 5°.

Quinto segmento tarsal igual a la distancia interocular y a la longitud del pecíolo abdominal.

Cuatro dientes en el borde interno de las uñuelas. Mandíbulas bidentadas.

Distancia interestigmal $<$ que los segmentos 2 + 3 de los tarsos posteriores. En *S. subexcisus* es mayor y en *S. Thomae,* igual.

Pecíolo del abdomen menor que los segmentos 3 + 4 de los tarsos posteriores. En *S. bifoveolatus* es igual y en *S. striatulus*, mayor.

Pecíolo del abdomen $>$ que el 2° artejo del tarso posterior.

Célula radial tan larga como las dos $2^a + 3^a$ cubitales y la mitad del ancho de la 2^a cubital.

Segunda cubital más alta que ancha y tercera más larga que ancha, de forma triangular, con su vértice posterior redondo.

Segunda cubital, forma de cero, con sus nervaduras abcisas anterior y posterior convexas hacia afuera.

Especie del aspecto vigoroso y arrogante.

Su poca pubescencia la diferencia bien de *S. Thomae.*

Como característica de *Harpactopus*, pubescencia en la región ventral de los últimos segmentos abdominales.

V

« SPHEX CARIDEI » LIEB. Y SUS RELACIONES BIOLÓGICAS CON « TRIGONOPHYMUS ARROGANS » STÄL

En los últimos años se ha empezado a dar gran importancia en los centros científicos europeos y de los Estados Unidos, como procedi-

miento eficaz para la destrucción de las plagas agrícolas, o por lo menos para la limitación de especies peligrosas, a la lucha biológica. Para poder llevarla a cabo con éxito, se ha iniciado el estudio intenso de huéspedes y de parásitos, para elegir y criar los que resulten aplicables a la finalidad económica del problema. Puede decirse, por lo tanto que la doctrina se encuentra en su período experimental, a pesar de haber ya dado, en parte, magníficos resultados.

En nuestro país, el problema se halla en su estado inicial, puesto que todavía no tenemos estudios sistematizados acerca de las especies peligrosas y sus parásitos (1).

Se han realizado ya algunas experiencias y, a pesar de su relativo éxito, el procedimiento biológico se ha abandonado, contrariamente a lo que se hace en Estados Unidos de la América del norte y en varios países europeos.

El problema es digno de estudio, y acerca de él estoy preparando un libro con la historia de la lucha biológica en la Argentina.

No creo que en esta obra corresponda analizar el problema, porque sería alejarse del tema principal.

En nuestro país deberíamos iniciar el estudio de todos los enemigos naturales de las especies peligrosas, para tener conocimientos exactos de los huéspedes y de sus parásitos, con los períodos de su evolución respectiva, su capacidad reproductiva, la duración de su vida y la influencia que sobre ellos ejerce la lucha mecánica.

Este trabajo es una pequeña contribución al problema.

En un país como la Argentina, cuya riqueza depende de las industrias agropecuarias, la lucha biológica sería un procedimiento eficaz para combatir las plagas.

La *tucura* de la provincia de Buenos Aires, *Trigonophymus arrogans* Stäl, es una de las plagas más peligrosas del país (2).

La especie, originaria del valle del río Negro, donde existía en pequeñas cantidades, tiene en la actualidad un extensa distribucion en varias provincias y territorios nacionales, causando verdaderos estragos.

He dedicado ya varios años al estudio de este ortóptero-acridioideo originario del valle del río Negro.

(1) Véase mi trabajo acerca de la *Trascendencia de la lucha biológica* presentado al V° Congreso de patología regional del norte, reunido en Jujuy en octubre de 1930.

(2) José Lieberмann, *Morfología y sistemática de tucuras argentinas*, en *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, tomo CVIII, página 463.

Entre los enemigos naturales que describí, puedo citar como los más importantes a los que siguen :

Las *gaviotas*, que en cierta época invaden en cantidades fabulosas las zonas meridionales de la provincia de Buenos Aires y devoran la tucura en proporciones extraordinarias. Casualmente, ha coincidido el alarmante aumento de la tucura, en los últimos años, con la gradual disminución de las gaviotas, por causas no explicadas aún.

También la *cigueña* es un enemigo voraz de las tucuras; pero, mientras su número sea limitado en las zonas invadidas, no se puede contar con su ayuda para el exterminio de la plaga, no debiendo, sin embargo, descontar su acción. Falta, en general, la ley de protección a las aves insectívoras.

Puede citarse también al cuervo, que es muy voraz, y a las lechuzas y chimangos.

El bicho moro *(Epicauta adspersa)* es un enemigo que debe tenerse en cuenta, puesto que se alimenta de los huevos de la tucura. En 1929, destruyó sus desoves en cierta región de la provincia de Buenos Aires.

En algunas tucuras, muertas sin causa conocida, he hallado varios *nematodes*, no clasificados aún.

En 1925, sobre tucuras de la zona de Mar del Plata encontré un ácaro que el doctor F. Lahille describió como una especie nueva (1) y que, probablemente, debe ser transmisor de algún germen patógeno. Sin embargo, la acción conjunta de todos los enemigos citados no ha bastado para impedir la excesiva multiplicación del acridio voraz, que en pocos años ha alcanzado una extensa zona de distribubión.

Aquí describiré las costumbres del *Sphex Caridei* nov. spec., que considero un enemigo natural de la tucura, encontrado durante un viaje de estudio en el partido de Guaminí de la provincia de Buenos Aires, en la estancia «La Flora», próxima a la estación Casbás, del F. C. M., a 465 kilómetros al sudoeste de la capital. Fué a fines de 1928 cuando me informaron que en los campos de la citada estancia y en varios otros vecinos, donde la tucura abundaba enormemente, había aparecido un insecto, una abeja solitaria, que mataba en grandes cantidades, al acridio. Al serme remitidos algunos ejemplares, observé que eran esfégidos; y como hasta hoy no se conocía ningún esfégido matador de la *Trigonophymus arrogans* Stäl, consideré el caso digno

(1) Fernando Lahille, *Nota sobre algunos ácaros del país*, presentado a la tercera Reunión de la Sociedad Argentina de Pat. Reg. del norte, Tucumán, 1927.

Fig. 2. La tucura, el mutílido y el esfégido, cuya biología está tan íntimamente ligada. (× 3)

de observación y de estudio, presentando aquí algunos de los resultados de mis viajes.

Son conocidas las costumbres y la evolución de varias especies de esfégidos.

Al hacer el estudio morfológico de los ejemplares que recibí de la estancia «La Flora», me convencí de que era una especie nueva, tanto por su morfología como por sus costumbres.

Hice un detenido examen de las actividades de todos los esfégidos conocidos (1), interesándome, además del problema específico, el problema numérico de su reproducción, las condiciones de su vida y la duración de su metabolismo en los diversos estados de su evolución, como asimismo de los enemigos naturales que pudiera tener.

Una de las pocas descripciones de la metamórfosis de los esfégidos es la que hace Fabre del *Sphex maxillosus*, en el que siguió la evolución desde el huevo hasta la imágen.

La del *Sphex Caridei* no es muy diferente, lo cual vendría a justificar ciertas opiniones acerca de la semejanza evolutiva de las familias próximas que habitan zonas de igual temperatura, aunque fueran especies distintas.

Si bien no pude seguir la metamorfosis del *Sphex Caridei* en todas sus fases, bastan perfectamente los datos que poseo — concordantes con la de otras especies — para dejarla establecida. Más aún, se puede referir la misma evolución para todos los esfégidos de la zona templada neotropical. Lo que pude observar perfectamente fué sus costumbres.

La estancia «La Flora» se encuentra en una zona típica de la región pampeana, a corta distancia de la laguna de Epecuén y Guaminí, dedicada enteramente a la explotación agropecuaria. El suelo es más bien arenoso, aunque las tierras cultivadas tienen una capa humífera que alcanza un espesor de 50 centímetros. Poca arcilla. Se cultiva la alfalfa *(Medicago sativa)*, el trigo *(Triticum vulgare)*, el maíz *(Zea mays)*, la avena *(Avena sativa)* y el lino *(Linum usitatissimum)*.

En la época de mi primer viaje, la zona se hallaba densamente invadida por la tucura que nace a principios de la primavera y desaparece a fines de abril. En noviembre habían aparecido los primeros esfégidos y en mayo no quedaban ninguno. Este dato coincide perfectamente con el ciclo vital de todos los esfégidos de Mendoza, que son los que más han sido observados en el país, según lo informa Jörjensen en su obra sobre los himenópteros de Mendoza.

(1) Véase la bibliografía final.

En enero, después de una lluvia los esfégidos desaparecieron, pero en febrero volvieron a aparecer en grandes cantidades, abundando los machos, que perseguían tenazmente a las hembras. Llegué a contar cinco y seis reunidos alrededor de una hembra, formando todos un ovillo. Cuando no mataban tucuras, ni se dedicaban a la fecundación, permanecían sobre las flores del cardo, o volaban, al parecer sin rumbo, al ras del suelo. A veces, subidos en un terrón, se peinaban las patitas, durante mucho tiempo, iniciando el vuelo después.

Lo primero que llamó mi atención al llegar a la zona invadida fué la enorme cantidad de tucuras y esfégidos.

Fig. 3. — El mutílido, cuya vida persiste gracias al *Sphex caridei*. (× 10)

En un extenso maizal, completamente invadido por el acridio, tuve ocasión de observar, varias veces, las costumbres del *Sphex Caridei*. Como lo aseguran otros autores al referirse a otros esfégidos, también éste construye sus habitaciones en terrenos desprovistos de vegetación, ya sean duros o blandos, como bordes de caminos, orillas de aguadas, y en cualquier espacio de tierra limpia. Un magnífico cuadro se ofreció a mi vista, en el que ví actuar las fuerzas de la naturaleza, con todo su empuje fatal. Era la labor silenciosa de los esfégidos, que tantas veces había leído descrita, la que se me presentaba en toda su realidad. Era aquella una actividad admirable y al darme cuenta de las proporciones de víctima y victimario pensé que si éste encontraba condiciones favorables para su vida, podría llegar a ser un enemigo serio para el acridio voraz. Unos cavaban abriendo cue-

vitas en el suelo; muchos arrastraban tucuras y otros se entretenían matándolas, o mejor dicho paralizándolas con un pinchazo certero en sus ganglios nerviosos. El acto de inmovilizar a la víctima suele durar algunos minutos.

Observo un esfégido. Veo que se arroja bruscamente sobre una tucura, la cual, al principio, trata de escapar, pero pasados unos minutos de lucha, queda inmóvil. El esfégido monta la tucura, abrazándola fuertemente con sus seis patas largas y peludas, provistas además de espinas y fuertes uñas en los tarsos, con su borde interno denticulado. Desenrrolla rápidamente su aparato bucal y empieza a hundir la lengua en la región más vulnerable de la tucura : en el cuello, entre la cabeza y el borde anterior del pronoto. La tucura camina un pequeño trecho y cae bruscamente. Pero el esfégido sigue ensañándose con su víctima, que deja oír, de vez en cuando, un pequeño zumbido. Después de algunos minutos el esfégido cambia de posición y se coloca invertido sobre la tucura, tratando de hundir la extremidad de su abdomen — es decir, el aguijón — en el sitio que antes hundió la lengua, o sea en la región dorsal, haciendo luego lo mismo en la ventral, lo cual significa, a mi entender, que hiere tanto el ganglio supraesofágico como el infraesofágico de su víctima. Mientras realiza su labor, el esfégido parece muy excitado; zumba fuertemente con las alas, su abdomen se agita rítmicamente y parece ciego y sordo porque no hace caso a nada de lo que entonces sucede alrededor de él. Una vez que la tucura está inmóvil — y siempre he visto vencer al esfégido, puesto que es rara la tucura que logre escapar de su terrible enemigo — el *Sphex* descansa un rato. De un corto vuelo se posa a cierta distancia, sin prestar atención a otras tucuras. Con las patas anteriores se alisa la pubescencia de la parte posterior de las mandíbulas, mientras su abdomen sigue agitado. Pasados unos segundos, medio minuto a veces, vuelve el esfégido hacia la tucura, que mueve débilmente sus antenas y cuyo abdomen se estremece de rato en rato. Se coloca encima de ella y con sus poderosas mandíbulas la ase por el escapo antenal, empezando inmediatamente a arrastrarla con gran rapidez, a pesar de ser la tucura doblemente más grande que él. La arrastra caminando siempre sin descansar ni utilizar, en ningún momento, el vuelo, lo mismo que el *Sphex occitanicus* que persigue solamente locústidos del género *Ephippigera*. En cambio se diferencia en lo siguiente : Mientras que el *Sphex occitanicus* prepara previamente la víctima y abre luego la cueva, el *Sphex Caridei*, cuando llega con su presa, ya tiene la habitación preparada de antes.

También es diferente la manera de arrastrar la víctima. Mientras el *Sphex albisectus* lo hace retrocediendo siempre, el *Sphex Caridei* la arrastra montado encima, cabalgando digamos. No es sin embargo la posición que toma para herirla sino que se coloca algo más adelante de manera que su cabeza se encuentra delante de la víctima. Puede hacerlo gracias a la longitud de sus patas.

Avanza en línea recta, sin vacilaciones, y yo lo sigo. El suelo es muy irregular y hay grandes plantas de maíz, terrones, surcos, pero

Fig. 4. — *Sphex Caridei.* (× 4)

el esfégido marcha sin desfallecer. Sube alturas de 10 a 15 centímetros, desciende a surcos que deben ser canales enormes para él, siempre ágil, con una rapidez admirable. En su marcha se encuentra con muchas cuevitas abiertas por otros esfégidos, pero no le llaman la atención y ni siquiera se detiene. Ya hemos recorrido uno 50 pasos y el esfégido siempre avanza a través del maizal. Se encuentra asimismo con otros compañeros que descansan, cavan o arrastran tucuras, pero sigue impertérrito su camino. Ya nos vamos cansando, pero el deseo de conocer el final de aquel fenómeno nos impulsa a perseverar en la observación.

Por fin, a unos sesenta pasos del lugar donde cazó la tucura, el esfégido se detiene, abandonando la pieza a unos 30 centímetros de

una cueva; de un pequeño vuelo llega hasta ella e inmediatamente penetra en su interior.

Esto lo pude observar varias veces, siempre sin variantes.

También observé sus procedimientos al construír la cueva y abrí varias, para conocer su estructura interna.

El sitio parece preocuparle poco, pues la abre en cualquier parte, con lo que se diferencia de varias otras especies, el *Sphex occitanicus* entre ellas, que buscan algún lugar al abrigo de rocas o plantas.

La cueva es sencilla y con varias celdillas en su terminación, pero no siempre vertical como la del *Sphex maxillosus*. Su entrada es un círculo perfecto; vertical al comienzo, se hace luego oblicua y llega a veces a ser horizontal, terminando en algunos ensanchamientos. Algunas no tenían más de dos celdillas : otras tenían tres. La del *Sphex maxillosus* tiene una sola. Esta especie persigue ortópteros del género *Oedipoda* y los arrastra retrocediendo siempre, procedimiento que considero más primitivo, porque es más difícil que el que utiliza el *Sphex Caridei*.

Las habitaciones las abre con extrema rapidez, como impulsado por alguna irresistible necesidad interior. Al verlo cavar la tierra utilizando las patas anteriores y posteriores con las que arroja el polvo a gran distancia, recordé el procedimiento que usan los perros. En pocos minutos la cuevita queda abierta.

Entonces el esfégido levanta el vuelo, en busca, seguramente, de la presa que ha de servir como alimento para su progenie, cuando él ya no exista.

Al penetrar en la habitación antes de depositar la tucura en su interior, el esfégido parece obedecer al deseo de inspeccionarla y darle los últimos retoques.

Aquí interviene otro insecto, también del grupo de los *Sphecoidea*, del que ya Lynch Arribálzaga, en sus obras citadadas sobre los esfégidos y mutílidos, da una breve indicación, diciendo no conocer su relación con los *Sphex*, por no haber podido observarla.

Gracias a mi observación personal puedo aclarar el problema.

Se trata de un mutílido de una especie tal vez nueva, al que he visto merodear siempre alrededor de las cuevas del *Sphex Caridei*, como si esperase algo.

Lynch Arribálzaga cita diversas opiniones acerca del régimen de vida de los mutílidos. Algunos dicen que todos son cazadores de insectos, aunque es difícil aceptar esta opinión para las hembras, ápteras siempre. No he visto los machos, que son alados. Pero las obser-

vaciones recogidas sobre el mutílido de Guaminí me permiten asegurar que viven como parásitos de los esfégidos, es decir a expensas de su caza, y tal vez de sus mismas larvas. Son muy ágiles y el estudio de sus costumbres no se ha hecho aún, habiéndose escrito bastante acerca de su Sistemática (1). No pude obtener adultos de las larvas que recogí, ni de los huevos. Lo que puede asegurar es que su evolución coincide con la de los esfégidos, así como la de éstos con la de la tucura. Cuando el *Sphex Caridei,* al llegar con su presa, penetra solo en la habitación abierta por él, reaparece al instante, ahuyentando de su casa a uno de los mutilidos que, aprovechando la ausencia del esfégido, se había metido dentro con una explicable finalidad.

Es un intruso y el dueño trata, de muchas maneras, de arrojarlo. Lo corre, lo persigue, lo muerde con sus mandíbulas, lo azota con

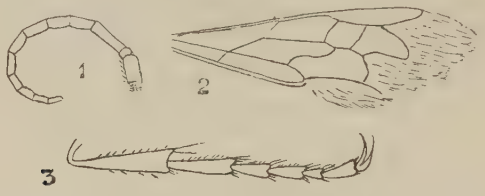


Fig. 5. — 1, antena de hembra de *S. Caridei;* 2, ala antena de hembra de *S. Caridei*; 3, tarso posterior de hembra de *S. Caridei.*

sus alas y lo golpea con sus patas, aunque el mutílido, mucho más chico y ágil, logra casi siempre, escapar, volviendo a meterse en la cueva. Asistí durante cinco minutos a la escena admirable.

Después de una serie de entradas y de salidas el *Sphex Caridei* termina por abandonar la persecusión y no le presta más atención al mutílido. Se acerca a la tucura y asiéndola otra vez por las antenas, la arrastra, retrocediendo en este caso, hasta la boca de la cueva y, siempre en la misma forma, precediendo a la víctima, penetra en su interior.

Detrás de ambos, casi entre las patas de la tucura, penetra también el mutílido.

Cuenta Fabre que cortó las antenas al locústico traído por el *Sphex occitanicus* hasta la cueva y que al volver éste, no encontrando las

(1) Existe una obra de André sobre *Mutílidos argentinos del Museo de Historia Natural de Buenos Aires* en *Anales del Museo de Historia Natural de Buenos Aires,* tomo XVII (serie 3ª, t. 10), página 169.

antenas, no trató siquiera de asir a su presa por otros apéndices, sino que la abandonó, saliendo en busca de otro.

Yo hice otra experiencia : Aprovechando la ausencia del esfégido, le cambié la tucura, traída por él, por otra que encontré muerta — en estado fresco — y que no presentaba ninguna señal de violencia. El *Sphex Caridei* se acercó e inmediatamente levantó vuelo, abandonando la tucura.

En otra ocasión puse, al lado de la tucura traída por el esfégido, dos iguales a aquélla. Sin vacilación el esfégido, al volver, tomó la que él había traído, a pesar de haberla cambiado de lugar.

No acierto a explicarme cómo el insecto reconoce a su víctima, pero considero que esto nos pone en evidencia de que no la mata sino que la paraliza, y a que cualquier herida daría lugar a una rápida descomposición del animal.

Esto puede causar nuestra admiración como la orientación del *Sphex* en medio del maizal, que para él tiene las proporciones de un bosque.

A los dos minutos reaparece *Sphex Caridei* e inmediatamente se pone a tapar la cueva.

Jamás he podido ver un acto realizado con más cuidado y cariño.

El mutílido ha quedado dentro y el esfégido trabaja rápidamente. Colocándose con la cabeza hacia afuera, arroja tierra fina con sus patas, como hizo antes al abrir la cueva.

Vuela el polvo a los impulsos de las patas vigorosas y peludas del insecto.

Cuando ya la tierra fina llena la cueva, el esfégido comienza a acarrear terroncitos que va colocando sobre la boca de la cueva. Toma, con sus mandíbulas los terrones, cada vez buscándolos mayores y los dispone sin orden alrededor de la cueva, como para no dejar ningún indicio acerca de su lugar.

Ya no se encuentra tan agitado como al principio; trabaja más despacio, sus movimientos son pausados y ya su abdomen no se estremece. Ha cumplido con su misión específica, asegurando la vida de su prole. Ya puede, en cualquier surco abandonado, morir tranquilo.

Al rato levanta el vuelo y no lo veo más.

Abramos la cueva.

Lo primero que aparece es el mutílido, que está haciendo esfuerzos para salir de la tumba donde se dejó, conscientemente, enterrar, lo que no le resulta muy difícil por cuanto le tierra es blanda y él es ágil y muy liviano.

Lo hace, sin duda, después de haber depositado sus huevos cerca de la tucura.

Luego encontramos tres tucuras: la que acaba de depositar el esfégido, que aun se estremece y sus antenas vibran. La segunda, de cuyo aspecto deduzco que está enterrada desde hacia varias horas y en la tercera encuentro varias larvas, de color blanco, que no me parecen todas iguales. Son, sin duda, las larvas del *Sphex Caridei* y del mutílido.

Encuentro también algunos huevos, de diferente tamaño. Los mayores de unos dos milímetros de largo, son del esfégido; y los más pequeños, alargados también, apenas alcanzan a un milímetro.

Asi aseguran los humildes insectos la perpetuación de su especie.

En cuanto a la evolución del *Sphex Caridei,* no pude seguirla en todas sus fases. Los datos que poseo son, sin embargo, suficientes para establecerla definitivamente.

Además de los que se refieren a esta especie, a la época de su aparición, considero que pueden utilizarse las de las especies de la misma familia que habitan en zonas más o menos semejantes.

El huevo es amarillento, cilíndrico, de dos milímetros de largo. Encontré, en una sola cueva, varios de ellos.

A los cinco o seis días aparece una pequeña larva.

En cuevas frescas, cerradas hace pocos días, encontré, en el cadáver de la tucura, larvas pequeñas y amarillentas que se alimentaban del cuerpo de la presa traída por la madre. Mientras que la tucura que contiene en su interior la larva está completamente inmóvil, las otras presentan pequeños estremecimientos en sus antenas.

La larva crece rápidamente, porque es muy voraz. En pocos días que pude mantener una larva viva, aumentó varios milímetos. Desgraciadamente murió antes de llegar al estado ninfal.

En cambio, encontré en la tierra varios esfégidos encerrados dentro de un capullo. Poseo varios ejemplares de éstos. Son alargados, de la misma longitud que el insecto adulto, cilíndricos y de un color amarillo de oro. Su estructura es firme y no se rompe con facilidad. Son impermeables. Algunos ya están abiertos por uno de sus extremos, que es por donde el adulto se libra de su prisión.

En ellos, una vez encerrada, pasa la ninfa cerca de diez meses.

El período larval dura, pues, unos 10 a 12 días.

El ninfal, de 8 a 9 meses.

Esto coincide con la vida de casi todos nuestros esfégidos, que aparecen en diciembre y desaparecen a principios o mediados de marzo.

El *Sphex Caridei* inicia sus actividades a principio de diciembre.

Las larvas van naciendo durante enero y febrero.

En marzo las larvas empiezan su ninfosis, encerrándose en su capullo.

Éste permanece en la tierra hasta noviembre, cuando aparecen los esfégidos adultos.

He abierto varios capullos en julio y encontré en su interior al *Sphex Caridei* en estado ninfal.

En cuanto al número de huevos creo que no pasa de tres.

En febrero y marzo apareció en la zona del *Sphex Caridei*, una *hormiga colorada*, muy grande, solitaria, que dejó minados los lugares donde el esfégido había enterrado sus víctimas. No creo que su ubicación haya sido casual, sino que buscaban, para alimentarse, las tucuras y las larvas de los esfégidos. Abrieron miles de cuevas, utilizando para esta labor sus mandíbulas. Dejo para los mirmecólogos la explicación de los motivos que trajeron a las hormigas al lugar de los *Sphex*.

Considero, sin embargo, que el enemigo de la tucura, tiene a su vez, varios enemigos, de los cuales yo pude ver a los mutílidos y a la hormiga colorada, que limitan tal vez su multiplicación, favoreciendo indirectamente a la tucura.

Con lo cual quedaría en evidencia, una vez más, la extraña armonía que rige las leyes de la vida.

VI

CONCLUSIONES

1ª La especie típica de *Sphex* es *Sphex fossoria* L. y no *Sphex sabulosa* como lo estableció Fernald en 1907.

2ª El *Sphex Thomae* Fab., existe en la República Argentina.

3ª Existe en la Argentina una especie, hasta hoy desconocida de esfégido, *Sphex Caridei* Lieb., que es enemigo natural de *Trigonophymus arrogans* Stäl.

4ª Los mutílidos parásitos de *Sphex Caridei* Lieb., depositan sus huevos en las cuevas abiertas por los esfégidos y sus larvas se nutren de las presas preparadas por éstos para su prole.

5ª *Sphex Caridei* Lieb., tiene un estado larval que suele durar hasta 15 dias; su ninfosis dura de 8 a 9 meses y su vida activa de 3 a 4.

6ª Con la nueva especie llegan los esfégidos argentinos del género *Sphex* a 29.

BIBLIOGRAFÍA

Arnold, G., *The Sphegidae of South Africa. Ann. Transvaal. Mus. Pretoria,* t. XI, 1926, pág. 338.

Autran, E., *Bol. Min. Agric.*, t. VIII (1907), pág. 111.

— *Qu'est ce que l'Enodia fervens Conil (Hym.)? Bull. Soc. Ent. Franc.*, pág. 207, París, 1907.

Berland, Lucien, *Les Sphegidae du Museum d'Histoire Nat.*, t. XXXII, 1926, págs. 163, 200, 282; 1927, pág. 150.

— *Notes sur les himenoptères fouisseurs de France. Ann. Mus, Soc. Ent. Franc.*, 1924-1926, pág. 173.

— *La nidification de « Sphex paludosus Rossi », et des Isodontia en general. Bull. Soc. Ent. Franc.*, nº IV, pág. 63, 1929.

Bertoni, A. de Winkebried, *Himenópteros nuevos y poco conocidos. Rev. Cient. Parag.* Asunción, t. II, pág. 14, 1925.

— *Contribución a la biología de las avispas y abejas del Paraguay. An. Mus. Hist. Nat. Bs. As.*, t. XXII, pág. 97, 1912.

Blanchard, M. Emile, *Histoire des Insects*, t. III, 1840.

Bouvier, E. L., *Habitudes et métamorphoses des Insectes*, París, 1921.

Brèthes, Juan, Dr., *Sobre algunos esfégidos del grupo « Sphex Thomae ». An. Mus. Hist. Nat. Bs. As.*, t. XVII (ser. 3ª, t. X), pág. 143, 1908.

— *Himenópteros nuevos de las repúblicas del Plata y del Brasil. An. Mus. Hist. Nat. Bs. As.*, t. XIX (ser. 3ª, t. XII), pág. 49, 1909.

— *Description d'une nouvelle espèce de « Sphex » de la République Argentine, Physis*, t. IV, pág. 347, 1918.

Burmeister, G., *Ueber die Pompiliden und Sphegiden des La Plata Gebiets. Stett. Ent. Zeit.*, t. XXXIII, nºs 7-9, pág. 230, 1872.

— *Mutilloe Argentinae. Bol. Acad. Nac. Cienc. Córd.*, t. I, entr. 4ª, pág. 461, 1875.

Cabrera Ángel, *Código de nomenclatura zoológica vigente en la actualidad. Bol. Real Soc. Esp.*, t. XIV, junio, nº 6, pág. 311, 1914.

Chevalier, L., *Biologie de deux hymenoptères fouisseurs et chasseurs de chenilles. Bull, Soc. Etud. Sci. Nat. Elbeuj*, t. XLII, pág. 101, 1924.

Comstock, John Henry, *A manual for the study of Insects*, Ithaca, 1926.

Conil, Augusto P., *Etudes sur l'Acridium paranense Burm.; ses variétés et plussieurs insectes qui les detruissent. Periódico Zool.*, t. III, pág. 241, 1880.

Cresson, E. T., *On the Hymenoptera of Cuba (Sphegidae). Proc. Ent. Soc. Philad.*, t. IV, pág. 134, 1865.

— *Synopsis of the Hymenoptera of America north of Mexico. Trans. Amer. Ent. Soc. Philad.*, sup. vol. págs. 112, 152, 275, 1887.

Dalla Torre, Dr. C. G., *Catalogus Hymenopterorum*, 1897.

Dubois, E., *Sphegidae de Belgique. Bull. Soc. Ent. Belg. Bruselas*, pág. 139, 1921; pág. 190, 1922.

Fabre, J. H., *Etude sur l'instinct et les metamorphoses des sphegiens. Ann. Sci. Nat.*, ser. 4ª, t. VI, pág. 137; t. IV, pág. 162, 1856.

— *Souvenirs entomologiques*, pág. 101, París, 1879.

FABRICIUS, H. T., *Entomología systemática*, t. II, págs. 199, 1793.

FERNALD, H. T., *The genotipus of « Sphex »*. *Entomological News*, t. XVI, pág. 163, 1905.

— *A collection of Sphegidae from Argentina*. *Mass. Bull. Mus. Comp. Zool. Harvard*, t. L, pág. 263, Cambridge, 1907.

GIACOMELLI, DR. E., *Notas sobre el « Sphex ingens, Smith »*. *Rev. Soc. Ent. Arg.*, año III, nº 6 (t. II, nº 1), pág. 59, 1928.

GRIBODO, GIOVANNI, *Imenotteri aculeati di Cirenaica*. *Atti Soc. Ital. Sci. Nat.*, t. LXIII, pág. 263, 1924.

GROSS, J., *Insectos*, págs. 102-157, Madrid, 1929.

HOLMBERG, L. E., *Delectus Hymenopterologicus Argentinus*. *An. Mus. Hist. Nat. Bs. As.*, t. IX (ser. 3ª, t. II), pág. 377, 1903,

— *Synopsis of the Fossoria of Argentina*. *Id.* (ser. 3ª, t. II), pág. 469.

— *Sobre algunos himenópteros de la República Oriental del Uruguay*. *An. Soc. Cient. Arg.*, t. XVIII, pág. 225, 1884.

JÖRGENSEN, P., *Los crisídidos y los himenópteros aculeatos de la provincia de Mendoza*. *An. Mus. Hist. Nat. Bs. As.*, t. XXII, pág. 267, 1912.

KIRBY, W. F., *A list of the Hymenoptera of New Zeeland*. *New Zeel. Journ. Sci.*, vol. II, pág. 65, 1884.

KOHL, F. F., *Monographie der natürlichen Gattung « Sphex Linne »*. (Con 5 tablas litográficas) *Ann. K. K. Naturhistorischen Hofmuseums*, t. V, pág. 79, 1890.

LATREILLE, *Hist. Nat. des Crust. et des Insectes*, pág. 332.

LINNEO, C., *Systema naturae*, ed. X, 1758.

LYNCH ARRIBÁLZAGA, F., *Ensayo sobre los Mutílidos*. *El Natur. Arg.*, t. I, entr. 5ª, pág. 129, 1878.

— *Pompilites y Esfégites del Norte de Buenos Aires*. *El Natur. Arg.*, t. I, entr. 11ª, pág. 321.

PATTON, W. H., *Some characters useful in the study of the Sphegidae*. *Proc. Bost. Nat. Hist.*, t. XX, pág. 378, 1880.

PICARD, B., *Recherches sur l'éthologie du « Sphex maxillosus »*. *Mem. Soc. Cherbourg*, t. XXXIII (ser. 4ª, t. III), pág. 97, 1903.

REED, ED. C., *Las « Fossores » o avispas cavadoras de Chile*. *An. Univers. Chile*, t. LXXXV, pág. 401, 1893-1894.

RILEY, CH. V., *Biologia Centrali Americana. Hymenoptera*, vol. II, pág. 29, 1888.

RUIZ, P., *Observaciones sobre la existencia de « Sphex cyaniventris, Spin. » en Chile*. *Rev. Chil. Hist. Nat.*, t. XXV, pág. 579, 1921.

SCHROTTKY, CARLOS, *Enumération des Himenoptères connus jusqu'ici de la République Argentine, de l'Uruguay et du Paraguay*. *An. Soc. Cient. Arg.*, t. LV, pág. 123, 1923.

SICHEL, J., *Sphex hemiprasina et hemipyrrha, n. s.* *An. Soc. Ent. Franc.*, t. III, ser. 4ª, pág. 23, 1863.

SMITH, JOHN, *Economic Entomology*, pág. 370.

SPINOLA MAXIM, *Mem. Acad. Turin*, t. XIII, pág. 19, 1853.

TASCHENBERG, E. DR., *Die Sphegiden des Zoologischen Museums der Universität in Halle*. *Zeitsc. f. die Gesam. Naturw.*, nºs XI y XII, pág. 407, Halle, 1869.

BIBLIOGRAFÍA

Por C. C. D.

Montessus de Ballore, R. de, *Probabilités et Statistiques*. Un tomo in 8° (16,5 × 25), 210 páginas con 17 figuras. Precio : 60 francos. Hermann & Cía., París, 1931.

El profesor Alliaume, de la Universidad de Lovaina, en el prefacio que ha escrito para este nuevo libro del eminente profesor del Oficio Nacional Metereológico de Francia, explica el interés del mismo, su alcance, su utilidad y su oportunidad.

El cálculo de las probabilidades, en sus aplicaciones a la estadística, tiene que habérselas con el siguiente esencial problema :

En una prueba, un acontecimiento tiene una probabilidad p cuyo complemento a 1 es q. Se desea realizar m pruebas. Se propone un número x, el « apartamiento », menor que mp y que mq, tal que $mp - x$ (y por lo tanto $mq + x$) sea un número entero. Se pregunta cuál es la probabilidad y para que el número de veces que el acontecimiento se produce sea $mp - x$. La « función binomial » da la solución rigurosa del problema. Inversamente, dado el número de veces que se produce un acontecimiento, es menester poder calcular los elementos de la función binomia, lo que comporta el empleo del cálculo de factoriales.

Como esos cálculos son penosos, se ha buscado simplificarlos con la introducción de hipótesis; pero sólo en definitiva son esas simplificaciones valederas, cuando $p = q$, lo que nunca ocurre cuando se quiere aplicar esas simplificaciones a las estadísticas. Habría que seguir con la ley binomial que contiene tres parámetros, y ello puede hacerse ahora mediante fórmulas recientemente establecidas. Con esas fórmulas es posible abordar, de frente y con facilidad, la representación de las estadísticas por medio de la función binomial. Es lo que demuestra el autor con numerosos y variados ejemplos. Hasta es posible darse cuenta de si la estadística acusa un fenómeno causal único o un fenómeno principal y otros secundarios, o bien fenómenos de mismo orden de intensidad; siendo digno de señalar que los tres parámetros

fundamentales bastan para representar curvas en campana las más variadas, las más asimétricas, cuando el número de observaciones alcanza a varios millares.

El doctor Montessus de Ballore ha reunido en este libro, en forma didáctica, sus trabajos publicados desde siete años atrás en los *Anales de la Sociedad Científica de Bruselas* y la cuestión ofrece horizontes amplios para las investigaciones.

El capítulo I del libro se ocupa de las probabilidades directas : principio de Bernoulli, definiciones varias y combinaciones de probabilidades elementales.

El capítulo II trata de las probabilidades de las pruebas repetidas : fórmula de base, papel de las fórmulas exponenciales, etc.

Viene luego el estudio de la función llamada Θ : tablas, interpolación, apartamiento probable, etc.

Los capítulos restantes se ocupan : de la abscisa correspondiente a la ordenada máxima de la función binomial, abscisa llamada la « Moda »; del papel distributivo de las constantes de dicha función; de la introducción de una constante de desplazamiento; de las fórmulas de sumación de los momentos; de las medias; del cálculo *a posteriori* de las constantes incluso la de desplazamiento de una ley de probabilidad simple; de la existencia de estadísticas que sigan la ley de probabilidad simple; de aplicaciones a estadísticas diversas; del caso de datos unilaterales; de una ojeada sobre las estadísticas de géneros superiores; estadísticas continuas y discontinuas.

Trae el libro, al final, una tabla con nueve decimales de la función de probabilidad simple o función binomial para ciertos valores de las constantes y ciertos límites de valores de la función.

Tisserant, Charles, *Essai sur la grammaire Banda*. Un tomo, en 8° (17,50 × 27), 190 páginas, con un mapa en el texto. Encuadernación tela, 45 francos. Institut d'Ethnologie, París, 1930.

Constituye el tomo XIII de la *Colección de trabajos y memorias del Instituto de etnología de la Universidad de París*, y su autor es un misionero de la Congregación de los « Padres del Espíritu Santo ». El nombre de « Banda » citado por vez primera por Ibn Omar y Thounsy designa una de las tribus las más lejanas del África entre las que los Ouadaianos buscaban esclavos. Observa el autor en el Prefacio, que si se considera la carta lingüística del África, llama la atención la circunstancia de que al sur, a partir de una línea que sale del Camerun hacia el oeste hasta el extremo norte del país swahilí al este, se extiende el arco de las lenguas bantues, que son aglutinantes; y de mucho parentesco : en tanto que, hacia el norte las lenguas son por lo contrario, tan diferentes de un pueblo a otro, que la cuestión de su clasificación permanece aún sin dilucidar. Después de otras muchas e interesantes observaciones sobre este particular se dan indicaciones detalla-

das respecto del nombre de « Banda ». Ese pueblo no es un todo homogéneo, sino un conjunto de tribus independientes, ordinariamente hostiles y persiguiéndose una a otra. Se hace después una clasificación de los dialectos ; de la constitutiva del pueblo en cuestión ; de sus migraciones ; de las « razzias » uadaianas y nubias. Recuerda el autor las historias de los antiguos jefes Rabah y Senusi, de la ocupación francesa. Habla luego de la lengua Banda y de su vinculación con las lenguas bantues ; y luego de dar un mapa relativo a los principales dialectos bandas y una bibliografía, entra en materia. Primero habla de la fonética ; y cada una de las partes del discurso es materia de un capítulo aparte.

Al final se ocupa de la sintaxis.

Respecto de la idiosincracia de la lengua, observa entre otras particularidades que el banda es pobre en formas gramaticales. No gusta de frases largas, prefiriendo dividir la acción en sus elementos y describirla por una serie de pequeñas frases. En una serie de frases cuida siempre, ya el orden cronológico, ya la lógica de los hechos ; prefiere repetir dos veces la misma frase ; la no repetición implica querer dar a la frase un corte vivaz. El mismo orden cronológico es seguido en los incidentes, y como consecuencia, el orden de las frases debe, a menudo, ser intervertido (frases condicionales o dubitativas).

Un apéndice trae la formación de los adjetivos y de los substantivos. Por último se ocupa el libro de los cuentos bandas, dando algunos de ellos con su traducción francesa.

Vignery, A., *Vibrations de torsion d'un arbre portant des masses pesantes. Application aux machines policylindriques.* Un tomo en 8° (14 × 22), 120 páginas, con 73 figuras en el texto y 5 cuadros fuera de texto. Librería Béranger, París, 1931. Precio en Buenos Aires : 28,50 francos.

El autor es ingeniero jefe de la Sociedad de Electricidad y de Mecánica de Gante.

Después de un análisis armónico de una curva periódica, estudia un árbol empotrado terminado por un volante y luego considera el caso general de una vibración natural de un árbol sostén de varios volantes. Viene después el cálculo de la frecuencia de las vibraciones naturales de un árbol de esta última naturaleza. Trata, enseguida, las vibraciones sostenidas de un árbol portador de varios volantes-amortiguadores así como algunos casos que permitan un cálculo simplificado. Hace una comparación entre varios estados vibratorios, y estudia la influencia de las masas arrastradas en el movimiento vibratorio del árbol. El caso de un motor policilíndrico de combustión interna es tratado en un capítulo especial. Los tres últimos capítulos tratan respectivamente de los cálculos a efectuar en el caso de un motor de combustión interna ; de la determinación gráfica de la frecuencia de las vibraciones naturales y de las verificaciones y observaciones diversas.

ANALES DE LA ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS
FÍSICAS Y NATURALES DE BUENOS AIRES

LA PERSPECTIVE CENTRALE DES FIGURES PLANES

SANS LIGNES DE CONSTRUCTION ET SANS L'USAGE DES « IMAGINAIRES » (1)

PAR C. C. DASSEN
Ingénieur, docteur ès sciences physico-mathématiques

RÉSUMÉ

L'auteur émet des considérations sur l'abus de l'usage des quantités et des nombres « imaginaires » souvent commis, surtout dans l'enseignement, pour démontrer des propriétés qui ne sont que des conséquences, très simples, de théorèmes courants de la géométrie élémentaire, et qui ne sont destinées qu'à un usage pratique de la profession de l'ingénieur. Il donne un exemple relatif à la détermination de la perspective d'une figure plane sans employer des lignes de construction.

Nous n'avons pas à rappeler ici tout ce que l'analyse doit aux quantités et aux nombres dits « imaginaires ». Ce qu'un seul nombre « réel » ne peut fournir, peut être obtenu moyennant deux nombres de ce genre, irréductibles l'un à l'autre, et constituant un nombre « imaginaire » ou « complexe », ou « diplet ». Qu'il nous suffise d'avoir présent le cas des équations algébriques du $n^{\text{ième}}$ degré : si z est l'inconnue, une équation de ce genre n'a généralement pas n solutions en nombres réels; mais si l'on admet le principe de « continuité », elle a toujours n solutions « complexes », c'est-à-dire, sous forme de « diplets », ces derniers comprenant les nombres réels comme cas particuliers. Cela signifie que toute courbe plane analytique d'ordre n, est toujours coupée par une droite analytique du plan analytique en n points, quelques-uns desquels (ou aucun, ou tous) réels, les autres étant « imaginaires » quoique signifiant analytiquement « quelque chose » utile sous ce point de vue; et même susceptible d'une interprétation graphique,

(1) Note présentée à l'Académie, dans sa séance du 17 septembre 1927.

comme nous le ferons voir dans les articles que nous publierons sur la Géométrie Vectorielle (1).

Mais si le problème de trouver l'intersection d'une droite et d'une courbe se présente à un ingénieur ou à un dessinateur dans l'exercise de leur profession, ces solutions imaginaires ne lui seront, évidemment, d'aucune utilité. Auront-elles, malgré cela, quelque intérêt lorsqu'elles peuvent permettre de trouver, ou de démontrer, des propriétés réelles utiles à quelque question pratique et qui, autrement, pourraient, peut-être, passer inaperçues? Voilà une question que je n'éluciderai pas, du moins pour le moment; mais quoiqu'il en soit, il est certain que, dans l'enseignement professionel, on abuse souvent des « imaginaires » s'évertuant à démontrer par leur intermédiaire des propositions qui ne sont que de simples conséquences directes de théorèmes de la géométrie plane élémentaire. J'en donnerai sur-le-champ un simple et très éloquent exemple qui m'a été suggéré à l'occasion d'un article publié récemment par un professeur de notre Faculté de Sciences, ayant pour titre *Application de l'« imaginairisme » à la Perspective, dans la Géométrie Projective, sans lignes de construction* (2). On y lit les phrases suivantes :

« Le thème développé dans ce qui suit, a deux caractéristiques primordiales. La première a trait à une application *in extenso,* avec des résultats palpables, de l'« imaginairisme » à la Perspective. Elle a un caractère hautement spéculatif. L'autre est exclusivement utilitaire, en tant qu'elle permet à un dessinateur sans connaissance de la Perspective, de faire, très simplement, celle d'un édifice quelconque.

« En s'appuyant sur des êtres géométriques d'existence purement « nouménale » comme les droites isotropes et les points cycliques et, qui plus est, sur des propriétés absurdes pour l'intuition, telles que l'égalité des angles que forme une isotrope avec une droite quelconque du plan, on obtient des résultats parfaitement adéquates à l'expérience, tout au long des propriétés que nous allons exposer. »

Et, peu après, l'auteur ajoute :

« Cette propriété (des isotropes) non contenue dans notre intuition de l'espace, et qui est même contradictoire à toute représentation formelle, est, cependant, le *véritable pilier sur lequel repose la Théorie de la Perspective sans lignes de construction.* »

(1) Voir *Anales de la Sociedad Científica Argentina,* tome CVI, page 359, tome CVIII, pages 353 et 447, et tome CXI, pages 161 et 241.

(2) *Revista del Centro Estudiantes de Ingeniería,* numéros 298 et 299, avril et mai 1925, pages 260 et 364.

Il nous semble, tout d'abord, que pour un étudiant, élève ingénieur de première ou deuxième année, et même pour un homme mûr non spécialisé, ce pilier doit sembler peu solide. Il aimerait certainement mieux voir cette Théorie appuyée sur quelque chose de plus ferme, par exemple, sur le théorème de géométrie élémentaire qui établit l'égalité des angles inscrits dans un même arc de cercle. Il y a sans doute belle distance entre la démonstration basée sur ce théorème si simple et si connu, et celle extrêmement longue et compliquée que l'auteur expose dans son article — démonstration qui, du reste, n'est pas à lui. — Cependant la première suffit pour le cas, comme nous allons de faire voir tout de suite.

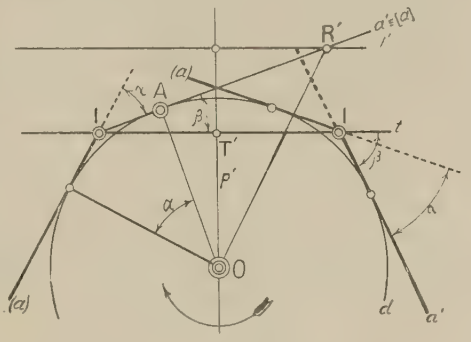


Figure 1

Le plan du papier étant celui de la perspective, ou du « tableau » (fig. 1), t étant la ligne de terre et h' celle de l'horizon, O, l'abattement du point de vue fait autour de h', de sorte que la distance de O à h' est égale à celle du point de vue au tableau, on sait que la perspective Σ' d'une figure plane Σ, sur le tableau, et son abattement (Σ) sur ce même tableau autour de t, sont des figures homologiques, le centre de l'homologie étant O, l'axe t, et h' la droite limite de Σ'. Si l'abattement (Σ) tourne d'un angle α autour de O, dans le plan du dessin, et prend la position $[\Sigma]$, elle devient homographique de Σ' qui n'a pas bougé (1).

(1) Il s'agit, évidemment, d'une homographie elliptique, qui n'a qu'un point double et une droite double « associée ». Nous cherchons ici à trouver, par voie directe, une propriété de cette homographie, envisageant le problème sous la forme qu'il se présente dans notre cas. Du reste, il est bien sû que, O étant le point double réel unique de l'homographie, les paires de droites ponctuelles correspondantes, savoir : p' et $[p]$; r' et $[r]$; ... (figures 2 et 3) dont les droites-soutiens passent par O et ont ce point double commun, sont en perspective; de sorte que si A, C, ..., sont les centres de ces perspectives, ils doivent être tous distincts. En effet, si deux d'entre eux coïncidaient en S, une droite quelconque s contenant S serait double puisque sp' et $s\,[p]$; sr' et $s\,[r]$ sont des paires de points correspondants des ponctuelles p' et $[p]$; ...; de sorte que nous aurions — ce qui ne peut être — que S serait un point double (centre de l'homologie d'axe SO). Les centres A, C, ..., sont, donc, distincts, et à un quelconque d'entre eux A, correspond,

Le point O est double dans cette homographie car il l'était dans l'homologie et il n'a pas bougé. Au surplus, c'est le seul point double puisque les autres qui étaient doubles dans l'homologie — c'est-à-dire ceux de t — ont évidemment été séparés par la rotation. Les autres points correspondants de l'homologie appartenaient à une même droite passant par O; il ne peuvent donc être superposés par la rotation.

Voyons maintenant si l'homologie a quelque droite double. En tout cas cela ne peut arriver pour aucune des droites qui étaient doubles dans l'homologie — c'est-à-dire pour t, et les droites du faisceau O — car la rotation les sépare (α étant moindre de demi tour).

Quant aux autres droites qui se correspondent dans Σ' et $[\Sigma]$, elles se coupent en des points I, de t. Donc, si quelqu'une (a) vient, par suite de la rotation α, se confondre avec sa correspondante a' (fig. 1), elle sera, d'abord, unique, car s'il en existait une autre, leur intersection serait un point double autre que O ce qui ne se peut d'après l'observation faite plus haut (aucune droite du faisceau O n'étant double). Les propriétés bien connues des rotations nous indiquent que pour qu'une droite (a) puisse, après la rotation, se confondre avec sa correspondante a' il faut :

1° Que (a) et (a') soient à même distance de O;

2° Que l'angle, aigu ou obtus, que ces droites forment entre elles égale l'angle α de la rotation.

dans l'homographie, un autre point [A] différent. Au surplus, s'il existe dans l'homographie quelque droite u double, cette droite qui, comme nous l'avons observé, ne doit pas contenir O, intersecterait les droites p' et $[p]$; r' et $[r]$; ...; en des points qui seraient correspondants dans les droites p' et $[p]$; r' et $[r]$; ...; de sorte que u contiendrait tous les points A, C, ..., et, partant, les [A]; [C]; ...; correspondants de A, C, dans l'homographie.

Ainsi, au point double unique O correspond la droite unique u, son associée, qui ne le contient pas. Elle s'obtient comme il a été indiqué.

On voit sans difficulté que le rapport entre O et u est duel, car si A et [A] sont deux points correspondants quelconques de u dans l'homographie, les faisceaux de rayons correspondants de centre A et [A] deviennent perspectifs, l'axe contenant O.

Finalement, puisque les soutiens correspondants (tels que r' et $[r]$) des ponctuelles qui ont O pour point double sont liées par la rotation α appliquée à l'un d'eux pour le porter sur l'autre, il en ressort que les faisceaux de rayons superposés qui en résultent, les uns appartenant a Σ', les autres a $[\Sigma]$ n'admettent pas d'éléments unis réels (système elliptique). Analytiquement nous avons aussi deux autres droites unies « imaginaires » : se sont les isotropes. Nous avons aussi deux points unis « imaginaires » : les points cycliques; seulement les choses s'interprétent d'une autre façon. Voyez la fin de cet article.

Or, l'homologie qui lie Σ' a (Σ) exige que la droite R'O unissant le point R' où a' coupe h', au centre O, soit parallèle à (a) et, par conséquent, forme avec a' l'angle α. Et, en effet, puisque R' appartient à la droite limite h', son homologue est le point impropre (ou à l'infini) de (a).

Admettons, pour fixer les idées, que les rotations sont faites dans le sens des aiguilles d'une montre, et considérons (fig. 2) la droite ponctuelle p' appartenant a Σ', et dont le soutien et perpendiculaire à t; on a, alors, par symétrie, que le soutien (p) de la ponctuelle correspondante de (Σ) se confond avec p', de sorte que les ponctuelles p' et (p) sont projectives superposées. O et $T' \equiv T$ étant les points doubles. Une fois la rotation faite p', restée inmobile, et $[p]$, se trouvent en relation homographique, mais comme le point double O, intersection des soutiens, est resté immobile, ces ponctuelles sont en perspective, et le centre A de cette perspective s'obtient par l'intersection de deux droites nuissant deux paires de points correspondants; choisissons le T' dont le correspondant [T], est tel que $OT' = O[T]$; et le H' dont le correspondant est le point impropre de $[p]$, vu que H' appartient à la droite-limite h'. Traçons donc, la parallèle q, à $[p]$, c'est-à-dire, la droite qui forme avec p', par H', l'angle α (dans le sens de la rotation, cette dernière étant supposée faite autour de H'); le point A où q coupe la droite T' [T] est le centre de la perspective, cherchée. Observons, en passant, que comme le triangle OT'[T] est isoscèle et semblable au triangle AH'T', ce dernier est également isoscèle; on a, donc, $H'A = H'T'$ et l'angle $AT'I = \frac{\alpha}{2}$. Ayant observé, plus haut, que l'homographie ne peut avoir qu'une droite double, on peut ajouter, maintenant, que cette droite double, si elle existe, doit passer par A; car si nous désignons la droite en question par x, son intersection avec p' doit correspondre à son intersection avec $[p]$, de sorte que, dans la perspective qui lie p' à $[p]$, la droite qui joint cette paire de points, et qui, par conséquent, doit passer par A, est la droite x elle même. Ceci dit, supposons que x soit la droite a' (fig. 2) qui coupe h'

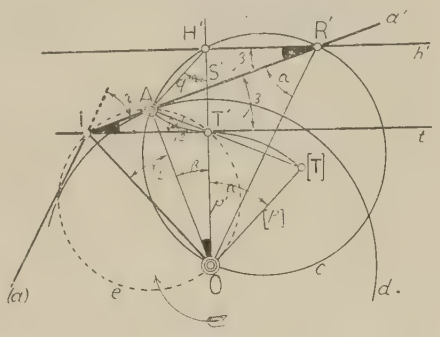


Figure 2

en R′ et t en I; la deuxième et la troisième condition rappelée plus haut exigent que la droite R′O fasse, avec a', l'angle α de la rotation; mais alors le quadrilatère croisé H′OR′A a les angles opposés, en H′ et R′, égaux à α; donc, ce quadrilatère est inscriptible dans une circonférence c et l'angle AOH′ résulte égal à l'angle H′R′A étant tous deux inscripts à c, et les côtés comprenant un même arc AH′. Désignons cet angle par β, il en résulte que a' est perpendiculaire à AO (car étant h' perpendiculaire a p' et les angles H′R′A, H′OA égaux a β, les deux autres côtés a' et OA doivent être également perpendiculaires). Donc, en traçant par I la parallèle (a) à R′O nous avons obtenu une paire de droites a' et (a) qui satisfont bien à l'homologie et à la deuxième des conditions nécessaires pour que, après la rotation, (a) se confonde avec a'. Il ne reste qu'a s'occuper de la première de ces conditions; elle equivaut ici, et il est aisé de s'en rendre compte, à démontrer que l'angle IOA vaut $\frac{\alpha}{2}$. Cela résulte de la considération du quadrilatère croisé IAOT′I dont les angles opposés en I et O ont le valeur β; ce quadrilatère est, donc, inscriptible dans un cercle c et les angles IOA et AT′I son égaux; l'un deux, AT′I, valant, comme il a été observé plus haut, $\frac{\alpha}{2}$, l'autre a même valeur. La première condition étant, ainsi, également remplie par la droite a', celle-ci est bien la droite double unique cherchée (1).

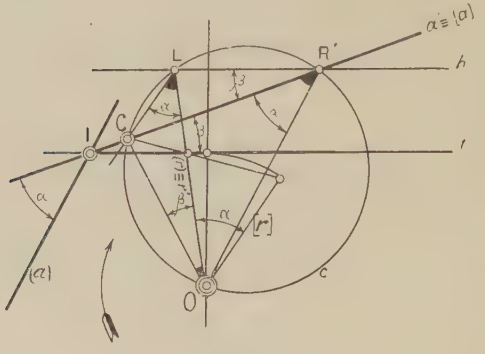


Figure 3

Soit donc, $r' \equiv (r)$ (fig. 3) une autre ponctuelle, quelconque, de soutien passant par O; elle est portée en $[r]$ par la rotation, et un raisonnement analogue à celui qui a été precédemment fait relativement aux ponctuelles p' et $[p]$, montre que le centre C de la perspective

(1) Pour l'obtenir il suffit, donc, de tracer par H′ la droite q qui forme avec p' l'angle α de la rotation, dans le sens de cette dernière supposée faite autour H′, puis de prendre H′A = H′T; la perpendiculaire à AO par A donne la droite double.

qui lie r' à $[r]$, appartient à a', et comme C doit appartenir également à la parallèle L'C a $[r]$ par L', point d'intersection de r' et h', le quadrilatère croisé L'OR'C a, en L' et R', deux angles opposés égaux (à α), il est donc inscriptible dans une circonférence c (comme l'était le H'OR'A de la fig. 2) et alors les angles COL' et L'R'C résultent égaux étant, eux aussi, inscripts dans c et leur côtés embrassant un même arc CL'.

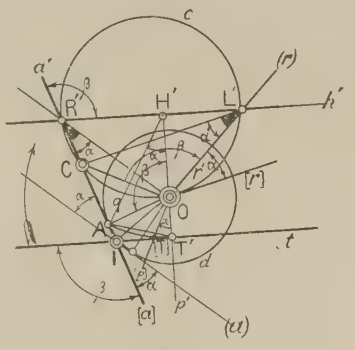


Figure 4

Donc, il résulte bien que si l'on joint le centre C de la perspective des ponctuelles (qui doit appartenir à a') avec O, l'angle COL' que forme CO avec le soutien de la ponctuelle correspondante au système Σ' est constant, et égal à l'angle β que forme a' avec t mesuré convenablement.

La proposition fondamentale qu'il s'agissait d'établir est donc démontrée.

La figure 4 suppose que O est placé entre h' et t ce qui signifie que le point de vue est plus rapproché du tableau que du géométral. La figure 5 suppose un abattement du géométral exécuté de l'autre côté de t, de sorte que O tombe au-dessus de h'. On peut répéter pour ces figures, point à point tout les raisonnements faits pour les figures 1, 2 et 3, sauf que, à cause de la disposition de la figure 5, il faudra considérer l'angle β comme étant l'angle supplémentaire de celui qui avait été considéré dans l'autre abattement. Pour rendre facile l'étude de ces figures on a rigoureusement employé les mêmes lettres aux lieux qui se correspondent.

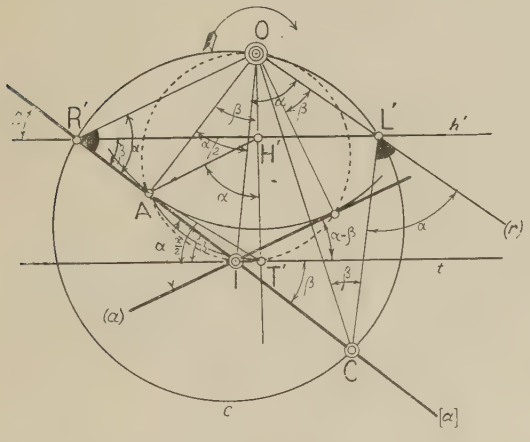


Figure 5

Ainsi donc, en peu de mots et sans sortir de la géométrie élémentaire, nous avons pu établir une proposition qui n'a rien à faire avec

les « imaginaires ». Mais il va sans dire que, puisque les calculs analytiques avec les nombres « complexes » constituent une généralisation des calculs avec les nombres « réels » qui se présentent ainsi comme un cas particulier, on peut évidemment, si on le désire, utiliser la théorie générale de l'homographie ainsi que les propriétés du triangle « uni », etc. Il n'y a en cela aucun mystère : il est possible même d'en donner une représentation graphique.

Depuis la présentation de notre travail à l'Académie, nous avons publié un chapitre de notre *Géométrie Analytique vectorielle sur les angles et les rotations « imaginaires »*. En cotant l'espace, nous avons pu représenter les points d'un plan (de base) à coordonnées « complexes », et représenter ainsi les droites et les cercles de ce plan; les premières sont représentées par des plans cotés, et les secondes par des surfaces également cotées que nous avons étudié avec tous les détails. Puis, étudiant l'extension analytique donnée à la notion d'angle, nous avons également pu suivre graphiquement le mouvement des points et des droites cotées. Dans ce mouvement, les deux plans cotés représentatifs des isotropes et les points cycliques restent invariables.

Or, si nous considérons deux figures planes liées analytiquement par le rapport homologique

$$X = x, \qquad Y = y, \qquad T = ax + by + ct$$

nous voyons que le lieu

$$x^2 + y^2 = 0 : \qquad t = 0$$

représentatif des points cycliques est « double », de même que le lieu $x^2 + y^2 = 0$ représentatif des isotropes.

Nous aurons donc, dans notre représentation graphique, que le triangle « uni » ou « auto correspondant » de l'homologie considérée, est représenté par les trois plans cotés représentatifs des isotropes et de l'axe de l'homologie qui ont respectivement pour équations

$$y = \pm xi \qquad ax + by + (c - 1)\,t = 0$$

et dont les sommets sont les points cycliques et le centre O de l'homologie. Si a, b et c sont « réels », le plan représentatif de l'équation $ax + by + (c - 1)\,t = 0$ est perpendiculaire au plan de base; et en posant la condition d'avoir la cote nulle, on trouve que le centre O et la droite axe de l'homologie, qui appartiennent l'un et l'autre au plan de base, remplissent cette condition.

Si nous faisons, maintenant, tourner une des figures autour de O,

puisque les isotropes et les points cycliques ne changent pas par cette rotation, ils continueront à être des éléments unis de l'homographie résultante; mais le triangle uni change : deux des côtés continuent à être les isotropes, mais le troisième qui unit entre eux les points cycliques change, et est représenté, dans notre système, par le plan coté qui représente la nouvelle droite double. Cette dernière singularité des points cycliques est aisée à voir au moyen de notre représentation graphique (1).

Le triangle uni de l'homographie étant ainsi représenté, les autres conséquences relatives aux angles ainsi que la propriété fondamentale qui sert de base aux constructions de cette théorie de la Perspective sans lignes de constructions en découlent tout naturellement : point n'est besoin, pour les obtenir, d'invoquer le « noumène ».

Il est intéressant d'observer que l'auteur de ce procédé ingénieux de tracé d'une perspective sans lignes de constructions, procédé auquel se rapporte le travail qui motive la présent article, Mr. le lieutenant-coronel retiré C. de la Fresnaye (2), a donné, de la proposition fondamentale de ce système, une démonstration élémentaire (3); mais il ajoute aussitôt que « On peut encore, en faisant intervenir les imaginaires, déduire sans aucun calcul le procédé en question, des propriétés générales des figures homographiques ». Il le démontre en effet, et c'est cette seconde démonstration que transcrit Mr. d'Ocagne dans la note 2 de l'Appendice de son *Cours de Géométrie de l'École Polytechnique.* La note 2 en question, a été, a son tour, développée avec des préliminaires et des commentaires, par le professeur de notre Faculté des Sciences auquel nous avons fait allusion au début.

(1) Voir *Anales de la Sociedad Científica Argentina,* tome CXI, page 277.

(2) Dans *La Construction Moderne,* sous le titre de *Le Faisceau à Projeter* (an 1908-1999), pp. 554, 571, 584. Voyez aussi Maurice d'Ocagne, *Cours de Géométrie pure et appliquée de l'École Polytechnique,* tome I, Appendice, note 2, page 349.

(3) On peut la synthétiser ainsi : Considérons notre figure 2 (voyez aussi fig. 6); elle peut être construite quand on donne la hauteur $h = H'T'$ du point de vue au géométral et la distance $d = OH'$, de ce dernier au tableau. L'angle α est fixé arbitrairement et la construction de la droite a', s'en suit. Le triangle OAH' nous donne, d'abord, $OA : h : d : : \sin\alpha : \sin\beta : \sin(\alpha + \beta)$. Considérons, dans cette figure, le faisceau, O des trois droites, $[p]$, $p \equiv (p)$, OA. En le faisant tourner autour de O d'un angle quelconque (fig. 6) $[p]$ vient en $[r]$, p' en r', OA en OC coupant a' en C. Soit [M] un point de $[r]$ et M' le point de r', intersection avec la droite [M] C. Nous allons voir qu'ils se correspondent dans une homographie qui est, justement, celle de notre perspective. En effet, comme le triangle OC [M] est la somme des triangle O [M] M' et OM'C, écrivant leur aire

Or, Mr. A. A. Buhl, le distingué mathématicien, en donnant une notice du livre de Mr. d'Ocagne (1) dit, lui aussi, à propos de cette note 2 de l'Appendice : « Il y a vraiment de quoi s'étonner et s'émerveiller. Sur une épure, des faisceaux homographiques, par certains rayons imaginaires, révèlent des rotations qui résolvent alors inmédiatament un problème de perspective! C'est d'une synthèse admirable et qui montre bien qu'il n'y a plus lieu de distinguer la Géométrie Pratique et monotome des atlas, de la Géométrie analytique la plus abstraite ; tout cela est Géométrie! » Sans doute ajouterons-nous, mais il ne faut pas trop se payer de mots : Au commencement et à la fin du présent article, nous croyons avoir clairement mis les choses à leur juste point.

en fonction des sinus de leurs angles en O, et tenant compte de la proportionnalité écrite plus haut il en résulte :

$$\frac{\sin(\alpha+\beta)}{OM'} = \frac{\sin\alpha}{OC} = \frac{\sin\beta}{O[M]}, \text{ soit } \frac{d}{OM'} = \frac{OA}{OC} = \frac{h}{O[M]}.$$

Mais la considération des triangles rectangles semblables OAC OKT′ donne, OA : OC = OT′ : OK : = $d - h$: OK de sorte que, finalement, on a

$$\frac{d}{OM'} = \frac{d-h}{OK} = \frac{h}{O[M]}.$$

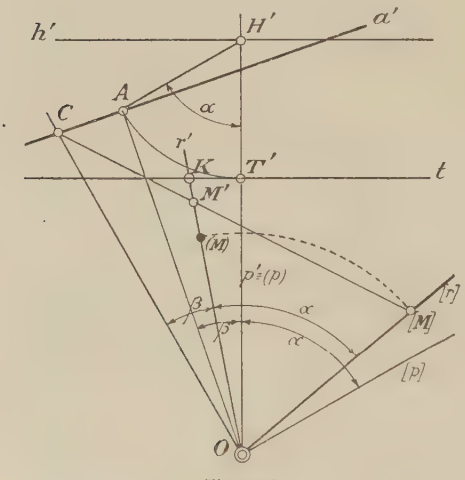


Figure 6

Si l'on rapporte [M] sur r', en (M), par la rotation inverse de (r) autour de O de l'angle α, remplaçant dans la dernière égalité [M] par (M), cette égalité indique que le rapport anharmonique OKM′(M) est constant, égal à $d : r$. Donc, les figures Σ′ et (Σ) décrites par M′ et (M) sont homologiques et correspondent à la perspective cherchée; D′ où s'en suit la propriété fondamentale, c'est-à-dire la constance de l'angle β dans l'homographie qui la Σ′ à (Σ).

Par conséquent, si on matérialise le faisceau (p), p', OA et que l'on place convenablement sur le plan du dessin la figure dont on cherche la perspective, alors, pour trouver la perspective d'un point [M] de cette figure, il suffira de placer en O le centre du faisceau matérialisé, puis de le faire tourner autour de O de manière à faire passer le prèmier rayon par [M] puis d'unir ce dernier point à celui d'intersection du troisième rayon avec a'. Le point où cette dernière droite coupe le deuxième rayon, est la perspective, M′, cherchée.

(1) *L'Enseignement Mathématique*, page 41, 1918.

ROTATION QUANTIFIÉE DE L'ATOME DE MERCURE (*)

Par RAMÓN G. LOYARTE

RÉSUMÉ

Il existe, relativement à l'atome de mercure, des potentiels que l'on obtient en ajoutant à ceux qui correspondent à des séries connues de l'arc, ou à des termes de ces séries, le potentiel 1,4 ou des multiples de ce potentiel. Cela a lieu pour les mesures de Franck et Einsporn, et pour celles de l'auteur. Avec celles de Jarvis, les potentiels semblent se déduire en soustrayant ce même potentiel 1,4, ou son double, ce qui suggère la possibilité d'une rotation quantifiée de l'atome. En analysant cette suggestion par la voie optique, c'est-à-dire spectroscopique, on trouve 23 lignes (entre 8800 et 1110 A) qui correspondent très exactement à la supposition avancée. Les « quanta de rotation » s'additionnent aux énergies des sauts quantiques des électrons, de même qu'ils peuvent être soustraits de ces derniers.

Par des études antérieures (1) sur les potentiels d'excitation de l'atome de mercure, nous avons fait voir que des potentiels divers déterminés par Franck et Einsporn d'un côté, et par nous même d'un autre, concordent assez bien avec ceux que l'on obtient en additionnant aux potentiels correspondants aux lignes connues et à des termes de séries de l'arc, le potentiel 1,4 volts ou des multiples de ce nombre.

Les six potentiels obtenus récemment par Jarvis (2) inférieurs au potentiel 4,66, correspondant au terme $1S - 2p_3$, s'expliquent aussi

(*) Présenté à l'Académie dans la séance du 17 septembre 1927. (Version par C. C. D.).

(1) R. G. Loyarte, *Les potentiels d'excitation de l'atome de mercure. (Anales de la Sociedad Científica Argentina* t. CVII p. 498).

(2) C. W. Jarvis, *Resonance and ionization potentials in mercury vapour. Physical Review*, tome XXVII, page 807, juin 1926.

— surtout cinq d'entre eux — au moyen de ce potentiel 1,4. Pour deux de ces valeurs de Jarvis, il faut supposer que ce potentiel doit se soustraire des potentiels correspondant à des lignes connues de l'arc.

Nous donnons ci-dessous une table où figurent les potentiels dont l'origine était inconnue, ainsi que leur explication au moyen de ce potentiel d'addition ou de soustraction.

TABLE I

Potentiel	Observateur	Origine
1,23	Jarvis	1,4 ?
2,21	»	$4,9 - 2 \cdot 1,4 = 2,1$
2,80	»	$2 \cdot 1,4 = 2,8$
3,44	»	$4,9 - 1,4 = 3,5$
3,80	»	$6,73 - 2 \cdot 1,4 = 3,83$
4,21	»	$3 \cdot 1,4 = 4,2$
6,04	Franck et Einsporn	$4,66 + 1,4 = 6,06$
6,30	»	$4,9 + 1,4 = 6,30$
6,86	»	$5,47 + 1,4 = 6,87$
7,12	»	$5,73 + 1,4 = 7,13$
7,46	»	$4,66 + 2 \cdot 1,4 = 7,46$
8,12	»	$6,73 + 1,4 = 8,13$ $5,3 + 2 \cdot 1,4 = 8,10$
8,35	»	$5,47 + 2 \cdot 1,4 = 8,27$
9,21	»	$7,75 + 1,4 = 9,15$
10,88	Loyarte	$4,66 + 4,66 + 1,4 = 10,74$ $4,66 + 4,86 + 1,4 = 10,92$
11,74	»	$10,38 + 1,4 = 11,78$ $8,89 + 2 \cdot 1,4 = 11,69$
12,19	»	$5,47 + 6,73 = 12,20$ $2 \cdot 4,66 + 2 \cdot 1,4 = 12,12$ $4,66 + 4,86 + 2 \cdot 2,4 = 12,32$
13,09	»	$10,38 + 2 \cdot 1,4 = 13,18$ $8,89 + 3 \cdot 1,4 = 13,09$

Dans la table II sont consignées les longeurs d'onde et le nombre de ces dernières par centimètres ainsi que les termes de série, qui correspondent aux potentiels qui apparaissent combinés avec le potentiel 1,4. Ces données seront nécessaires pour ce qui suit.

TABLE II

Lignes de l'arc Å	Terme et potentiel	Nombre d'ondes
	$1S - 2p_3$	
2656,0	4,68 O	37642
	4,66 C	
	$1S - 2p_2$	
2536,5	4,90 O	39413
	4,86 C	
	$1S - 2p_1$	
2271,0	5,47 O	44041
	5,43 C	
	$2p_3$	
2150,0	5,76 O	46536
	5,73 C	
	$1S - 2p$	
1849,6	6,73 O	54064
	6,67 C	
	$1S - 1s$	
1604,0	7,73 O	62347
	7,69 C	
	$1S - 3p$	
1402,7	8,86 O	71293
	8,79 C	
	$1S - 4p_2$	
1308,0	9,60 O	76463
	9,44 C	
	$1S - 4p$	
1269,0	9,79 O	78810
	9,73 C	
	$1S$	
1188,0	10,38 O	84178
	10,39 C	

Les concordances que la table I met en évidence, semblent convaincre que ce potentiel 1,4 a une existance réelle, du moins comme terme additif; et que, par conséquent, il ne s'agit pas de coïncidences du hasard.

Puisque Jarvis (1) considère possible que les potentiels d'origine

(1) Nous nous guidons par l'information publiée dans *Physical Review*.

inconnue appartiennent à une molécule de mercure : c'est le cas de se demander si ce potentiel d'addition que nous avons découvert ne pourrait s'attribuer à une combinaison inestable telle que Hg_2, par exemple. Dans ce cas hypothétique il ne pourrait s'agir que d'un potentiel d'excitation ou de dissociation. La première hypothèse exigerait un potentiel beaucoup plus élevé, et la deuxième un beaucoup plus faible qui correspondrait à une chaleur molaire de 32.298 grammes cal, de sorte qu'il s'agirait d'une combinaison plus stable et qui devrait être connue, ce qui n'est pas.

Voilà pourquoi, ayant supposé implicitement que les potentiels en question correspondaient à l'atome même, nous avons considéré possible l'existence de series anormales (1) et cherché expérimentalement deux de ses lignes (2).

L'existence de lignes optiques correspondantes à ces potentiels invaliderait la supposition de Messenger (3) qui croit que les potentiels en question pourraient appartenir à un atome métastable de mercure, au quel cas le potentiel 1,4 trouvé par nous équivaudrait à l'énergie mise en jeu quand l'atome normal dévient métastable; énergie vraiment très grande.

Puisque l'on ne peut, en principe, nier la possibilité d'une rotation de l'atome même, rotation dont l'existence implique une quantification avec autant ou plus de raison que celle relative aux molécules pluriatomiques, nous avons été porté à croire que les potentiels en question peuvent très bien provenir de la simultanéité de sauts quantiques des electrons et de la rotation. Le présent mémoire est basé sur cette hypothèse. L'analyse doit, évidemment, être réalisé du point de vue optique, c'est-à-dire spectroscopique.

Le table III contient les lignes optiques que l'on suppose ainsi produites par les sauts combinés en question, le nombre d'ondes par centimètres qui leur correspond, l'indication des chercheurs qui les ont observées, l'origine qu'on leur attribue et le nombre d'ondes $\Delta\nu$ qui résulte de chaque identification pour le nombre d'ondes par cen-

(1) A. T. Williams et R. G. Loyarte, *Posible significado del potencial de adición 1,4 volts en el átomo de mercurio,* dans *Contribución al estudio de las ciencias físicas y matemáticas,* de l'Université de La Plata, tome IV, page 35, 1926.

(2) R. G. Loyarte et A. T. Williams, *Sobre las presuntas series anormales del átomo de mercurio. Anales de la Sociedad Científica Argentina,* tomo CVIII, página 537. *(Physikalische Zeitschrift,* t. XXVIII, p. 383, 1927.)

(3) H. A. Messenger, *Significance of Certain critical Potentials of Mercury (Phys. Rev.,* t. XXIX, p. 962), 1926.

TABLE III

	Lignes de combinaison avec le spectre de rotation de l'atome presumé	I	Observateur	Nombre d'ondes	Origine	$\Delta\nu$ nombre d'ondes correspondant un quanta de rotation	Une unité Å correspond a un nombre d'ondes (approx.)
1	8832,0	1	Mc Lennan et Shaver	11319	$\Delta\nu$	11319	»
2	4417,0	1	Stiles	22633	$2\Delta\nu$	11316,5	5,1
3	2209,06	0	Dejardin	45252	$4\Delta\nu$	11313	20,5
4	1917,4 (1)	2	Loyarte	50728	$1S - 2p_2 + \Delta\nu$	11312	25,6
5	1611,9 (2)	8	Carroll	62037	$1S - 2p_3 + 2\Delta\nu$	11313	38,5
	1611,9	2	Bloch				
6	1362,4	0	Carroll	73400	$1S - 2p_2 + 3\Delta\nu$	11329	54,0
7	1806,5	2	Lyman	55355	$1S - 2p_1 + \Delta\nu$	11314	30,6
8	1499,5	0	Carroll	66688	$1S - 2p_1 + 2\Delta\nu$	11323	44,5
9	1445,5	2	»	69180	$2p_3 + 2\Delta\nu$	11323	47,6
10	1357,9	0	»	73643	$1S - 1s + \Delta\nu$	11296	54,0
11	1667,3	1	»	59977	$1S - 3p - \Delta\nu$	11316	36,0
12	1481,6	1	Lyman	67494	$1S - 4p - \Delta\nu$	11316	46,0
13	1959,6	0	Dejardin	51031	$1S - 1s - \Delta\nu$	11316	26,0
14	1780,0	1	Lyman	56179	$1S - 4P - 2\Delta\nu$	11316	31,5
15	2228,4	1	Dejardin	44861	$1S - 4P - 3\Delta\nu$	11316	20,0
16	2054,5		Lehmann, Straubel et Dejardin	48661	$1S - 3P - 2\Delta\nu$	11313	23,7
	2053,7		Wolff et Stark				
17	2338,0		Du mémoire de Franck	42758	$1S - 2P - \Delta\nu$	11308	18,0
18	3181,2 ± 1	2	Bloch	31427	$1S - 2P - 2\Delta\nu$	11318,5	10,0
19	3558,2	1	Stark	28096	$1S - 2p_2 - \Delta\nu$	11317	8,0
20	5956 ± 1	2	Bloch	16785	$1S - 2p_2 - 2\Delta\nu$	11314	2,8
21	2042,18	3	Dejardin	48951	$1S - 2p_3 + \Delta\nu$	11309	24,5
	2042,26	3	Bayen				
22	3797,4	1	Stiles	26326	$1S - 2p_3 - \Delta\nu$	11316	7,0
	3797,6	1	Eder et Valenta				
23	1110,1	5	Carroll	90082	$1S - 4P + \Delta\nu$	11272	81,0

(1) Dans Kayser, Lyman et les *Tables annuelles* on trouve les lignes 1973,1, 1970,1, 1973,2, 1973,98 et 1974. C'est pour ce motif que l'auteur a fait lui-même une détermination au moyen d'un spectrographe d'Hilger en excitant le mercure par des chocs d'électrons. On trouve deux lignes 1917,4 et 1974. La plaque a été mesurée avec un comparateur Zeiss.

(2) Carroll l'attribue à l'aluminium qui se trouverait présent à titre d'impureté. Eder et Valenta, Styles, Stark, Lehmann et Straubel; voyez H. KAYSER,

timètre qui correspondrait à un saut d'un quanta de la rotation de l'atome.

On indique aussi l'intensité des lignes choisies.

Pour l'identification, nous nous sommes guidés, d'abord, par les résultats obtenus au moyen des observations électriques de l'excitation par des chocs d'électrons qui figurent dans la table I.

L'apparition de lignes optiques aux fréquences $\frac{h^2}{4\pi^2 J}$, $2\frac{h^2}{4\pi^2 J}$, etc., est adéquate à la mécanique ondulatoire (1) car, d'après cette dernière, les niveaux d'énergie dans un rotateur d'axe libre sont donnés par

$$E_n = \frac{n(n+1)h^2}{8\pi^2 J},$$

de sorte que les fréquences qui correspondent au saut $n' \to n$ quand $n' = n + 1$ sont celles qui découlent de la formule

$$\nu = \frac{(n+1)2 \cdot h}{8\pi^2 J}$$

en posant $n = 0, 1, 2, 3$, etc.; c'est-à-dire

$$\nu = \frac{h}{4\pi^2 J}; \qquad \nu = 2\frac{h}{4\pi^2 J}; \qquad \nu = 3\frac{h}{4\pi^2 J}; \qquad \text{etc.}$$

La table IV contient les longueurs d'onde observées figurant dans la table II aucune desquelles étaient classifieés; ainsi que les longueurs d'onde calculées au moyen de la valeur $\Delta\nu = 11316\ \text{cm}^{-1}$.

L'accord entre les valeurs observées est parfait si l'on tient compte, surtout, de l'énorme étendue de la region spectrale considérée (8832-1110 Å) et le fait d'avoir calculé les valeurs théoriques avec un seul intervalle $\Delta\nu = 11316$, tandis qu'il est possible que le moment d'inertie de l'atome dépende de son état d'excitation.

Handbuch der spectroscopie, 5. T. Lyman, *The spectroscopy of the extreme ultraviolet*. K. Wolff, *Untersuchungen in aüssersten ultraviolette*, en *Ann. der Phys.*, 42, page 480, 1913. J. A. Carroll, *The vacuum spark spectra*, etc., en *Philosophical transaction of the Royal Society of London*, série A, 225, pages 357-420, 1926. L. & E. Bloch, *Spectres d'étincelle d'ordre supérieur du mercure*, en *Journal de Physique*, 4, page 333, 1923; *Tables annuelles*, 5, page 462. G. Dejardin, *Spectres d'étincelle du mercure dans l'ultraviolet lointain*, en *Comptes rendus*, 183, page 1340, 1926. J. C. Mc Lennan & W. W. Shaver, *Proc. Royal Soc. of London*, A, 100, page 200, 1921; *Tables annuelles*, 5, page 461; M. Bayen, *Comptes rendus*, 180, page 57, 1925.

(1) E. Schrödinger, *Annalen der Physik*, tome LXXIX, page 521, 1926.

TABLE IV

Longueurs d'onde			Nombres d'ondes par cm	
Observées λ_o	Calculées λ_o	$\lambda_o - \lambda_c$	Observées	Calculées
8832,0	8834,0	−2,0	11319	11316
5956±1	5957,3	−0,3	16785	16781
4417,0	4417,2	−0,2	22633	22632
3558,2	3558,1	+0,1	28096	28097
3181,1	3180,6	+0,5	31427	31432
2338,0	2338,4	−0,4	42758	42748
2228,4	2228,4	0,0	44861	44861
2209,1	2208,6	+0,5	45252	45264
2054,1	2054,3	−0,2	48661	48657
1971,4	1971,2	+0,2	50723	50728
1959,6	1959,6	0,0	51031	51031
1806,5	1806,5	0,0	55355	55355
1780,0	1780,0	0,0	56179	56179
1667,3	1667,3	0,0	59977	59977
1611,9	1611,7	+0,2	62034	62044
1499,5	1499,8	−0,3	66688	66673
1481,6	1481,6	0,0	67494	67494
1445,5	1445,7	−0,2	69180	69168
1362,4	1363,1	−0,7	73400	73361
1357,9	1357,6	+0,3	73643	73663
1110,1	1109,6	+0,5	90082	90126
2042,2	2041,9	+0,3	48951	48958
3797,5	3797,5	0,0	26326	26326

La ligne $1S - 2p - 3\Delta\nu$ tombe justement sur le 4970 qui appartient à une des séries de l'arc.

La valeur en volts qui correspond à $\Delta\nu$ déduite optiquement est de 1,39 volts; et celle trouvé électriquement est 1,40.

Le « terme » $\Delta\nu$ ou ses multiples figurent donc, soit en s'ajoutant ou se deduisant des nombres d'ondes correspondant à des lignes connues appartenant aux séries de l'arc. La plus simple interprétation, et peut-être la seule possible de ce fait, est d'admettre l'existence d'une rotation quantifiée de l'atome.

L'existence de lignes optiques correspondantes à la somme des énergies des sauts simultanés de la rotation et des électrons, permet d'expliquer — comme l'on sait — la structure des spectres de bande des molécules.

Non seulement l'existence d'une rotation quantifiée de l'atome constitue la révélation d'un fait jusqu'à présent inconnu, mais l'existence de lignes optiques correspondantes aux différences des énergies des sauts simultanés des électrons et de la rotation, constitue, également, un fait nouveau.

Une partie de l'énergie correspondante à un saut d'électron serait absorbée par l'atome pour augmenter en un quanta son énergie de rotation, le restant serait émis sous forme d'un quanta de lumière de certaine fréquence. Quoique, en principe, ce processus a autant de probabilité d'être vrai, que celui qui consisterait en une irradiation d'un quanta de lumière dont la fréquence correspondait à la somme des énergies de ces sauts, nous croyons, pour le moins, aussi possible qu'un atome absorbe une partie de l'énergie d'excitation d'un de ses propres électrons, soit pour augmenter son énergie de rotation, soit pour le passer à un autre de manière à l'exciter et augmenter son énergie cynétique de translation; fait que plusieurs expérimentateurs, dans leurs recherches sur ce que l'on a nommé « fluorescence sensibilisée » ont dernièrement verifié (1).

Si tous les atomes ont un mouvement quantifié de rotation — comme il y a lieu de le croire — il serait possible de le révéler, et c'est le cas présent, par l'étude de leurs spectres. Il se pourrait bien que la nouvelle série « anormale » du tallium, voisin du mercure, découverte par Mohler et Ruark (2) ait cette origine.

Les lignes optiques qui proviennent des sauts quantiques de la rotation sont, quant à leur fréquence, à la distance l'une de l'autre

$$\Delta n = \frac{h}{4\pi^2 J} \text{ seg}^{-1}, \qquad (1)$$

dans laquelle h est la constante de Planck et J le moment d'inertie de l'atome.

Si l'on exprime Δn en nombre d'ondes par centimètres et que l'on introduise les valeurs de h et de $4\pi^2$, il résulte

$$\Delta \nu = \frac{55{,}3 \times 10^{-40}}{J} \text{ cm}^{-1}.$$

Et puisque on a

$$\Delta \nu = 11316 \text{ cm}^{-1}$$

(1) G. Cario und J. Franck, *Ueber die Auslöschung der Resonanz fluoreszenz des Quecksilbers durch Gas zusatz*, dans *Zeit. f. Phys*, 37, page 619, 1926; Donat K., *Zeit. f. Phys*, 29, page 345, 1924.

(2) Nous ne connaissons le mémoire originel que par les références de Bloch.

il en résulte

$$J = \frac{55,3}{11316} 10^{-40} \text{ gr cm}^2 = 0,49 \times 10^{-42} \text{ gr cm}^2.$$

Calculons maintenant un rayon moyen en posant

$$J = \frac{2}{5} M r^2,$$

où l'on a :

$$M = 200,6 \, . \, m_H = 200,6 \times 1,65 \times 10^{-24} \text{ gr.}$$

200,6 étant le poids atomique du mercure et m_H la masse de l'atome d'hydrogène. On obtient ainsi :

$$r = 6 \times 10^{-11} \text{ cm.}$$

Les valeurs que donne la théorie cynétique sont de l'ordre 10^{-8} cm.; ces valeurs moyennes se rapportent an rayon moyen de l'édifice — limité, peut-être, par le caparaçon des électrons extérieurs. Il est par conséquent clair, que le rayon déduit des moment d'inertie doit être beaucoup moindre que cette valeur, mais aussi, évidemment, plus grand que le rayon du noyau. Ce dernier rayon dans l'atome lourd du thallium déduit de la vitesse des particules α, en supposant nulle la vitesse initiale est, d'après Rutherford, de 7×10^{-12} cm., valeur qu'il considère, vu cette hypothèse, être une limite inférieure. Le rayon de l'atome déduit par nous, rentre, donc, dans les limites convenables.

D'un autre côté, si l'on indique par χ_a la susceptibilité molaire, on a

$$\chi_a = \frac{e^2}{4m^2} IN,$$

dans laquelle $\frac{e}{m}$ est la charge spécifique de l'électron par rapport au noyau.

Pour le mercure liquide on a

$$\chi_a = 38,1 \times 10^{-5}$$

et aussi

$$\frac{e}{m} = 1,77 \times 10^7.$$

Par conséquent :

$$I = 0,8 \times 10^{-42}.$$

Cette concordance — puisque cette valeur est du même ordre de magnitude que celle que nous avons trouvé — ratifierait réellement

nos résultats si la susceptibilité χ_a se rapportait, non pas au mercure liquide, mais bien à sa vapeur. Il existe, par conséquent, un intérêt spécial à réaliser la mesure de χ_a correspondante à cet état (1).

Nous avons, cependant, l'entière conviction que la preuve trouvée de la rotation quantifiée de l'atome sera difficilement discutée.

CONCLUSIONS

1ª Il existe dans le mercure des potentiels qui s'obtiennent en ajoutant aux correspondantes lignes optiques des séries connues de l'arc, ou à des termes de ces séries, le potentiel 1,4 volts ou des multiples de ce potentiel, dans les mesures de Franck et Einsporn, de Loyarte et de Jarvis, et dans ceux du dernier, des potentiels qui paraissent se déduire de ceux-là, en soustrayant ce même potentiel 1,4 ou son double. Cette existence fait croire à celle d'une rotation quantifiée de l'atome;

2ª L'étude optique, c'est-à-dire spectroscopique, réalisée sous cette croyance, fait trouver vingt-trois lignes qui correspondent très exactement à la dite hypothése : trois correspondent à 1,2 et 4 quantas de rotations; les autres sont des combinaisons avec des lignes des séries de l'arc;

3ª Les quantas de rotations aussi bien s'additionnent que se soustraient des énergies des sauts quantiques des électrons. Dans ce dernier cas, l'atome absorbe un ou plusieurs quantas de rotation de l'énergie d'excitation, provenante du changement d'orbite des électrons : le restant de l'énergie est émise sous forme de quanta de lumière.

APPENDICE (2)

Dans la séance de l'Académie du 28 septembre 1929, le docteur Loyarte fit une communication *Sur le mouvement quantifié des atomes du mercure et du thallium.* Il y exposa les faits expérimentaux observés par lui, ainsi que par son élève le docteur Grinfeld, et qui ont conduit à découvrir l'existence d'un mouvement quantifié de rotation

(1) Ce calcul magnétique est dû au professeur Langevin à qui nous avons fait part, verbalement, des résultats consignés dans ce mémoire — lors de sa visite à l'Institut de Physique, et ensuite par une lettre datée du 4 septembre 1927.

(2) Par le traducteur.

dans les atomes de mercure et de thallium (quand à ses expériences), et dans ceux de potassium (quant à celles de son élève). Relativement au mercure, voici les résultats énoncés à cette occasion :

1. Les expériences révèlent que tous les potentiels, d'existence non douteuse, observés par Franck et Einsporn, Loyarte, Jarvis, Pavlov et Sueva, qui ne correspondent pas à des sauts quantiques entre les niveaux optiques des séries de l'arc, se déduisent de ces derniers d'une façon très satisfaisante par l'addition ou la soustraction de 1,4 volts, ou des multiples de cette quantité.

2. On constate que ces potentiels quantiques correspondent à l'énergie mise en jeu, d'un seul coup, en une seule fois, provenante de la simultanéité de deux actes élémentaires; cela résulte de l'existence d'un grand nombre de lignes optiques dont les nombres d'ondes par centimètre concordent assez bien à ceux qui s'obtiennent en additionnant ou en soustrayant aux nombres d'ondes des lignes des séries, le nombre 11316, ou ses multiples, nombre qui correspond au potentiel 1,39 volt.

3. On attribue ces faits à l'existence d'une rotation quantique de l'atome de mercure dont l'énergie discrète correspond à cette du rotateur à axe libre de la mécanique ondulatoire.

4. On démontre que cette rotation n'influe pas sur la valeur théorique de la chaleur spécifique (5/3); que la vapeur du mercure est dégénérée (entarded) à la température ordinaire ainsi qu'à des températures telles que 2500° absolus.

5. On explique le mécanisme de l'interchange de l'énergie pendant le choc entre un électron considéré comme un rotateur, ainsi que l'origine de la rotation quantifiée que révèlent posséder les atomes de mercure dans les conditions où se déterminent les potentiels critiques.

Dans le thallium il a été mis en évidence la rotation quantifiée par une route entièrement différente, en partant des spectres d'absorption de ses vapeurs métalliques.

L'auteur, dans la séance de l'Académie du 28 décembre 1929, a rendu compte de ses dernières recherches sur ces questions, étendues même au potassium; elles confirmeraient la théorie émise [1].

[1] Tous les travaux du docteur Loyarte à ce sujet jusqu'à 1929, sont publiés dans un volume *Investigaciones Atómicas*, La Plata, 1929 (Imprenta y Casa editora Coni, Buenos Aires).

INVESTIGACIONES, ENSEÑANZA Y MEMORIAS

XIV

Mareas patagónicas

INFORME DE LA COMISIÓN HONORARIA

En la sesión del 15 de junio de 1929, el ingeniero Nicolás Besio Moreno, y el doctor Horacio Damianovich, que fueron miembros de la ex Comisión Nacional para el estudio y captación de las mareas patagónicas — creada por iniciativa de la Academia (1) — y por ausencia del ingeniero Julián Romero, que fué presidente de esa Comisión, informaron en nombre de esta última respecto a los trabajos realizados.

Después de referir los antecedentes de la organización de los trabajos realizados por la comisión en la Argentina y fuera de ella, particularizaron su informe en lo relativo a la bahía de San José y a la ría de Deseado. En la primera puede captarse una energía equivalente a la de una mina de hulla de cuatro a ocho millones de toneladas por año, con carácter de inagotable, importancia respecto de la que llamó la comisión la atención de la Academia, así como sobre su precio económico : un centavo por k. w. h. ; siendo de unos 220 millones de pesos el precio de la obra. Al lado de este proyecto de máxima, se consideraron las probabilidades económicas de fábricas maremotrices de tipo pequeño y mediano en la ria de Deseado, de más inmediata ejecución. Hicieron notar, particularmente, el estudio consciente que sobre la cuestión hizo el ingeniero Julián Romero, quien proyectó un sistema especial de captación.

La comisión expuso después la síntesis del inventario de las fuerzas hidráulicas relativas a las mareas; éstas, para las bahías de San Julián y de San José y rías Santa Cruz, Deseado y Gallegos, alcanzan, en total, unos 15.000 millones de k. w. h. anuales, pudiendo superar en mucho esa cantidad relativamente a Golfo Nuevo, bahía San Antonio y caleta Brighman.

Fuera de la Argentina, se menciona lo efectuado relativamente al Aber-Vrach, cerca del puerto militar de Brest, que está en vías de ejecución por la Sociedad Internacional para la explotación industrial de la hulla azul, bajo la dirección del técnico Huguenin, inventor de un tipo de turbinas

(1) Véase *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, tomo CVII, páginas 348 y 409.

que trabajan con caídas de sólo cincuenta centímetros. La comisión hizo notar con satisfacción, que dicho técnico, después del estudio que hizo del informe de la comisión, cree posible una captación mayor, llegando a la conclusión de que las costas de la Patagonia ofrecen halagadoras posibilidades para construir fábricas maremotrices en un plazo mucho más breve del que en general se piensa.

Por todo lo expuesto, y en definitiva, la comisión llegó a la consecuencia de que las mareas de las costas patagónicas pueden ser utilizables, constituyendo una fuente valiosa de riqueza nacional, a cuyo estudio y explotación debe prestarse el mayor apoyo. Por eso, en el informe pasado al gobierno de la nación se indica la conveniencia de ejecutar los siguientes trabajos y proyectos :

1° Construcción de la pequeña fábrica maremotriz en el interior de la ría de Deseado, proyectada por la comisión, y la complementación del anteproyecto de potencia media de la misma ría ;

2° Ampliación del anteproyecto para utilización de la energía maremotriz de la bahía de San José, con el fin de formular el proyecto definitivo ;

3° Estudio sistemático permanente de las mareas de la costa atlántica sur, desde el punto de vista de su utilización ;

4° Continuación de los estudios que se realizan en el extranjero sobre la utilización de la energía de las mareas, y la transmisión de la energía eléctrica a grandes distancias ;

5° Elaboración sistemática del inventario de las fuerzas hidráulicas del país ;

6° Preparación de un proyecto de ley para el inventario y utilización e las fuerzas hidráulicas del país.

Finalmente, opina que ha de llegarse en el futuro a la creación de un servicio de fuerzas hidráulicas, y que por el momento considera conveniente organizar una sección especial en la Dirección de Navegación y Puertos, encargada de las obras relativas a la captación de la energía de los mares, y otra en la Dirección de Irrigación, destinada a las fuerzas hidráulicas del interior de la República.

Después de escuchar el informe de la comisión, resolvió la Academia agradecer a los miembros de la comisión honoraria, el importante trabajo realizado tan desinteresadamente, felicitarles por el mismo y expresar el deseo de que los estudios aconsejados y los proyectos presentados se transformen en una realidad.

Al mismo tiempo, aceptó repartir los tomos impresos por la Comisión y que contienen el informe elevado por ésta al ministerio de Justicia e Instrucción pública, así como hacerse cargo, en calidad de custodia y hasta tanto el Gobierno decida respecto de su destino, de los muebles, enseres, instrumentos, libros, documentos, etc., que pertenecieron a aquella ex comisión, de acuerdo a un inventario detallado de los mismos, que fué entregado a la Academia por los señores miembros de aquélla.

INFORMACIONES GENERALES Y BIBLIOGRAFÍA (*)

(Continuación)

XVIII

Premio nacional a la producción científica (ley 4191)

CANDIDATOS DE LA ACADEMIA PARA FORMAR PARTE DE LOS JURADOS

(Años 1927 a 1929)

De acuerdo con lo pedido en las correspondientes notas del Ministerio de Justicia e Instrucción pública (recabando la designación de los dos académicos que debe proponer la Academia en calidad de candidatos para formar parte de los jurados encargados de adjudicar el premio nacional a la producción científica, según el art. 5°, inc. *d*, del decreto del P. E. de 13 de febrero de 1925), la Academia, después de tener a la vista, cada vez, la lista de los trabajos presentados, ha designado los siguientes candidatos (1) :

Año 1927 : Mauricio Durrieu y Félix Aguilar (sesión del 3 de diciembre de 1927 y del 28 de abril de 1928).

Año 1928 : Mauricio Durrieu y Franco Pastore (sesión del 28 de abril de 1928).

Año 1929 : Pedro T. Vignau y Nicolás Besio Moreno (sesión del 21 de junio de 1930).

A principios de octubre de 1930 se recibió una nota del Ministerio de Justicia e Instrucción pública del Gobierno Provisional de la Nación, pidiendo nuevamente a la Academia la designación de los dos candidatos para el jurado relativo al año 1928. Estando ausente el ingeniero Durrieu, se propuso en su lugar al ingeniero Eduardo Latzina, manteniendo la candidatura del doctor Pastore (sesión del 22 de noviembre de 1930).

(*) Véase *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, tomo CXI, página 238.

(1) Para los años 1925 y 1926, véase en esta misma Sección de los *Anales* la información IX (t. CV, pág. 191).

LAS ESPECIES FÓSILES DEL GÉNERO «CTENOMYS»

CON DESCRIPCIÓN DE NUEVAS ESPECIES

Por CARLOS RUSCONI

RÉSUMÉ

Les espèces fossiles du genre « Ctenomys » et description de nouvelles espèces. — Il s'agit d'une révision des espèces fossiles appartenant au genre *Ctenomys*, aujourd'hui connues, avec indication de leur distribution géographique sudaméricaine. L'auteur admet diverses espèces nouvelles. Il soutient que la phylogénie de ces rongeurs est encore peu connue. Et quant à *Eucoelophorus* il assure qu'il s'agit d'un vrai genre. Il conclut que l'espèce *latidens* appartient au genre *Ctenomys* et non à *Dicoelophorus*. L'article comporte plusieurs illustrations d'espèces nouvelles et diverses tables de mesures.

I

INTRODUCCIÓN

Las pocas especies de *Ctenomys* fósiles procedentes de diversas localidades del país, han sido indicadas incidentalmente por algunos autores desde hace mucho tiempo. La primera forma fósil de este género la dió a conocer d'Orbigny (*Voyage*, 1840, pág. 142) fundada sobre una porción anterior de dos ramas mandibulares de un mismo individuo que distinguió con el nombre de *Ctenomys bonariensis* a la que hoy los autores llaman *C. bonaerensis*. Poco tiempo después, Darwin encontró restos de una mandíbula y otros molares aislados en terrenos terciarios que afloran en Monte Hermoso, provincia de Buenos Aires y sobre los cuales Owen fundó la especie *Ctenomys priscus* y

(1) El presente trabajo había sido entregado en fecha 12 de marzo de 1929 para ser publicado en los *Anales del Museo de Historia Natural de Buenos Aires*, pero debido al evidente atraso que se nota en la publicación de esa revista me he visto obligado a retirarlo y publicarlo en los *Anales de la Sociedad Científica Argentina*.

que ahora pertenece a otro género (Owen, *Zool. of the Beagle,* 1840, vol. II, pág. 109, lám. XXXII, fig. 6). En 1880 los sabios H. Gervais y F. Ameghino describieron una nueva forma, *Ctenomys latidens* basada sobre una rama mandibular existente en la colección paleontológica del Museo de París. Pero después, (1888, pág. 4) nuestro sabio disponiendo de materiales más completos procedentes de terrenos infrapampeanos de la costa atlántica, se dió cuenta de que éstos diferían mucho de *Ctenomys* y debido a ello fundó el género *Dicoelophorus* considerando como especie típica a *latidens.*

También Bravard mencionó dos especies fósiles de tuco-tucos *(C. megacephalus* y *C. minor)* exhumadas en terreno pampeano de la provincia de Buenos Aires, pero Gervais y Ameghino las consideraron en la obra citada, como meros sinónimos de *C. latidens* y *C. magellanicus* respectivamente. Lydekker *(Cat. foss.,* 1885, parte I, pág. 246) mencionó otros restos fósiles sin describirlos; uno de ellos lo refirió a la especie *latidens* y el otro ejemplar a un animal de la talla de *C. leucodon* viviente. En su obra de 1889, página 156, el doctor Ameghino volvió a recordar las especies fundadas por Bravard, pero como este autor no dió dibujos ni una adecuada descripción para su reconocimiento, nuestro sabio prefirió considerarlas como *nomen nudum,* a cuya idea me adhiero. Posteriormente, el doctor Ameghino dió a conocer otras especies extinguidas del pampeano de Tarija (Bolivia) y de este material me ocuparé oportunamente.

A excepción de algunos restos fósiles que forma parte de mí colección particular, la casi totalidad del material utilizado en el presente trabajo pertenece a la sección Paleontología del Museo de Buenos Aires. Los dibujos son del autor.

II

SISTEMÁTICA

Fam. OCTODONTIDAE

Gen. **CTENOMYS** Blainville, 1826

Bull. Soc. Philom., 1826.
Sinonimia : *Spalax* Fischer, 1829.

Caracteres craneodentales y del género. La familia *Octodontidae* agrupa a cinco géneros neotropicales vivientes que son : *Ctenomys, Octodon, Octodontomys, Spalacopus* y *Octomys.*

El genotipo de los tuco-tucos es *Ctenomys brasiliensis* descrito por Blainville en 1826 y pertenece al grupo de las especies de gran talla. La longitud craneana total de uno de estos individuos es de 56 milímetros y 41 de ancho bicigomático, pero la especie más grande conocida actualmente es *Ctenomys robustus* Philippi que tiene 65 milímetros de longitud craneana por 42 de ancho bicigomático y habita en el desierto de Atacama (Chile); y la especie más pequeña que es *C. Pundti* mide 31,3 × 19,3, respectivamente y se encuentra actualmente en la provincia de Córdoba. Las magnitudes craneanas de las especies vivientes restantes están comprendidas entre estos dos términos.

Doy a continuación los detalles más importantes del cráneo del *C. brasiliensis* con relación a los de *Octodon*. Cráneo muchísimo más robusto que el de *Octodon;* extremo posterosuperior del cráneo con una gran cresta transversal formada en parte, por el supraoccipital y lo restante, por el borde posterior de los huesos parietales. Caja timpánica más larga que ancha; muy globosa en su extremidad posterior y terminada en punta adelante. Agujero auditivo externo abierto en la cara lateral y en el tercio posterior de la bula. Diámetro bimeatal casi igual al ancho bicigomático. Arco cigomático robusto y convexo anteroposteriormente. Proceso postorbitario más desarrollado que en *Octodon*. Ancho del premaxilar muy robusto en toda su longitud; su diámetro transverso en algo mayor que el vertical, tomado en la sutura maxilopremaxilar; en *Octodon* este último es notablemente mayor y comprimido lateralmente. Fosas nasales anteriores algo más anchas que altas; en *Octodon,* según el ejemplar del Museo, se encuentra en un caso inverso.

Fórmula dentaria : $i\frac{1}{1}$, $p\frac{1}{1}$, $m\frac{3}{3} = 20$.

Molares superiores de figura reniforme o bilobular y encorvados hacia afuera, dedido a la presencia de un surco vertical ancho y profundo situado en la cara externa; el del lado opuesto es poco excavado. Los tres primeros dientes de algunas especies tienen aproximadamente el mismo volumen; los de otras, disminuyen sensiblemente hacia atrás. Pero, el último molar es sumamente pequeño en todas las especies y generalmente no pasa de un milímetro de diámetro. El p^4 de *C. brasiliensis,* por ejemplo, mide 4,7 millímetros y tan sólo 1,8 su último molar, es decir, casi una tercera parte del volumen del primer órgano.

Los tres dientes anteriores de *Octodon* recuerdan a la figura de un

« 8 », bilobular, debido a dos surcos anchos y profundos situados uno a cada lado de esos dientes. El lóbulo anterior de los mismos es más ancho que el posterior y el último molar de este género es tan diminuto como el de *Ctenomys*.

Los incisivos son muy robustos comparados con los de *Octodon;* la capa de esmalte es de superficie plana y tiene una coloración amarillo-rojiza o anaranjada; la de *Octodon* es bastante convexa en sentido transversal.

Fig. 1. — Corte semiesquemático de la mandíbula del lado interno de *Ctenomys* para demostrar la posición del último molar.

La mandíbula de *C. brasiliensis* tiene una longitud de 40 milímetros y es proporcionalmente más robusta que la de *Octodon*. Casi toda la mandíbula de este género es casi recta verticalmente, mientras la de *Ctenomys* muestra una fuerte ala ósea dirigida hacia abajo y fuera, especialmente en el tercio posterior. La punta posterior de la mandíbula de *Octodon* (según el ejemplar que me sirve de término de comparación) se encuentra debajo del cóndilo mandibular, mientras que la de *Ctenomys* está situada mucho más atrás.

El último diente inferior de los tuco-tucos es sumamente pequeño y muy curvado; se orienta hacia atrás y dentro, de tal modo que su raíz termina arriba de la raíz del incisivo (fig. 1). Dicho carácter se asemeja al de *Octodon* pero difiere fundamentalmente con el de *Dicoelophorus* y *Eucoelophorus* (fig. 2), porque ese órgano se implanta vertical y paralelamente a los dientes anteriores, como lo indicó ya Kraglievich (1927, pág. 2 del separado).

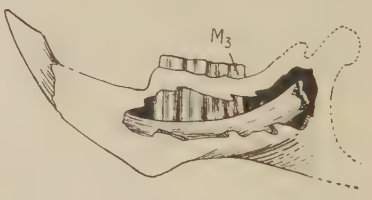


Fig. 2. — Corte semiesquemático de la mandíbula de *Eucoelophorus*. Vista por la cara interna, para demostrar la implantación del último molar.

De los cinco géneros de octodontinos vivientes indicados más arriba, *Ctenomys* es el que tiene una gran dispersión geográfica; pues, la especie más austral vive en Tierra del Fuego Argentina, a los 55 grados de latitud sur. La más septentrional se encuentra en Bolivia a los 15 grados de la misma latitud. La occidental en Chile, a los 75 grados de longitud oeste del meridiano de Greenvich y a los 45 grados del mismo meridiano (Minas Geraes, Brasil) la más oriental. Se conocen actualmente 58 especies y subespecies de *Ctenomys* de las cuales, 36 pertenecen a la Argen-

tina y las restantes están distribuídas en los siguientes países: Brasil, Bolivia, Chile, Paraguay, Perú y Uruguay.

La casi totalidad de las especies construyen madrigueras subterráneas, muy extensas y con diversas salidas a la superficie. Su alimentación consiste en vegetales diversos, especialmente raíces de plantas, a excepción de *C. coludo,* puesto que Budín dice haber encontrado en el intestino de esta especie, restos de pequeños animales. Exceptuando *C. sylvanus* y otras pocas más que viven en bosques más o menos tupidos, la casi totalidad de ellas se encuentran en lugares secos y preferentemente donde el terreno es de naturaleza arenosa. Como ejemplo, citaré la región medanosa del litoral atlántico, entre Mar del Plata y Bahía Blanca, algunas localidades de la provincia de San Luis, Córdoba, Matto Grosso (Brasil) y el desierto de Atacama (Chile).

Darwin en su célebre viaje por Sudamérica tuvo oportunidad de reunir muy pocos especímenes y además, señaló algunas particularidades acerca de las costumbres de estos roedores, cuyas referencias se encuentran en su libro *Viajes de un naturalista,* etc. (pág. 53 de la edición francesa de 1860)..Posteriormente se ocuparon de las especies vivientes : Wagner, Philippi, Ameghino, Allen, Thomas y otros.

III

DESCRIPCIÓN

Ctenomys bonaerensis d'Orb. y Laur., 1840

Voyage, etc., 1840, vol. III, pág. 142, lám. 9. figs. 8-9.
Ameghino, *Contribución,* etc., 1889, pág. 154, lám. VI.

Esta forma fué fundada por d'Orbigny y Laurillard utilizando la parte anterior de dos ramas mandibulares de un mismo individuo. Estos autores no dieron medidas de esa pieza y sólo han dicho que era de talla menor que *C. brasiliensis,* de la que difería además por la figura de los molares y que finalmente la ilustraron en la lámina IX (figs. 8-9) de esa misma obra.

Localidad : Paraná (según Ameghino, 1889, pág. 154) piso, *ensenadense* (?), plioceno superior.

Muchos años después el doctor Ameghino describió en la obra y página arriba citada un fragmento mandibular, hallado en el piso *ensenadense,* cuando se realizaban las excavaciones del puerto de la ciudad de La Plata; dió varias medidas y dibujos, y finalmente la

refirió a *C. bonaerensis* en vista de la cercanas afinidades que aquél tenía con el fósil figurado por d'Orbigny. Posteriormente nadie indicó nuevos materiales referibles a esta especie.

Faltaría saber ahora si la figura dada por d'Orbigny es exactamente del tamaño natural de la pieza, o bien, si parte de su volumen se debe al fuerte trazo dejado por el dibujante, como sospecho que puede haber ocurrido en vista de las pequeñas deficiencias que he observado en esos mismos dibujos.

En la colección del Museo existe una porción mandibular del lado derecho número 5412 que se conserva desde el incisivo hasta el nivel al último molar, procedente de la formación pampeana de Alvear, en la provincia de Santa Fe. La altura de la rama y la longitud del diastema de este ejemplar encuadran perfectamente con la figura dada por d'Orbigny, y por tales motivos atribuyo dicho fósil a *C. bonaerensis*. Me he servido también como término de comparación, de las magnitudes del ejemplar descrito por el doctor Ameghino que ofrece concordancia con el fósil 5412. Las medidas de esta última pieza son como siguen : Longitud del diastema 8,5 milímetros; longitud de la sínfisis 13; espacio ocupados por los dos primeros dientes 5,4; por los tres primeros 7,7; ancho transverso del incisivo 2,8 y alto de la rama debajo del p_4, 9.

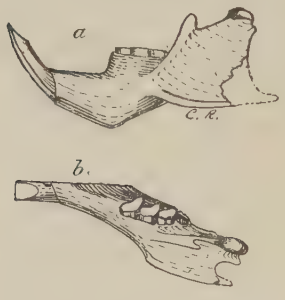


Fig. 3. — Mandíbula de *Ctenomys bonaerensis* : *a*, vista de la cara externa; *b*, por la superficie masticatoria. En tamaño natural.

En la colección zoológica de ese Museo hay además, numerosos especímenes de *Ctenomys* vivientes de talla mediana, procedentes de varias localidades de la costa atlántica, desconociéndose las demás partes del esqueleto y sus respectivos cueros. En cuanto a las magnitudes craneanas son bastantes parecidas a *Ctenomys talarum* y *C. talarum recessus* procedentes también de las proximidades de La Plata y Bahía Blanca, descritas por el distinguido zoólogo Thomas en (1898 pág. 285 y 1912 pág. 241 respectivamente).

El ejemplar fósil 5412 es precisamente de un volumen craneano bastante similar a *C. talarum*; pero se advierten diferencias muy acentuadas comparando sus respectivas ramas mandibulares. Así los tres primeros dientes de la pieza fósil ocupan 7,7 de longitud mientras en la especie viviente 8,1; el p_4 y el m_2 del primer animal 3,3, y 2,9 milímetros de diámetro anteroposterior; en *C. talarum* 3,7 y 3,2. La

altura de la mandíbula es un poco mayor que la de esta última. El diámetro transverso del incisivo es de 2,8; en los individuos actuales tan sólo 2,5. La subespecie *C. talarum recessus* no la he tomado en cuenta, en este caso, por ser de menor talla.

El señor Budin ha enviado recientemente al Museo de Buenos Aires, varios individuos de talla mediana y pequeña con sus correspondientes esqueletos y cueros, procedentes de Rawson, Chubut y posiblemente parte de esos individuos han sido remitidos al Museo Británico ignorando si ya han sido estudiados. Mientras tanto, indicaré que la longitud mandibular de uno de ellos se aproxima a la de *C. talarum recessus,* pero en general más grácil; del mismo modo se encuentra esa mandíbula con relación al ejemplar fósil. También tiene un diastema más corto; la longitud de los cuatro dientes es algo mayor; diámetro transverso del incisivo notablemente menor; pues, tiene escasamente 2 milímetros y su curvatura mucho más acentuada que en ejemplar fósil.

En la colección del Museo hay otros restos fósiles que aun cuando difieren algo de *C. bonaerensis,* las referiré provisoriamente a esa especie :

Número 6453. Rama mandibular completa (figs. 3 *a* y *b*), proviene del terreno *ensenadense* de Mar del Plata, provincia de Buenos Aires. Tiene una longitud cóndilo-sinfisaria similar a la de un individuo de *C. talarum,* pero en cambio, difiere por otros caracteres. Así por ejemplo, la longitud del diastema del fósil es de 8 milímetros, la del viviente ya citado tiene tan sólo 6,5. El espacio ocupado por los tres primeros dientes es de 8 milímetros, más o menos similar al individuo actual, pero se diferencia porque el premolar de ésta ofrece mayor longitud anteroposterior. El diámetro transverso del incisivo tiene 2,6, en el fósil de referencia es algo menor. El radio de su circunferencia es mayor y por lo tanto, la barra no es tan curvada hacia arriba como la del espécimen viviente. La raíz anterior de la cresta angular de este roedor muestra una línea más angulosa y desplazada un poco más adelante, mientras en la rama fósil ya citada, aparece un borde más o menos convexo.

Tampoco es posible referirla a *C. magellanicus* en vista de que la longitud mandibular del ejemplar 6453 es unos 3 milímetros más corta, según el dibujo dado por Philippi en 1880 (lám. XIII) y finalmente por la menor longitud de la barra y más encorvada hacia arriba.

Número 6455. Porción mandibular desde el incisivo hasta el nivel del último molar; fué extraída del piso *ensenadense* de la localidad de

Miramar provincia de Buenos Aires; es de tamaño un poco menor que *C. bonaerensis* y pertenece a un individuo no totalmente desarrollado.

Número 8841. Porción craneana existente desde el premaxilar hasta el nivel del último molar; faltan todos sus dientes a excepción del incisivo del lado derecho.

Número 6047. Fragmento mandibular desde el incisivo hasta el nivel del m_1, proviene de la localidad de Mar del Plata y de la formación pampeana. Aun cuando encuentro diferencias bastantes sensibles entre esta pieza y la de *C. bonaerensis* de la citada colección que consisten en la menor longitud del diastema, y mayor espacio ocupado por los dos primeros dientes, sin embargo, la incluiré provisoriamente a esta especie hasta tanto obtenga elementos más completos que justifiquen su separación.

Finalmente, hay otra porción craneana (n° 257) perteneciente a la antigua colección del Museo, no se conoce su procedencia pero parece haber sido hallada en terreno *ensenadense*, a juzgar por el aspecto de su fosilización. La longitud total del cráneo es de 45 milímetros, la distancia cóndilobasal 41,5, la distancia palatal 20, longitud del diastema 11,5; el espacio ocupado por los cuatro molariformes 10; el diámetro anteroposterior del incisivo 2,9 y el transverso 2,7.

Ctenomys latidens Gerv. y Amegh., 1880

Los mamíferos fósiles, etc., Gervais y Ameghino, 1880, pág. 68.
Dicoelophorus latidens Ameghino, *Lista de las especies de mamíferos*, etc., 1888, pág. 4.
Dicoelophorus latidens Rovereto, *Los estratos araucanos*, etc., 1914, pág. 136.

Fundaron esta especie Gervais y Ameghino sobre una rama mandibular completa que no ilustraron, no dieron las respectivas medidas ni su localidad. Poco tiempo después, Ameghino (1881, pág. 323) dijo que la pieza tipo fué hallada en las toscas del río de la Plata, provincia de Buenos Aires y ese resto actualmente se encuentra en la Colección Paleontológica del Museo de Historia Natural de París.

Como en ninguna de sus obras dió el doctor Ameghino las magnitudes de *C. latidens*, indicando tan sólo que ésta se distinguía por su incisivo extraordinariamente robusto, sospeché (como le ocurrió a mi colega L. Kraglievich) de que esa mandíbula también podría pertenecer a una forma de *Ctenomys* y no de *Dicoelophorus* como lo supuso Ameghino en 1888.

Fué por eso que recurrí al distinguido sabio doctor Boule jefe de la sección Paleontología del Museo de París, solicitándole diversos datos para aclarar esa duda. Poco tiempo después (diciembre 17 de 1928 y febrero 20 de 1929) recibía de ese investigador contestación al respecto, por lo que aprovecho para agradecerle su atención.

Las magnitudes y el dibujo de la serie molar obtenida por el doctor Boule de la pieza tipo de *Ctenomys latidens* descrita por Gervais y Ameghino en 1880, demuestra claramente que sus características responden a la de las especies del género *Ctenomys*. El m_3 de esta mandíbula no existe, pero el doctor Boule, además de haberme proporcionado el diámetro anteroposterior de sus alvéolos, en la segunda carta que me remitió, tuvo la amabilidad de obsequiarme con un dibujo de la serie molar en la que se ven los tres primeros dientes implantados en posición natural y atrás, la figura alveolar del m_3 de de forma oval, alargada y no de figura reniforme, como tiene que ser si en ese lugar hubiese existido un diente similar al de las especies de *Dicoelophorus*. Por el contrario, la figura alveolar del último diente de *Ctenomys latidens* presenta la misma característica de otras especies del género viviente cuando ese órgano ha desaparecido por accidente. La longitud alveolar actual del m_3 de la pieza fósil estudiada por Gervais y Ameghino es de tres milímetros y, como ese diente en el género actual se orienta perpendicularmente hacia atrás, de modo que cuando éste cae, el margen alveolar posterior, que es de una pared muy delicada, se deteriora y adquiere entonces mayor amplitud. Casos análogos se observan con frecuencia en los individuos de *Ctenomys* y no tengo dudas de que ha ocurrido lo mismo en el alvéolo del último molar de *C. latidens*.

Ante estos hechos sostengo que la rama mandibular en cuestión no pertenece al género *Dicoelophorus* sinó a una especie de *Ctenomys* al que incluyo. La descripción original de esta forma dada por Gervais y Ameghino es como sigue : « Entre los restos fósiles traídos por F. Seguin, hemos encontrado la mandíbula inferior de un *Ctenomys* diferentes por sus caracteres de las otras especies. Lo designaremos con el nombre específico de *Ctenomys latidens* a causa de sus incisivos, que son más anchos y más fuertes que en las otras especies del mismo género etc. » (Gervais y Ameghino, 1880, pág. 68).

Muchos años después el doctor Ameghino obtuvo diversos restos craneanos y mandibulares exhumados de terrenos prepampeanos de la conocida localidad de Monte Hermoso, provincia de Buenos Aires, con los que fundó el género *Dicoelophorus* y refirió a él la especie *la-*

tidens en la siguiente forma. « Hasta ahora había sido confundido con *Ctenomys,* pero el descubrimiento de cráneos en buen estado, ha revelado que se trata de un género distinto, caracterizado por una fuerte apófisis postorbital del frontal y una perforación en la base de la apófisis cigomática del maxilar destinada al pasaje del nervio infraorbitario... Las cuatro muelas superiores de tamaño casi igual menos la penúltima que es un poco más grande. Largo de las cuatro muelas superiores 16 milímetros etc. » (Ameghino, 1888, págs. 6 y 5). Un año después (1889, pág. 156), volvió a ocuparse ese autor de *Dicoelophorus latidens*, dió diversas magnitudes craneodentales que ilustró en el átlas de su obra (lám. VI, figs. 25 a 29 y lám. VII, figs. 2 y 3). Ahora bien, observando la mandíbula dibujada en la lámina VI basta para darse cuenta que pertenece a *Dicoelophorus* y sin embargo, no alcanzo a comprender cómo el doctor Ameghino habiendo estudiado la mandíbula de *Ctenomys latidens* pudo incluirla en aquel género; pues, la longitud del diastema de *C. latidens*, según los datos que me ha proporcionado el doctor Boule, es de 9 milímetros en contra de 15 que tiene aquella señalada por nuestro sabio en la citada lámina. El espacio ocupado por los cuatro dientes de ésta mide 16 milímetros y tan sólo 12 en *C. latidens;* y, finalmente, el ancho transverso del incisivo es absolutamente mayor que el de la mandíbula figurada por Ameghino.

Estos pocos datos y otros que he consignado en el cuadro de medidas me parecen suficientes para demostrar que la rama figurada por Ameghino en 1889 difiere genéricamente de aquella auspiciada por él y Gervais, y por consiguiente, la especie *latidens* debe conservarse para el género *Ctenomys* tal como la fundaron esos sabios, es decir, *Ctenomys latidens* Gervais y Ameghino.

De esta transferencia resulta que el genotipo de *Dicoelophorus* ha quedado desprovisto del nombre específico que substituiré ahora por *primus,* o sea, *Dicoelophorus primus* Rusc., y con ello quiero manifestar que representa la primera especie y especie tipo del género *Dicoelophorus,* figurada por Ameghino en la lámina VI, figuras 25 a 29 de su gran obra de 1889 ya citada (1).

El profesor Outes llamó cierta vez la atención *(Physis,* 1924. pág. 333), sobre el hecho de que Ameghino introdujo en algunos trabajos

(1) No utilizo el nombre *cuniculinus (= Actenomys cuniculinus),* aplicado por Burmeister a roedores parecidos, porque los detalles genéricos y específicos que él señaló, son de escaso valor.

ciertas modificaciones respecto a la posición estratigráfica y sistemática del género *Dicoelophorus*. En efecto, mientras en unos trabajos decía que algunos restos de este octodontino se encontraban solamente en terrenos prepampeanos, en otras publicaciones manifestaba que existían también en terrenos inferiores de la formación pampeana, piso *ensenadense*. Este error debe atribuírse simplemente porque él creía que la especie *latidens* pertenecía al género *Dicoelophorus* ; pero, con los antecedentes ya expuestos resulta aclarada esa confusión y por consiguiente sostengo que el género *Dicoelophorus* (según los elementos de juicio de que dispongo actualmente), es de la formación araucana y *Ctenomys* de la pampeana.

Ctenomys latidens orthognathus n. subsp.

(Figs. 4 *a* y *b*)

Tipo : Porción mandibular desde el incisivo hasta el nivel del m_3 número 8840, colección Paleontológica del Museo Nacional.

Localidad : Olivos, piso *ensenadense,* plioceno superior.

Talla comparable a *C. brasiliensis*. El espacio ocupado por sus cuatro dientes es bastante similar al ejemplar actual arriba indicado como puede verse en el cotejo siguiente : 12,6 para el primer roedor y 11,8 en el fósil; relaciones parecidas se observan con respecto al ancho del incisivo. En cambio, hay diferencias mucho más acentuadas comparando la longitud sinfisaria puesto que tiene 16,3 milímetros en el fósil y 18,4 en el actual. Además, esta especie difiere por su barra larga y más ancha transversalmente. Sobre la pared interna de la mandíbula, especialmente en el espacio comprendido entre los tres primeros molares de *C. brasiliensis* presenta una superficie mucho más excavada en sentido vertical, de modo que vista la mandíbula de frente esa cara muestra una línea muy cóncava hacia adentro. Esa misma región en la rama fósil es casi recta.

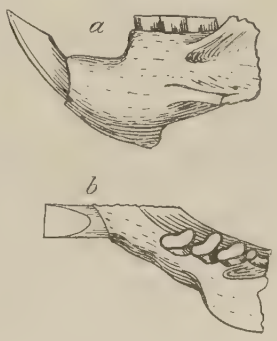


Fig. 4.—Mandíbula de *Ctenomys latidens orthognathus*, n. subesp. : *a*, vista de lado ; *b*, vista por arriba. En tamaño natural.

Exceptuando las tres especies fósiles de Tarija fundadas por Ameghino no conozco por ahora otra pieza que, con su longitud mandibular más o menos comparable a ésta, posea también un diastema

extremadamente corto. Por este motivo indicaré aquí las diferencias aunque por otra parte, es evidente que la nueva subespecie es distinta de *C. subassentiens* descrita por Ameghino. La longitud del diastema de *C. latidens orthognathus* mide 8,5 y 8 en *C. subassentiens,* y la sínfisis 16 y 15 respectivamente. Pero si se compara la cara ventral de estas dos mandíbulas, entonces aparecen claramente las diferencias que consisten en el gran desarrollo de la quilla sinfisaria que es elevada y muy extensa. En la especie de Tarija es tan poco perceptible que ella se encuentra al mismo nivel horizontal de la pequeña globosidad ósea situada en la parte inferior de cada una de las ramas, producidas por el gran desarrollo de la raíz del p_4.

El ejemplar número 8840 en cambio, se parece más a *C. latidens,* aunque las diferencias son suficientes como para ser separadas subespecíficamente. Así, por ejemplo, el espacio ocupado por los cuatro dientes de *C. latidens* es de 12 milímetros y en *C. l. orthognathus* 11,8; mientras que por la magnitud anteroposterior de cada uno de los molares resultan bastante mayor en esta última. La altura mandibular de la especie al nivel del p_4 mide 10 milímetros en contra de 12,5 que tiene la subespecie *C. latidens orthognathus.*

Ctenomys lujanensis Amegh., 1889

Contribución, etc., 1889, pág. 155, lám. VI, fig. 20-22.
Nehring, *Ueber Ctenomys neglectus,* etc., 1900, pág. 39.

Esta especie fué fundada por Ameghino sobre numerosos restos fósiles de cuyo ejemplar tipo dió una amplia descripción ilustrándola con varias figuras en el átlas de la obra citada. Este autor indicó además que, si bien los restos fósiles de este animal son abundantes en el piso *lujanense,* también había exhumado con frecuencia sus restos en niveles superiores del piso *bonaerense.* Dicho sabio utilizó, como término de comparación para identificar esa especie, ejemplares vivientes de *C. magellanicus,* que son animales de mayor longitud craneana y ofrecen por tal, caracteres específicos fáciles de advertir comparados con los del fósil.

En la actualidad se conocen numerosas especies de pequeña talla y entre estas, ciertos cráneos procedentes de la ciudad de Córdoba cuyas magnitudes son bastantes similares al tipo *Ctenomys Bergi* de Cruz del Eje de la misma provincia, fundado por Thomas en 1902, página 241. También podría ocurrir que los cráneos de referencia pertenezcan a alguna subespecie distinta por no conocerse de ellos

los caracteres somáticos externos, cuero etc., y además porque han sido encontrados a unos 90 kilómetros de distancia de donde proviene la pieza tipo de aquel roedor que describió Thomas; pero, como las diferencias craneodentales de los individuos de la colección del Museo son bastantes parecidas a las que dió el zoólogo ingles de *C. Bergi,* prefiero considerarlas por ahora como de esta última especie.

En una de las excursiones organizadas por el citado Museo al sur de la provincia de Buenos Aires, el profesor Lucas Kraglievich y el señor L. J. Parodi, ambos de esa institución, entre otros restos fósiles reunieron los de este grupo de roedores que consisten en una porción anterior de cráneo y una mandíbula que se conserva desde el incisivo hasta el nivel del m_3, de un mismo individuo. Estos restos que llevan actualmente el número 6937, fueron exhumados del piso *belgranense* de *facies* eólica de la región de Necochea, provincia de Buenos Aires. Como las pocas medidas craneanas obtenidas de este ejemplar responden a las consignadas por Ameghino de su especie *C. lujanensis,* reconoceré aquel resto como otro ejemplar de esta última forma.

Además, en la citada colección existen: una porción craneana desde el incisivo hasta el m^1 y parte anterior de dos ramas de un mismo individuo referible a dicha especie; tienen un aspecto subfósil y han sido halladas por el señor L. J. Parodi en el piso *cordobense* de la provincia del mismo nombre.

Ctenomys magellanicus, dijo Ameghino en 1889 página 155 « se encuentra en estado fósil, siendo frecuente sus restos en terrenos cuartenarios y en las capas más superficiales del pampeano ». Distinguió ésta de la actual llamándola *Ctenomys magellanicus fossilis* (Benn.) Ameghino, que dijo hallarse ilustrada en la lámina VI, figura 19; pero, la figura de esta lámina — que representa a una mandíbula vista en varias posiciones — lleva en cambio la siguiente leyenda: *Ctenomys magellanicus* sin que aludiera a la forma fósil, como parecería indicarlo en el texto. En la colección del Museo no hay restos fósiles referibles a la forma viviente ya citada, no obstante algunos vestigios revelan ciertas analogías con ese roedor.

Especies fósiles de Tarija : « Ctenomys subassentiens » « C. subquadratus » y « C. brachyrhinus »

Entre el valioso material fósil traído por el geólogo E. de Carles, de los clásicos yacimientos de Tarija, se encuentran varios cráneos y

mandíbulas de octodontinos descritos por Ameghino en su trabajo *Notas sobre algunos mamíferos fósiles*, etc., de 1902. Con esos materiales ese autor fundó las tres especies arriba indicadas.

Varios años después, el doctor Boule publicó una memoria sobre el resultado de la misión científica al valle de Tarija dirigida por Créqui-Montfort y E. S. de la Grange. En esta obra el citado autor se ocupa también de los tuco-tucos fósiles, comenta las que fundó Ameghino en el trabajo arriba citado y finalmente, termina por aceptar la primera especie *(Ctenomys subassentiens)* considerando a las dos restantes como meros sinónimos de aquélla (Boule, 1920, pág. 224). Ante ese argumento me pareció útil practicar una nueva revisión de las piezas tipo de Tarija, y como resultado de ese examen, he llegado a la conclusión de que las diferencias entre *C. subassentiens* y las otras dos especies son tan apreciables que deben ser revalidadas como formas distintas.

(Continuará).

CICLO DE CONFERENCIAS

(1929)

EL OBSERVATORIO NACIONAL DE CÓRDOBA

EL « CATÁLOGO ASTROGRÁFICO » Y LAS « CARTAS DEL CIELO » (1)

POR EL ASTRÓNOMO LUIS C. GUERIN
Jefe del Departamento del Círculo meridiano del Observatorio

RÉSUMÉ

Le Catalogue astrographique et les Cartes du Ciel de l'Observatoire National de Córdoba. — Après quelques considérations preliminaires sur les coordonnées celestes et les cartes du ciel, et sur l'utilité des catalogues, pour découvrir, par ex. les mouvements propres des astres, celui du système solaire et des courants d'ètoiles, etc., l'auteur rappelle des renseignements historiques depuis le catalogue d'Hipparque et du globe d'Eudoxe de Cnide, jusqu'aux grands catalogues actuels qui utilisent les clichés phographiques. Il rappelle les services que la photographie a rendu pour découvrir des asteroides, des satellites de plusieurs planètes, de nouvelles étoiles, historiant brièvement cette branche de la science. L'Observatoire National de Córdoba a pris à sa charge la zone du ciel comprise entre 24° et 31° de déclinaison sud. Vient la description des instruments employés et des détails relatifs au travail exécuté; et des considérations finales.

Un catálogo estelar es el conjunto de las coordenadas celestes de las estrellas. De los cuatro sistemas de coordenadas esféricas, se usan generalmente dos coordenadas eclípticas, expresadas en longitud y latitud, referidas al equinoccio de primavera y a la eclíptica; y coordenadas ecuatoriales, expresadas en ascensión recta y declinación, referidas al mismo equinoccio y al ecuador. Las coordenadas eclípticas, aunque se usan poco actualmente tienen la gran ventaja de que casi no cambian durante siglos por ser muy lento el movimiento de la eclíptica. A medida que disminuya la necesidad de observaciones meridianas se generalizará su empleo y probablemente pronto llegará el tiempo en que se empleen en todas partes con exclusión de las

(1) Conferencia dada en el salón de la Sociedad el 19 de septiembre de 1929. Fué ilustrada con proyecciones luminosas.

coordenadas ecuatoriales, cuyo uso quedará limitado a los problemas meridianos.

Las coordenadas ecuatoriales son necesarias para observaciones meridianas debido a que éstas dependen del movimiento de rotación de la Tierra sobre su eje.

Este último sistema de coordenadas es el que se usa casi exclusivamente en los catálogos. Por ejemplo, el catálogo de la Astronomische Gesellschaft está referido al equinoccio y ecuador de 1875; el *Catálogo Astrográfico* lo será a los de 1900. También se da generalmente en los catálogos otros datos, como ser: la magnitud, el tipo espectral los movimientos propios, etc.

Un atlas celeste o carta del cielo es un conjunto de cartas que forman una reproducción del cielo, con las posiciones y magnitudes de las estrellas. La *Carta Fotográfica Internacional del Cielo* será, pues, la representación gráfica de las magnitudes fotográficas y las posiciones de las estrellas referidas al centro de cada carta; las coordenadas ecuatoriales, ascensión recta y declinación de estos centros se refieren lo mismo que el catálogo al equinoccio de 1900.

En un catálogo se indica siempre la época, y esto es absolutamente necesario, puesto que los planos de referencia se desplazan, y junto con ellos el ecuador y el equinoccio. Este desplazamiento es la precesión de los equinoccios, y fué descubierto por Hiparco comparando sus observaciones con otras hechas 150 años antes, aunque es cierto que el valor que halló era bastante diferente del verdadero, a causa de la poca exactitud de las posiciones empleadas. — Debido a la precesión, el punto equinoccial se desplaza unos 50″ aproximadamente por año, dando una vuelta entera al Cielo en 26.000 años, período que se llama año platónico.

Los catálogos condujeron también a otro descubrimiento muy importante: me refiero al de los movimientos propios de la estrellas. Así que el nombre de estrellas fijas solamente puede conservarse a título relativo, para distinguirlas de los astros que tienen un movimiento aparente muy grande, como la Luna, los cometas, los planetas y sus satélites.

Las posiciones de estos astros, Luna, cometas, etc. se determinan refiriéndolas a las estrellas cercanas, es decir que generalmente no se determinan de una manera fundamental, con el Círculo Meridiano, sino indirectamente por medio de la Ecuatorial. Así que estas posiciones indirectas se basan sobre las posiciones de las estrellas dadas en los catálogos, sobre las cuales puede decirse que se basa toda la

cinemática celeste. Las bellas investigaciones de Kapteyn, basadas sobre el catálogo de observaciones de Bradley reducido de nuevo por Auwers, condujeron a descubrimientos de la más alta importancia. Al tratar de determinar el movimiento de traslación del sistema solar, llamaron la atención del ilustre astrónomo las grandes discordancias entre los resultados a que llegaban los distintos investigadores del mismo problema. En todas estas investigaciones se había supuesto siempre que los movimientos propios se dirigían al azar. Desde 1896, Kapteyn sospechaba que ese no era el caso, pero solamente en 1904 pudo demostrar que hay una particularidad fundamental en esos movimientos y que no se efectúan en direcciones casuales, sino que hay dos corrientes de preferencia. Un descubrimiento de tanta importancia debía cambiar totalmente las ideas que se tenían sobre la estructura del Universo. Bradley y los demás antiguos observadores seguramente no sospecharon ni remotamente que esas observaciones, monótonas por lo sistemáticas, tuvieran por resultado descubrimientos tan extraordinarios.

Quedó sentado que la determinación del apex daba resultados muy distintos, según el grupo de estrellas elegido, y esto llevó al eminente hombre de ciencia a la convicción de que era indispensable extender enormemente el campo de observaciones antes de que se puedan realizar nuevos avances en la teoría del universo estelar. Es evidente entonces que las cartas celestes y los catálogos de estrellas son los documentos más importantes de la historia del Cielo. Contienen para una fecha dada, la que llamamos la época del catálogo o carta, el estado del Cielo tal como aparecía en esa fecha. Y digo aparecía, porque debido a los movimientos propios y al tiempo que tarda la luz en recorrer las inmensas distancias que nos separan de las estrellas, y también a la aberración de la luz, no vemos en un mismo instante fenómenos simultáneos en el Cielo, sino que es posible que veamos estrellas donde ya no las hay y también puede haberlas que aún no vemos. Aclarando el término de movimientos propios diré que son los movimientos de las estrellas entre sí y con referencia a la Vía Láctea mientras que los movimientos aparentes son el conjunto de los movimientos propios y de los desplazamientos del observador. Para que resalte mejor la importancia del *Catálogo Astrográfico* y de la *Carta Fotográfica del Cielo* recordaremos primeramente algunos catálogos clásicos, dejando aparte la calidad que naturalmente siempre va mejorando, desde Hevelio que utilizó el telescopio para formar su catálogo, con lo que se consiguió una exactitud mucho mayor al mis-

mo tiempo que una cantidad muy grande de posiciones de estrellas débiles. Citando sólo el número de estrellas, tenemos el catálogo de Hiparco, hecho 134 años antes de la era cristiana, contiene 1034 estrellas; el de Hevelio 1500; el de Bradley 3200; el de Groombridge 4200; el de Piazzi 7600; el de Lalande 47.000. Después de esto ya llegamos a catálogos muy grandes: el de Argelander 324.000 y su suplemento austral por Gould y Schönfeld con 133000 estrellas, la *Uranometría Argentina*, el trabajo gigantesco de Gould y Thome con 490.000 estrellas, y al fin nos encontramos con los catálogos hechos con la elaboración de varios observatorios, como el de la Astronomische Gesellschaft que contiene 450.000 estrellas. Catálogos tan extensos, hechos observando estrella por estrella representan un trabajo inmenso, y sin embargo como cantidad de posiciones no pueden compararse con el *Catálogo Astrográfico* que contendrá unos dos millones de estrellas. La *Carta Fotográfica* llegará a más de cincuenta millones.

También es interesante considerar el progreso que se ha realizado en las cartas celestes, que antiguamente fueron trazadas sobre globos. En todas las cartas antiguas las constelaciones estaban representadas como vistas desde el exterior del globo celeste, estando dibujadas sobre la faz convexa de la esfera. La innovación importante de trazar el dibujo sobre la faz cóncava fué introducida por Bayer en 1603. Las antiguas figuras mitológicas resultaban invertidas, por ejemplo α *Orionis* en vez de estar en el hombro izquierdo del gigante cazador Orión, estaba en el hombro derecho; y β *Orionis* en vez de estar en el pié izquierdo, quedaba situada en el pié derecho.

Parece que el globo celeste más antiguo que conocemos fué obra de Eudoxo de Cnido, astrónomo griego que vivía en el siglo cuarto antes de nuestra era, a quien se atribuye también la invención del cuadrante solar horizontal. Al ilustre geómetra siracusano Arquímedes también se le cita como autor de un globo. Nuestros conocimientos de las formas de las constelaciones clásicas provienen de los escritos de Ptolomeo y de algunos globos del período árabe. Con sólo estos documentos, los modernos han tratado de reconstruir las imágenes de la esfera antigua. El primero de ellos fué Alberto Dürer, quien las reprodujo en xilograbado en 1515, colocando Heinfogel las estrellas en esas imágenes. Estos grabados, hoy rarísimos (de Dürer), formaban dos hemisferios, de los cuales fueron derivadas con muy pocos cambios todas las representaciones ilustradas de las constelaciones que se hallan en las obras modernas. Muy interesante es el

globo de Oleario, de la escuela holandesa. Tiene ese globo 3^m50 de diámetro y está formado por delgadas hojas de cobre. Unos agujeros que dejan pasar la luz figuran las estrellas para un observador colocado en el interior del globo.

Dejando los globos, parece una carta celeste de cierta importancia dentro de la época en que fué hecha, es el atlas de Bayer. Una curiosa revisión de este atlas fué publicada en 1627 por Schiller, con el nombre de « cielo estrellado cristiano », donde las figuras paganas de las constelaciones estaban reemplazadas por los principales santos. Después vinieron el atlas de Hevelio y el de Flamsteed. La notación de Bayer, que representa las estrellas con letras del alfabeto griego, y la de Flamsteed, que lo hace con números, están en uso aún actualmente.

En 1882 apareció el atlas mucho más extenso de Harding, que contiene más de 40.000 estrellas hasta la 9ª magnitud.

En el siglo XIX fueron muchos los atlas y cartas publicados. Los más importantes son : el de Berlín, el de Dien, la *Uranometría* de Argelander, la *Uranometría General* de Houzeau. La *Uranometría Argentina* es del año 1879.

Para el uso de los que disponen de telescopios y mientras no esté terminada la *Carta Fotográfica,* se recomiendan las cartas de la Bonner Durchmusterung.

Todas las estrellas hasta la novena magnitud, boreales y australes catalogadas por Argelander y por Gould y Schönfeld, han sido reobservadas con el instrumento fundamental de cada observatorio, el Círculo Meridiano, con la colaboración de unos veinte observatorios. Este catálogo de reobservaciones es el de la Astronomische Gesellschaft y es el mayor actualmente hecho con observaciones meridianas. Actualmente y hasta que se pueda disponer del *Catálogo Astrográfico* se recurre a éste para las disposiciones de las estrellas, y además varios observatorios lo utilizaron para proveerse las estrellas de referencia para las placas.

Habría sido absolutamente imposible catalogar por observaciones directas dos millones de estrellas hasta la 11ª magnitud, sea por lo débil de las estrellas o aún más por el trabajo inconcebible de observación. Mientras que en una sola placa fotográfica se pueden obtener más de 500 imágenes estelares que referidas por medidas y cálculos numéricos a unas cuantas estrellas de referencia nos dan en poco tiempo y con toda comodidad las posiciones de esas estrellas en el Cielo.

Se comprende así la importancia que ha adquirido en pocos años la fotografía celeste, no sólo para la astrometría, sino también para los estudios astrofísicos.

Trabajos que antes exigían siglos tal vez de observaciones penosas y dificilmente controlables pueden ser ejecutados, controlados y repetidos si es necesario en un corto lapso de tiempo. Se descubren sin dificultad variaciones de posición que antes se substraían a los esfuerzos de los astrónomos, puesto que basta comparar dos placas de la misma región del cielo tomadas con cierto intervalo de tiempo. Además la placa sensible tiene la ventaja muy importante de acumular la impresión recibida, prolongando simplemente la exposición. Se puede de este modo obtener la imágen de objetos invisibles para el ojo, llegándose a fotografiar nebulosas y cúmulos estelares fuera del alcance de los mayores telescopios actuales.

Junto con las grandes facilidades que trajo para el descubrimiento de nuevos asteroides y de satélites de otros planetas, cuyos desplazamientos pueden ser puestos en evidencia en una sola placa, la fotografía ha dado el medio de obtener los movimientos propios de un gran número de estrellas, muchas de ellas muy débiles. Así que deben atribuirse a ella y a las cartas celestes los progresos obtenidos por el estudio de los movimientos propios; por ejemplo la determinación del movimiento del sistema solar y del punto hacia el cual se dirige, el apex; y también el descubrimiento de grandes corrientes estelares cuya dificultad de resolución por medidas condujo a aplicar con mucho éxito el método estereoscópico. Probablemente será también debido a las cartas celestes que se podrá llegar a resolver los problemas relativos a la densidad de distribución de las estrellas.

La historia de la *Carta Fotográfica* y del *Catálogo Astrográfico* están naturalmente ligadas al desarrollo de la fotografía y a las constantes mejoras introducidas en los procedimientos y en los instrumentos.

Ya cuando se hizo público el hermoso descubrimiento de Daguerre, el célebre sabio Arago en su discurso en la Academia de Ciencias, el 13 de agosto de 1839, mencionó las grandes ventajas que muy probablemente tendría ese perfeccionamiento para el adelanto de la astronomía; menos de un año más tarde, por citar tal vez el mejor entre muchos, el doctor Draper consiguió fotografías de la Luna, muy deficientes por cierto, pero que eran ya la promesa de los bellos éxitos de Loewy y Puiseux. Gould, el organizador del Observatorio Astronómico Nacional, con sus medidas de las fotografías de los Pleia-

des obtenidas por Rutherfurd en 1866, fué uno de los primeros en usar la cámara fotográfica como instrumento de precisión. Además las 1400 fotografías de cúmulos estelares del hemisferio sur que tomó en Córdoba, forman por sí solas un conjunto de mucho valor. Pritchard, de Oxford, demostró la admirable exactitud a que se puede llegar al determinar la paralaje de la 61 del Cisne; esta determinación era tan concordante con las obtenidas con otros métodos, que emprendió medir sistemáticamente las paralajes de todas las estrellas de segunda magnitud.

Las primeras cartas fotográficas de importancia fueron empezadas por Gill, en el Observatorio del Cabo de Buena Esperanza, en 1885. Forman una reproducción del hemisferio sur, por medio de 250 placas que abarcan cada una $5° \times 5°$ y contienen en total las posiciones de 450.000 estrellas. Este gran trabajo no fué sin embargo sino una preparación de la inmensa empresa internacional, en la que se pretende además una precisión bastante superior a la realizada en la Durchmusterung Fotográfica del Cabo.

Los hermanos Henry, constructores de instrumentos y astrónomos a la vez, habían construído en 1884 un telescopio fotográfico que utilizaron con éxito en el Observatorio de París, y esto motivó en parte el acontecimiento a que llegamos y que marca una época en la historia de la fotografía estelar.

La Academia de Ciencias de Paris, a pedido del almirante Mouchez, que interpretaba el deseo de muchos astrónomos, dirigió el 15 de octubre de 1886 una invitación a todos los directores de observatorios y a los principales astrónomos y físicos del mundo, para un congreso internacional a reunirse el 16 de abril de 1887, fecha en que se reunieron 58 miembros que representaban 16 naciones diferentes, entre las cuales la República Argentina, por el señor Beuf entonces director del Observatorio de La Plata.

Después de sabias discusiones se decidió la ejecución de la *Carta Fotográfica del Cielo* y del *Catálogo Astrográfico*. Obras costosas y de largo aliento, cuya realización exigía la cooperación de varias instituciones. Para cubrir el Cielo con el tamaño de placas elegido se requerían 22.000 placas, de manera que era absolutamente imposible para un observatorio solo obtenerlas en un lapso de tiempo razonable. Se trataba nada menos que de fotografiar los estrellas del Cielo entero, hasta la 14ª magnitud. La moción de dividir el Cielo en 18 fajas o zonas fué aprobada, y 18 observatorios adquirieron a su tiempo los telescopios necesarios, los que según decisión del Congreso

debían tener características idénticas; parte de estos instrumentos fueron provistos por los hermanos Henry.

De la *Carta del Cielo* surgió el proyecto mucho más importante de formar el *Catálogo Astrográfico*, con las posiciones de todas las estrellas hasta la 11ª magnitud.

La enorme tarea, después de varias modificaciones impuestas por obstáculos invencibles, quedó distribuída entre 18 observatorios, que son : Greenwich, Vaticano, Catania, Helsingfors, Potsdam, Oxford, Paris, Bordeaux, Toulouse, Algers, San Fernando, Tacubaya, Hyderabad, Córdoba, Perth, Cabo de Buena Esperanza, Sydney y Melbourne. Bello ejemplo de colaboración que se logró no sólo entre las instituciones, sino también como dice Favaro de quien extracté varios datos ya, de los señores ministros de hacienda.

Quedó a cargo del Observatorio Nacional de Córdoba la zona, primitivamente asignada al de La Plata, comprendida entre los 24 y 31° de declinación sur.

Como dije anteriormente, todos los observatorios debían usar para este trabajo instrumentos y placas de características semejantes. El telescopio fotográfico empleado en Córdoba es por lo tanto casi idéntico a los que poseen los demás observatorios.

El objetivo químicamente acromático, tiene un diámetro de 33 centímetros, abertura que se redujo a 28 centímetros por medio de un diafragma con el objeto de obtener mejores imágenes en las partes de la placa más distante del centro. El largo focal es de $3^{m}47$. Con estas medidas 1′ corresponde muy aproximadamente a 1 milímetro en la placa. El sistema de armazón ecuatorial es de la forma llamada inglesa. que asegura una muy buena estabilidad del instrumento, evitando casi por completo las trepidaciones. Para guiar el telescopio fotográfico está colocado a su lado y formando un solo cuerpo con él, para obtener mayor rigidez, un telescopio visual, que tiene un objetivo de 19 centímetros de diámetro y un largo focal de $3^{m},63$ más o menos. En el plano focal de este telescopio-guía hay una cruzada de hilos que se puede ajustar o graduar por medio de tornillos micrométricos. Colocando una estrella-guía en bisección sobre esa cruzada y corrigiendo con una manecilla el movimiento de relojería se trata de conseguir que las imágenes queden en la misma posición en la placa y sean puntos bien determinados para poderlos medir después con precisión. Este método de contralor a mano del movimiento de relojería expone sinembargo a experimentar fracasos, cosa que ya se había notado anteriormente. Tratando de evitar sus inconvenientes fueron imagina-

dos dispositivos eléctricos, dispuestos de manera que el observador con apretar simplemente un botón pueda acelerar o retardar por una muy pequeña cantidad la velocidad del movimiento de relojería, en vez de actuar directamente sobre los tornillos. También hubo quién tuvo la idea de obtener correcciones automáticas. Esta corrección automática estaba basada sobre el principio que un péndulo libre que no tenga esfuerzo que transmitir, trabajará mucho mejor que uno que tiene un pesado telescopio que mover. Colocando un péndulo libre de manera que cada segundo cierre el circuito en unos electroimanes, pueden disponerse aparatos que hagan funcionar correctamente todo el mecanismo. Así que se tienen a disposición tres métodos : control a mano, control eléctrico, y control automático. Sin embargo, ninguno de ellos es perfecto, y siempre hay que contar sobre la habilidad del observador.

Suponiendo que el astrónomo guíe su telescopio con toda exactitud, la imagen de una estrella debería ser, teóricamente, un punto. Pero en la práctica es un pequeño borrón, que a medida que se prolonga la exposición se va ensanchando y al mismo tiempo la parte central se va ennegreciendo. Esto sucede en parte porque la luz está compuesta de varios colores, y cuando tratamos de juntarla en un foco con una lente, lo que se logra es solamente juntar unos pocos colores en un foco aproximado. Los demás colores que no llegan a estar en foco forman círculos concéntricos en la placa, círculos que se agrandan a medida que crece el error de foco.

Es evidente entonces que en el mejor de los casos se conseguirá solamente una buena aproximación. Cuando la exposición es corta, solo los colores que están muy cerca de estar en foco impresionan la placa; los demás se pierden. Así que es natural que se escojan para ponerlos en foco los colores más importantes fotográficamente, los más actínicos, es decir los de la parte violeta del espectro.

Un telescopio reflector junta todos los colores en un mismo foco; parecerá entonces que éste fuera el instrumento ideal. Pero hay otras causas de deformación de las imágenes : ni las lentes ni el reflector pueden reunir en un punto toda la luz que reciben sino de una sola estrella, y esto únicamente se realiza teóricamente, cuando esa estrella está en la misma dirección que el eje óptico. La luz de cualquier otra estrella que esté en una dirección diferente no puede ponerse verdaderamente en foco, puesto que no es posible obtener con los medios actuales un espejo que en todas sus partes tenga el mismo foco. Si se amplifica la misma imagen obtenida, se verá que tiene una for-

ma algo cónica. Prolongando la exposición de una placa, este cono va aumentando gradualmente de tamaño, y el efecto es tanto más pronunciado cuanto más nos alejamos del centro de la placa. Es de mucha importancia entonces que la distancia utilizable sea lo más grande posible. En un reflector es a lo sumo de 50′; en un telescopio como el usado en Córdoba llega a 1°3, mientras que con los telescopios que tienen dos dobles lentes se ha llegado en otros observatorios a 12° y hasta a 14°. Para que el Observatorio nacional pueda estar en este sentido a la altura de las demás instituciones y obtener los resultados a que aspira, sería de desear que sea dotado de lentes modernas tripletes u otras, cuyo uso se está imponiendo.

Antes de poner la placa en el *chassis,* y con el objeto de compensar el efecto de una posible distorsión de la gelatina, se imprime el *réseau.* Éste consiste en una placa de vidrio a la cual está adherida una delgada hoja de plata. En esta hoja de plata están trazadas, a 5 milímetros una de otra, las líneas de *réseau.* Digo líneas aunque podría llamarlas cortes, puesto que son hendiduras que dejan pasar la luz. Hay 26×26 de estas líneas, que forman entonces 676 cuadritos. Para imprimirlo se coloca el *réseau* casi en contacto con la gelatina de la placa; la luz de una lámpara eléctrica, colocada en el foco de un objetivo, llega en rayos paralelos sobre el *réseau,* y al pasar por las hendiduras, imprime sobre la placa un cuadriculado de líneas muy finas. Luego se pone la placa en el *chassis,* éste a su vez en el telescopio, y se toma la fotografía.

Las placas empleadas en este trabajo son de 16×16 centímetros, con una superficie utilizada de 13×13 centímetros, y contienen las estrellas de un cuadrado de unos 2°10′ de lado. Como las zonas están divididas por grados de declinación, resulta que cada estrella queda fotografiada por lo menos dos veces, puesto que las placas se superponen unas a otras en declinación. También hay superposición en ascensión recta, aunque más restringida, de modo que algunas estrellas aparecen hasta en cuatro placas: esto permite controlar sus respectivas posiciones ecuatoriales por comparación.

Las placas del catálogo llevan cuatro exposiciones : dos de 5 minutos una de 1 minuto, y otra de 5 segundos. Las dos primeras de 5 minutos se hacen con el objeto de efectuar dobles medidas, consiguiéndose así una exactitud mucho mayor que si se midiera una sola imagen. La exposición de 1 minuto se hace porque con ese tiempo se registran todas las estrellas hasta la 11ª magnitud, que son las más débiles que se miden, puesto que es el límite del catálogo.

Esta disposición es muy conveniente para los medidores, pues solamente tienen que tomarse en cuenta para medirlas las estrellas que tienen tres imágenes. Unicamente las estrellas muy brillantes tienen cuatro imágenes con la cuarta exposición de 5 segundos, que se utiliza como prueba de la transparencia de la atmósfera. En circunstancias normales una exposición de 5 segundos basta para obtener la 9ª. magnitud. Quedaban entonces aceptadas las placas que llenaban este requisito. Las que por una causa cualquiera, sea por nubes o error en el tiempo de exposición, no satisfacían esta condición eran rechazadas y debían repetirse.

Las placas de la *Carta fotográfica* llevan tres exposiciones de veinte minutos cada una y dispuestas en triángulo equilátero. Las exposiciones repetidas eliminan la posibilidad de confundir una mancha o defecto de la gelatina con una estrella. Se hacen tres exposiciones porque podría darse la casualidad de un defecto que imite dos exposiciones, pero es casi imposible que se presente el caso de una mancha afectando la forma de tres exposiciones en triángulo. Otra ventaja de este procedimiento es que permite identificar rápidamente los asteroides en caso que hubiera alguno en esa región. Con los veinte minutos que se dan de exposición a estas placas y con una buena transparencia de la atmósfera se registran las estrellas hasta la 16ª magnitud aproximadamente.

La parte de tarea que correspondió a Córdoba fué empezada el 9 de septiembre de 1909 y quedó terminada el 29 de diciembre de 1913, es decir, en algo más de cuatro años. El fotógrafo señor Van Dyte tomó unas pocas placas al principio y todas las demás lo fueron por los señores Winter y Simonds, el primero de éstos tómo 1.099 placas y el segundo 361. Se hubiera podido terminar en menos tiempo, pero se opuso la circunstancia de que las condiciones atmosféricas locales empeoran mucho hacia media noche, de manera que la segunda mitad de la noche es muy desfavorable para trabajos astrográficos, en los que una buena definición es un factor importante. Se prefirió emplear más tiempo y producir trabajo de buena calidad como lo es el del Observatorio Nacional. Otro motivo de retraso en la terminación del *Catálogo y la Carta* fué la visita del cometa Halley en 1910, cuyas fotografías forman por sí solas un trabajo importante.

Una vez hechas las manipulaciones muy conocidas de revelado, fijado, etc., se puede proceder a medir las posiciones de las estrellas en las placas.

Para esto se utilizan las máquinas de medir, con las cuales se ob-

tienen las coordenadas rectangulares de las estrellas, referidas al centro de la placa. Sus partes esenciales son un portaplacas movible y un microscopio para amplificar las imágenes y sus distancias. El microscopio lleva interiormente una placa con dos escalas, una para las ordenadas y otra para las abcisas. Esta placa-escala se mueve por medio de dos tornillos.

Como he dicho anteriormente, la placa lleva impreso el *réseau*. Con las escalas se miden las coordenadas de las estrellas con respecto a los lados del cuadrado dentro del cual se hallan. Como la distancia del cuadrado al centro de la placa se determina con mucha exactitud se pueden deducir fácilmente las coordenadas de las imágenes con respecto al centro.

En Córdoba se midieron las placas con escalas, mientras que en unos pocos observatorios se utilizaron micrómetros; estos dan naturalmente resultados más exactos, pero se emplean las escalas porque con ellas se ahorra mucho tiempo y trabajo, y dan al mismo tiempo resultados suficientemente exactos para el objeto en vista al formarse el Catálogo, que no es de ninguna manera llegar a obtener posiciones tan exactas como las que se dan en un Catálogo fundamental, sino que se prefija un error probable a las posiciones y dentro de ese límite se adoptan los procedimientos que la experiencia indica como los más adecuados, siempre teniendo en cuenta que se trata de establecer una base sólida para investigaciones futuras.

Las medidas de las placas están terminadas y seis tomos o zonas están publicados. El conjunto formará los volúmenes 26 a 33 inclusives de los *Resultados del Observatorio Nacional Argentino*. La parte de la *Carta Fotográfica del Cielo* que correspondió al Observatorio Nacional y que abarca la misma zona que el Catálogo, está terminada hace tiempo. Las amplificaciones heliográficas que son las que se distribuyen a las instituciones interesadas estarían terminadas también, si no se hubiera tropezado con una seria dificultad, que consiste en que la casa encargada del trabajo en el afán de no omitir ninguna estrella prolongó demasiado la exposición, especialmente en las últimas reproducciones emitidas, las cuales ya no son presentables. Al prolongar la pose se consiguió efectivamente que no faltaran estrellas, pero al mismo tiempo el fondo de la carta quedó tan obscuro que desaparecía la nitidez que se puede pretender en reproducciones de placas buenas.

He traído algunos ejemplares de la *Carta* y placas del *Catálogo*, las que quedan a disposición de los que deseen examinarlas.

Para transformar las coordenadas rectangulares en coordenadas ecuatoriales, es decir, en ascensión recta y declinación, se utilizan las llamadas constantes de cada placa fotográfica, es decir : constante de escala, constante de orientación y constante de centraje en las dos coordenadas. Estas constantes se obtienen de las estrellas de *repère,* generalmente por el método de cuadrados mínimos. En Córdoba y en algunos otros observatorios, se ha simplificado el trabajo, y en vez de emplear el método de cuadrados mínimos que es sumamente lento se utiliza otro basado en la distribución aproximadamente simétrica de las estrellas de *repère.* Se consigue de esta manera una precisión suficiente con la ventaja de ahorrar tiempo.

Las reducciones de las placas del *Catálogo* están ya empezadas, y los resultados hasta ahora tienen la misma exactitud que los de los observatorios que han seguido los mismos métodos. El señor Nissen, a cargo de quien están las reducciones, me comunicó que según estos resultados preliminares, el error probable de una posición está comprendido entre $\pm 0''.25$ y $\pm 0''.30$.

Las estrellas de *repère* son como su nombre lo indica estrellas de referencia de las cuales se deducen las constantes de placa. Para esto es necesario disponer de posiciones lo más exactas posibles de esas estrellas, puesto que todas las posiciones de las demás estrellas están basadas sobre las de *repère.* En varios observatorios se emplearon las posiciones del *Catálogo* de la Astronomische Gesellschaft. Esto tiene la ventaja de proporcionar un número a veces muy grande de estrellas de *repère,* pero también tiene el inconveniente de utilizar material de 30 ó 40 años atrás, con la consiguiente inseguridad en las posiciones. En Córdoba se observaron con el Círculo Meridiano las estrellas de *repère,* que forman un catálogo de unas 6200 estrellas.

La lista primitiva se había formado seleccionando las estrellas según su magnitud más que teniendo en cuenta su distribución sobre las placas, resultando así un número de estrellas mayor del necesario y además una distribución casi siempre asimétrica.

La segunda lista se hizo distribuyendo muy simétricamente las estrellas, con el objeto de evitar la mala distribución no sólo en la placa en vista sino también en la que se superpone. Resultó que se tenían muchas estrellas tan débiles que estaban fuera del alcance del Círculo Meridiano, porque las magnitudes de la lista eran las de la *Córdoba Durchmusterung* que son generalmente bastante más débiles que la verdadera.

La tercera lista, que se observó en 1917 fué hecha teniendo en

cuenta magnitud y simetría, aunque esta última deja a veces bastante que desear.

El instrumento utilizado para observar estas estrellas fué encargado por el doctor Thome a la casa Repsold e hijos, de Hamburgo. El objetivo tiene 190 milímetros de diámetro; el largo focal es de 2^m25. El objetivo fué hecho por Steinheil, de Munich, y es una verdadera obra maestra. Se pueden separar fácilmente dobles cuyas componentes estén a $0''5$, y como dato interesante sobre su calidad, diré que he observado varias veces la compañera de Sirio, lo cual es una prueba concluyente, si se tiene en cuenta el reducido largo focal y que la compañera de Sirio es de 9^a magnitud y al mismo tiempo tan cercana a la principal que para instrumentos del tamaño del Círculo Meridiano casi siempre esta oculta entre los rayos de ese sol esplendoroso.

Tiene el instrumento dos círculo graduados, uno tiene las divisiones trazadas sobre una cinta de platino iridiado y el otro sobre plata. Para leer las divisiones están dispuestos sobre los tambores de soporte cuatro microscopios en los cuales se lee directamente el segundo de arco. Esta pesada tarea de leer microscopios la efectuó, en el trabajo de estrellas de *repère,* el ingeniero Tretter.

Para leer el nivel y el nadir, hay dispuesta una cubeta de cobre llena de mercurio, la que descansa sobre una plancha de hierro fundido que puede ser puesta aproximadamente a nivel por medio de unos tornillos.

Hay dos microscopios de calaje, en los que se aprecia el minuto de arco, mientras que el freno queda a fácil alcance para fijar el instrumento una vez colocado en la posición deseada. El aparato de inversión es sumamente práctico y seguro, puede darse vuelta el anteojo en menos de un minuto sin peligro ninguno.

La silla de observar lleva dos respaldos graduables con lo que se consigue que el observador pueda ver en el telescopio, cualquiera sea la posición de la estrella.

En el plano focal del anteojo está colocado el retículo que está hecho con hilos extraídos del capullo que forma una araña especial. Este sistema de retículo es bueno, pero creemos que sería muy conveniente ensayar uno trazado sobre una lámina de cuarzo fundido, pues en los retículos de hilo, los verticales y los horizontales no están en el mismo foco. — Los hilos verticales o de ascensión recta son 18, divididos en tres grupos de 6, y los hilos horizontales o de declinación son dos, uno fijo y otro movible.

Para registrar los tránsitos se utiliza el cronógrafo. El tambor de éste da una vuelta en un minuto; sobre el tambor se coloca una hoja de papel en la que una pluma de depósito llevada por un carrito, va escribiendo los tops del reloj y los que hace el observador al anotar el tránsito de las estrellas tras de los hilos verticales del retículo.

Los péndulos utilizados son dos, de la casa Riefler, de Munich, y están instalados en un pozo de 10 metros de profundidad, donde la temperatura es constante todo el año.

Además están encerrados en cilindros que cierran herméticamente, de manera que la presión barométrica sea constante también.

Estos péndulos Riefler funcionan muy bién, tanto es así que pueden conservar marchas uniformes durante largos períodos de tiempo, y actualmente se están estudiando fenómenos singulares de variaciones diurnas y anuales que no se podrían abordar sin disponer de péndulos de marcha excelente.

Los errores instrumentales habían sido determinados cuidadosamente en años anteriores a 1917. La flexión del anteojo, los errores de divisiones de los círculos graduados, la flexión de estos mismos círculos, desigualdades de los muñones, etc. estabán tabulados y listos para ser usados de modo que cuando estuvo preparada la lista pudimos empezar el trabajo de observación. El plan que fué trazado previamente indicaba que cada noche de observación se harían tres determinaciones de nivel, nadir y mira, una al principio, otra a la mitad y otra al fin de la noche. Debían observarse de 8 a 10 estrellas horarias y de 2 a 4 circumpolares para la determinación del azimut. Las estrellas horarias debían observarse en los 18 hilos del retículo y las de *repère* en 6 hilos. Las declinaciones se observaron colocando las estrellas entre dos hilos horizontales separados por unos 12″.

El anteojo tiene micrómetro impersonal, y este método de observar ascensiones rectas fué ensayado; pero como en otro trabajo debía observar de día, y en ese caso las estrellas son tan débiles, especialmente las circumpolares, tuvo que abandonarse este procedimiento. Los resultados no ponen en evidencia ninguna superioridad del micrómetro impersonal, el cual tiene el inconveniente de exigir que se toque al instrumento durante la observación.

La colimación se determinó cada vez que se invertió el telescopio, es decir cada semana aproximadamente. Es tan constante esta corrección en este instrumeuto que se adoptó el promedio de todas las determinaciones para reducir todas las observaciones de este trabajo.

Empezamos las observaciones el 14 de febrero de 1917 y las termi-

namos el 4 de enero de 1918, y en 129 noches se hicieron 15298 observaciones en ambas coordenadas.

Mientras se ejecutaba el trabajo de observación, fueron introducidas unas pocas modificaciones sugeridas por la práctica. En vez de las 8 ó 10 estrellas horarias que preveía el plan, se observaron 12 ó 14 y a veces hasta 16. El resultado es naturalmente mejor, y es seguro que observando como lo hicimos 4 y hasta 5 horas seguidas, el cansancio interviene, y es mejor tener un buen número de estrellas horarias para evitar las consecuencias que pueden traducirse en un gran error accidental en una de las estrellas horarias lo que acarrearía una incertidumbre en la corrección del reloj.

Otro cambio fué el efectuado en la iluminación del retículo. En nuestro círculo meridiano la bombita eléctrica está al lado del anteojo. Cuando se quiere tener el campo iluminado la luz se refleja por un espejo colocado en el interior del instrumento. Para obtener los hilos iluminados se desplaza el espejo por medio de un botón de maniobra y la luz cae directamente sobre el retículo, Ahora bién, cuando se trata como en este trabajo de observar estrellas sumamente débiles, es muy conveniente que la luz sea roja, porque esta impresiona menos la retina. La iluminación roja de los hilos se habia obtenido colocando una lámina de vidrio rojo a la entrada de la luz en el telescopio. Pero no era suficiente, pues la luz era roja solamente en el interior del anteojo. Quedó evitada esta dificultad disponiendo que toda la luz fuera roja. De esta manera una estrella de 9,5 magnitud era relativamente fácil de observar y hasta estrellas que si bien en la Durchmusterung se dan como de 10ª magnitud y que en realidad son casi de 11ª pueden observarse cuando la visibilidad es buena.

Al mismo tiempo que se observaban las estrellas se tomó nota de las estrellas dobles y otros objetos interesantes que pasaban por el campo del anteojo. Se anotaron así un centenar de estrellas dobles y algunas triples. Pero indudablemente el objeto más interesante es uno cuya posición para 1900 es α 7^{h}18^{m}51^s y en δ — 25°34′. Es difícil de definir; a primera vista parece una nebulosa roja con tres núcleos. He seguido observándolo algunas veces, y estoy casi seguro que es variable. Sería interesante que sea examinado por los que disponen de anteojos más poderosos que los nuestros. D. M. 4441.

Las reducciones de las observaciones de las estrellas de *repère* están terminándose y serán publicadas las posiciones al principio del año entrante. La intención primera era utilizar para reducir este catálogo las posiciones de las estrellas fundamentales del *Catálogo*

Fundamental de Córdoba que está imprimiéndose: pero como no fué posible, se emplearon las posiciones del P. G. C. de Boss, de todas maneras es fácil aplicar las correcciones sistemáticas para pasar de un sistema a otro.

Como los errores individuales de las posiciones de las circumpolares australes son bastantes importantes en el *Catálogo de Boss*, se determinó el azimut de la mira con todas las observaciones de circumpolares, y luego para reducir las noches de observaciones se dedujo el azimut de las lecturas de la mira.

Para tener un criterio sobre la calidad de un trabajo de observaciones, se determina por cálculo el error probable de una observación. Esto se hace considerando los residuos o discordancias de las observaciones. Es semejante a la dispersión en el tiro al blanco. Si seguimos el simil, podríamos considerar el caso de un tirador que agrupa sus cinco tiros juntos en el 8. El error probable en ese caso es 0, pero el error sistemático es grande. Por eso, aunque el error probable se basa sobre probabilidades en un gran número de observaciones, no hay que exagerar su importancia, no siendo sino lo que podría llamarse, una medida de la dispersión de las observaciones.

En trabajos que comportan un gran número de observaciones, se adopta generalmente el procedimiento de considerar un número limitado de resíduos, por ejemplo, 10 ó 20 estrellas por hora de ascención recta. En nuestro caso se consideraron todos los resíduos, con la particularidad pocas veces vista de no haberse rechazado ninguna observación, como tampoco se ha dado peso arbitrario a ninguna. Además, no se han hecho nuevas reducciones para tratar de ajustar las observaciones a un promedio obtenido anteriormente sino que se ha determinado el error probable directamente de la primera reducción sin hacerse retoques por errores sistemáticos de freno ni otros.

El error probable de una observación del catálogo de estrellas de *repère,* es en ascensión recta $\pm$ ^{s}015 sec δ y en declinación $\pm$ $''$27. En este sentido está entre los mejores hechos hasta la fecha.

No quiero decir con eso que hemos alcanzado la perfección, al contrario, pues estoy convencido de que eliminando ciertos factores adversos a la bondad de las observaciones como, por ejemplo, el apresuramiento que es consecuencia del deseo de hacer mucho en poco tiempo, y mejorando ciertas disposiciones instrumentales, conseguiremos hacer mejor aún. Y este mejoramiento no debe restringirse al Círculo Meridiano, instrumento que tan poco ha adelantado en el

último siglo, sino que puede hacerse extensivo a los demás instrumentos también.

Es necesario para eso que tengamos a nuestra disposición el instrumental adecuado, es decir, el mejor que produzca actualmente la técnica y también deben proveerse comodidades para los astrónomos y sus ayudantes. Como dice Richet : Si queremos sinceramente que exista el progreso y que él sea una calidad, es indispensable proporcionar a los sabios medios de trabajo. Y, no tan sólo es preciso cuidar de los laboratorios y dotarlo de todos los aparatos necesarios, sino asegurar la existencia de los que trabajan en los mismos por puro amor a la ciencia. La ciencia no admite términos medios : Exige que ciertos hombres le consagren toda su mentalidad y todo su trabajo.

Terminaré recordando las palabras del doctor Thome en su discurso en la Conferencia Internacional de 1900. Todo nuestro esfuerzo tiende a mantener la tradición del Observatorio Nacional, como observatorio enteramente dedicado al trabajo, y añadiré, al mejor trabajo posible.

NOTAS VARIAS

Congreso Internacional de Matemáticos

(ZÜRICH 1932)

De acuerdo con lo resuelto en Bologna, en el último congreso (en 1928), el próximo tendrá lugar en Zürich del 4 al 12 de septiembre de 1932, pudiendo expedirse ya, desde octubre de este año, las invitaciones y las primeras informaciones.

El programa científico comporta una lista bastante numerosa de conferencias generales, las que, en su conjunto, deberán ofrecer una imagen tan completa como sea posible, del estado actual de las matemáticas; así como también sesiones reservadas a comunicaciones más breves, tendientes a dar informes sobre recientes investigaciones.

Además, el programa comprende reuniones, recepciones, excursiones; Suiza se presta particularmente para estas últimas. Estos números podrán contribuir al establecimiento o refuerzo de los vínculos científicos o de las relaciones personales entre los matemáticos del mundo entero reunidos en Zürich.

Primera Conferencia Interamericana de Agricultura

Ha llegado a la Biblioteca de la Sociedad un ejemplar del Acta final de la Conferencia Interamericana de Agricultura, reunión que se efectuó en Wáshington, durante el mes de septiembre de 1930, bajo los auspicios del Consejo Directivo de la Unión Panamericana que preside el doctor Leo S. Rowe.

A la Conferencia asistieron delegados oficiales de todos los países de América, siendo cuatro el número de representantes que tuvo la República Argentina. En el curso de sus deliberaciones se aprobaron

setenta y una resoluciones, las que, por la naturaleza de las mismas y la importancia que revisten, ejercerán seguramente una influencia de trascendencia en el desenvolvimiento de la ciencia agrícola y de la vida económica de los pueblos de América.

A fin de llevar a cabo de la mejor manera el cumplimiento de esas resoluciones, el referido Consejo Directivo ha formado, para cada país, una Comisión Nacional, encargada de proceder, de manera eficiente y activa, al estudio de todos los problemas de índole agrícola que se presenten y secundar la acción de las futuras Conferencias y la labor de la Unión Panamericana.

La Comisión Nacional argentina se encuentra bajo la presidencia honoraria del señor Ministro de Agricultura, doctor David M. Arias, y la efectiva del ingeniero agrónomo Luis María del Carril, director General de Enseñanza y Fomento Agrícola. La constituyen catorce miembros, en cuya lista hemos notado los nombres de dos consocios: el profesor José F. Molfino y el ingeniero agrónomo Juan B. Marchionatto, técnicos de la Dirección General de Laboratorios e Investigaciones Agrícola-Ganaderas del Ministerio de Agricultura de la Nación, que dirige el ingeniero agrónomo F. Pedro Marotta.

Nuevos Socios Correspondientes

Con la muerte de los naturalistas profesor Ives Délage (París), coronel Jorge Luis Fontana (San Juan) y doctores Moisés Bertoni (Portugal) y Miguel Lillo (Tucumán), el cuadro de socios correspondientes de nuestra Sociedad había quedado sensiblemente raleado. Con tal motivo, la Junta Directiva resolvió, recientemente, designar en igual carácter a los hombres de ciencia, cuyos nombres a continuación se expresan, vinculando así a la obra social a personalidades que tienen acreditados valiosos servicios a la cultura argentina. Ellos son: doctor Fernando Lahille (Tarn, Francia), doctor Roberto Dabbene (La Plata) y paleontólogos Carlos Ameghino y Lucas Kraglievich (La Plata y Montevideo, respectivamente).

BIBLIOGRAFÍA

LOEDEL PALUMBO, ENRIQUE, *Ueber die «quantifizierte Rotation der Atome» (Sobre la «rotación cuantificada de los átomos»)*. Un folleto de 4 páginas (20 × 27). Tirada aparte de un artículo publicado en el *Phisicalische Zeitschrift*, tomo XXXI, número 21, página 926, 1930.

Estudia el autor la teoría propuesta por el doctor Loyarte, sobre una presunta rotación cuantificada de los átomos, para aclarar ciertas coincidencias, encontradas primero en los potenciales críticos del mercurio, determinados por Franck y Einsporn, y en las líneas espectrales de ese elemento (véase *Anales*, t. CVII, pág. 498; t. CVIII, pág. 537 y en pág. 115 del presente tomo), así como también en los espectros del talio y del potasio. Comienza por analizar las coincidencias obtenidas por Loyarte en el espectro del mercurio sumándole o restándole a los números de ondas por centímetro de cada línea la constante $\Delta\nu = 11316$ o sus múltiplos. Este número correspondería, en la teoría del doctor Loyarte, al número de ondas de un cuarto de la rotación del átomo del mercurio. Las líneas de rotación, o «rayas de Loyarte», serían aquellas del espectro cuyo número de ondas ν' puede obtenerse sumando o restando al número de ondas ν de otra línea el número 11316 o sus múltiplos:

$$\nu' = \nu \pm n\Delta\nu \qquad (n \text{ entero}).$$

Así por ejemplo, la línea del espectro del mercurio, de números de ondas 33716,7 (longitud de onda 2965,03 A) sería una «línea de rotación» por cuanto dicho número coincide, con bastante aproximación, con el que se obtiene sumando 11316 al número 22396,2 que es el número de ondas de otra línea del espectro (longitud de onda 4463,80 A):

22396,2 + 11316 = 33712,2	33716,7	4,5
Línea de origen	Línea de rotación (Calc.)	Línea de rotación (Obs.)	Diferencia (Obs. — Calc.)

Agrega el autor que, aunque parezca asombroso, todas las coincidencias encontradas por Loyarte procediendo en esta forma, o sea todas sus líneas de rotación, son el resultado de una pura casualidad. Para probarlo procede

de la misma manera que Loyarte pero tomando en lugar del número 11316 el número completamente arbitrario 10000, con el cual obtiene también, y con la misma exactitud que Loyarte, un gran número de coincidencias, originadas por el enorme número de líneas de que consta el espectro del mercurio. Aplica al problema de las coincidencias el cálculo de probabilidades, con lo cual obtiene, confrontando las coincidencias obtenidas realmente por Loyarte, con las que cabrían esperar de acuerdo a las reglas del azar, que aquéllas son todavía inferiores que estas últimas. Hace notar además que la enorme mayoría de las coincidencias obtenidas por Loyarte partiendo de las líneas del espectro del arco lo son con líneas del espectro del átomo ionizado, lo que no tendría sentido. Analiza luego las coincidencias obtenidas, con el llamado por Loyarte potencial de adición y sustracción 1,4 volt, que corresponde aproximadamente al número 11316, concluyendo que tampoco ese número tiene significativo físico, pues las coincidencias obtenidas con él, en el dominio de los potenciales críticos son igualmente casuales como se desprende del cálculo de probabilidades que efectúa y de la circunstancia de que con el número arbitrario 1, por ejemplo, se logra igualmente « explicar » la aparición de todos los potenciales críticos de origen desconocido. Se menciona finalmente que aun cuando se considerara explicado, con el método de Loyarte, el origen de ciertos potenciales o de ciertas líneas ópticas, quedaría todavía por explicar la no aparición de los demás potenciales y de las demás líneas que deberían existir, para que pudiera considerarse con fundamento la hipótesis de la rotación cuantificada de los átomos.

El autor concluye así dando por demostrado que, ni el llamado potencial de adición 1,4, ni la constante 11316, para el mercurio, tienen sentido físico, y que carece de fundamento la hipótesis de una rotación cuantificada del átomo de mercurio en la forma introducida por Loyarte, valiendo lo mismo para las supuestas rotaciones de los átomos de talio y de potasio. — *Z.*

Lamoitier, Paul, *Traité de Tissage* (2ª edición). Un tomo (16 × 25), 614 páginas con 250 figuras en el texto. Encuadernación tela, 133 francos en Buenos Aires. Librería Béranger, París, 1930.

La segunda edición de este tratado teórico práctico relativo a los tejidos de lana, ha sido revisada y ampliada por D. De Prat, ingeniero civil, ex director de tejidos. Puede prestar útiles servicios a los fabricantes, compositores, dibujantes, contramaestres, obreros, etc. La primera parte del libro se ocupa del estudio de los materiales así como de otras generalidades : la lana, la seda, cálculos de fábrica, etc. La segunda parte se refiere a la mecánica del tejido. La tercera, al arte de la fabricación. La cuarta, a los tejidos de lana y la quinta, a la tintura y aderezos de los tejidos.

El autor es jefe de fabricación y ex alumno de la Escuela Práctica de Industrias en la ciudad de Fourmies. Las explicaciones que da en su libro son precisas y bien detalladas. — *C. C. D.*

Reitlinger, Henri B., *Sur l'utilisation de la chaleur dans les machines à feu.* Un tomo (16 × 25), 254 páginas con 21 figuras en el texto. Precio en Buenos Aires : 65,25 francos. Librería Béranger, París, 1930.

El doctor en ciencias, profesor de la Universidad de Lieja, don Armando Duchesne, en el prefacio que acompaña al libro, observa que el método, sumamente ingenioso, que el autor expone, permite abarcar y comprender, en su conjunto, los fenómenos complejos que es menester estudiar en el funcionamiento de las máquinas de fuego cuando se quiere encarar los procedimientos aptos para aumentar su rendimiento y hacerlas funcionar en condiciones de óptima economía. El autor llega, así, a consideraciones del mayor interés relativas a la entropía; ellas lo conducen de una manera clarísima a idénticas conclusiones que las deducidas del teorema de Gouy. De esa manera puede abordar todas las aplicaciones posibles de la práctica industrial; por ejemplo, las relativas a las últimas creaciones de la termodinámica, entre las cuales, la recuperación de la energía térmica de los mares tratada por el profesor Jorge Claude.

En suma, el autor se ha propuesto establecer y desarrollar un método, gracias al cual se puede determinar, de una manera no empírica, las condiciones de establecimiento de una estación central con el máximo de rendimiento. Numerosos ejemplos dan los detalles de la marcha a seguir.

Los capítulos sucesivos tratan de : Consideraciones sobre la transformación de la energía calorífica en mecánica. Utilización de las fuentes y rendimiento de los ciclos. Agotamiento artificial de una fuente caliente por el recalentamiento del aire destinado a la combustión. Influencia de la forma del ciclo sobre el agotamiento de la fuente caliente. Generalización de la noción de fracción disponible. Degradación termostática e irreversibilidad. Aplicaciones prácticas al estudio de las instalaciones destinadas a producir potencia motora. Aprovechamiento del calor a alta y a baja temperatura. Algunos problemas particulares : el de los señores Claude y Boucherot; el del señor Barjot. Conclusiones y aplicaciones. — *C. C. D.*

Hullebroeck, A., *Calculs du Tissage, Numérotage des Fils.* Un librito de de 146 páginas (11,5 × 17,5), con tablas y figuras. Librería Béranger, 1931.

Es un tratado práctico para el uso de fabricantes, directores y contramaestres en tejido y de las escuelas industriales.

El autor es un antiguo director de tejido, director de la Escuela Profesional de Renaix, profesor de tejido en dicha escuela y en las Escuelas Profesionales de Audenarde y de Deynze.

Consta el libro de dos partes : la primera se ocupa de los cálculos diversos relativos al arte del tejido. La segunda de la numeración de los diversos hilos. — *C. C. D.*

WOHRYSEK, OSCAR, *Chimie de l'Industrie du Sucre*. Versión francesa de la 2ª edición alemana, por Ad. Jouve, con una nota adicional del doctor Sidersky. Un tomo (16 × 25), 754 páginas con 17 figuras en el texto. Precio en Buenos Aires: 243,50 francos. Librería Béranger, París, 1931.

El autor, ingeniero químico, ex director de la fábrica de azúcar de Diosec, ha puesto al día el contenido de la primera edición alemana publicada en 1913. Por su parte el ingeniero Jouve no se ha limitado a hacer una simple traducción de la segunda edición alemana, sinó que, en realidad, ha hecho una « edición francesa » de la obra, agregando a aquélla toda la literatura hasta mediados de 1930, de suerte que, en suma, esa edición francesa va más allá, actualmente, que la última alemana.

He aquí el contenido de los distintos capítulos :

Primera parte : *Química de la remolacha :* Anatomía de la remolacha y química de la célula. Fisiología y química biológica de la remolacha. Composición de las remolachas. Química de la pulpa y del jugo. Determinación del valor de las remolachas. Cabeza y cola de la remolacha. Fenómenos químicos en los silos.

Segunda parte : *Química de la fabricación del azúcar bruto :* Química de la difusión. Rebanadas agotadas y química de las fosas de rebanadas. Presión y secado de las rebanadas. Composición química y propiedades del jugo bruto. Química y recalentado de los jugos brutos. Química de la depuración del jugo. Química de los barros de saturación (carbonatación). Medios auxiliares para ayudar a la defecación de los jugos. Composición química y propiedades del jugo claro. Fenómenos químicos en los aparatos de evaporación. Composición química y propiedades del jugo concentrado. Fenómenos químicos en la concentración del jugo espeso. La masa cocida y su tratamiento. Química del jugo bruto. Química del trabajo de los productos bajos. Química de la melaza. Variación de algunas substancias en la fabricación del azúcar bruto. Fuentes de las pérdidas de azúcar químico en la fabricación del azúcar bruto.

Tercera parte : *Química del refinado del azúcar bruto :* Almacenamiento del azúcar bruto. Depuración. Química de las claras, del negro animal, de la filtración, de los carbones decolorantes; de los decolorantes y colorantes en el refinado. Movimiento del neoazúcar y fuentes de las pérdidas químicas de azúcar en las refinerías. — *C. C. D.*

ANALES DE LA ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS
FÍSICAS Y NATURALES DE BUENOS AIRES

RECEPCIONES Y DISTINCIONES

El profesor Pablo Barbarin nuevo miembro correspondiente de la Academia

I

DESIGNACIÓN DEL PROFESOR PABLO BARBARIN

En su sesión extraordinaria del 30 de abril de 1930, pudo la Academia, con *quorum* suficiente, tomar en consideración la siguiente nota :

Buenos Aires, 28 de septiembre de 1929.

Los académicos que subscriben, de acuerdo con lo establecido por el artículo 10 de los Estatutos, proponen como miembro correspondiente de esta Academia en París, al señor profesor honorario de la Universidad de esa Capital, don Pablo Juan José Barbarin, ex alumno de la Escuela Politécnica y de la Escuela Normal de París, miembro de la Academia de Ciencias de Lisboa y del Instituto de Coimbra, laureado por el Instituto de Francia, etc.

El citado profesor, que actuó otrora en Burdeos, conoce el idioma castellano y se ha interesado siempre por nuestra Academia. Últimamente y a título de bienvenida, nos ha enviado un interesante trabajo original que la Academia resolvió publicar en sus *Anales*, lo que ya se ha hecho (1). Nos anuncia ahora una nueva colaboración (2), no disimulando el placer que le

(1) Se titula *Sur un système d'équations simultanées.* Informó el doctor Dassen en la sesión del 20 de abril de 1929 y se halla publicado en las páginas 337 y siguientes de los *Anales de la Academia (Anales Soc. Cient. Arg.*, t. CVII, pág. 469).

(2) El trabajo se titula *Sur les Courbes Apolloniennes.* El doctor Dassen dió cuenta del mismo en la sesión de la Academia del 28 de diciembre de 1929, y se halla publicado en las páginas 94 y siguientes del tomo II de los *Anales de la Academia (Anales Soc. Cient. Arg.*, t. CIX, pág. 201).

causaría ser miembro correspondiente de la Academia. Consideramos que, con su incorporación, ganaría la Academia un elemento de trabajo y un colaborador distinguido y eficaz. Acompañamos una lista de algunos de los trabajos del señor Barbarin, de acuerdo con lo exigido por el recordado artículo 10 de los Estatutos.

C. C. Dassen. — M. Durrieu. — E. Herrero Ducloux.

LISTA DE ALGUNOS TRABAJOS DEL PROFESOR BARBARIN

Sur le quadrilatère birectangle, 1902.

Noticia sobre la obra de P. H. Schoute : Mehrdimensionale Geometrie, 1903.

À propos d'un théorème (de Kariya) sur le triangle, 1904.

Una noticia sobre el libro de Bruce Halsted : « Rational Geometry », y sobre el de C. C. Dassen : « Geometría Euclídea », 1904.

Sur les développements en série de sin x et cos x, 1905.

Una versión del artículo de Bruce Halsted sobre « La esférica no euclídea », 1908.

Le théorème de Pythagore en Métagéométrie, 1909.

Le théorème de Pappus, 1911.

Les constructions générales du plan et de la sphère (Jornal de Sciencias Matematicas Fisicas é Naturais de la Academia das Sciencias de Lisboa, 3ª serie, nos 1 y 2, 1917).

Études de Géométrie analytique non euclidienne. (Memoria presentada en 1900 a la Academia de Bélgica y apreciada con honor por ésta).

Considération sur la Géométrie non euclidienne. (Nota con motivo de un artículo del profesor Frolov, de Ginebra, 1900).

Las funciones hiperbólicas en la enseñanza media, 1900.

Sobre una variación elemental, 1901.

Jorge Brunel, 1901.

A propósito de un artículo del profesor Wickersheimer, relativo al postulado de las paralelas, 1901.

La Géométrie non euclidienne. (1ª edición, 1902 ; 2ª edición, 1928).

Sur le dilemme de J. Bolyai. (Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, t. CLXVI, pág. 102, 1918).

La correspondance entre Hoüel et De Tilly. (Bulletin del Sciences Mathématiques, 1926).

Note sur une construction simple du centre de courbure de l'ellipse (Idem, 1928).

Sur un système de longueurs qui ne forment pas un triangle (Idem, 1929).

También :

Polygones réguliers sphériques et non-euclidiens (Le Matematiche pure ed applicate).

Bilatères et Trilatères en Métagéométrie (Mathesis).

Sur le théorème de Quetelet-Dandelin (Anales Soc. Cient. Arg., t. CVI, pág. 5).

De acuerdo con esa nota, la Academia otorgó al profesor Pablo Barbarin el título de miembro correspondiente en París.

El profesor Barbarin agradeció este nombramiento, remitiendo, desde luego, una nota que transcribimos a continuación :

Paris, 5 juin 1930.

Monsieur le Président de l'Académie des Sciences Exactes, Physiques et Naturelles de Buenos Aires.

Je vous prie de remercier en mon nom l'Académie du très grand honneur qu'elle vient de me faire en me décernant le titre de Membre correspondant. Je sens tout le prix de cette haute distinction qu'elle a bien voulu donner à mes travaux, et je serai très heureux de lui continuer ma collaboration.

Veuillez agréer, Monsieur le Président, l'assurance de mes sentiments très distingués.

P. Barbarin.

II

CENTENARIO DE LA GEOMETRÍA NO EUCLÍDEA

Pero, además, el profesor Barbarin agradeció su designación escribiendo especialmente un trabajo dedicado a la Academia, cuyo título es *Mémoire pour le Centenaire de la Géométrie non-Euclidienne.*

En su sesión del 18 de abril de 1931, tomó la Academia conocimiento de ese trabajo, resolviendo que el académico doctor Claro C. Dassen lo hiciese conocer por medio de una conferencia pública; así se cumpliría el primer número del programa de dos conferencias con que la Academia resolviera conmemorar dos centenarios, a saber, por un lado, el de la Geometría no euclídea en base al trabajo anunciado del profesor Barbarin ; por otro, el de Maxwell y del descubrimiento, por Faraday, de la inducción eléctrica, quedando esta última conferencia a cargo del académico titular doctor Ramón G. Loyarte.

Habiendo manifestado el doctor Dassen en la sesión de la Academia de 16 de mayo, tener lista la versión al castellano del trabajo del profesor Barbarin, así como también las figuras para hacer proyecciones luminosas en la pantalla, se resolvió fijar el jueves 18 de junio, a las 17 horas, para que tuviera lugar la conferencia ; al mismo

doctor Dassen le fué encomendado correr con la organización y los detalles. Resolvióse invitar a los señores Ministros de Justicia e Instrucción Pública y al del Interior, así como a los rectores de las Universidades de La Plata y de Buenos Aires, presidentes y miembros de las Academias, decanos de las diversas Facultades, consejeros y profesores de las mismas, rectores y profesores de los Colegios Nacionales y Escuelas Normales, presidentes y miembros del Círculo Militar, Colegio Militar, Centro Naval, etc.

El acto se realizó el día fijado, empezando a las 17.40, en el salón de grados de la Facultad de Ciencias, calle Perú 222, que se encontraba lleno de una distinguida concurrencia; excusaron su inasistencia los ministros, el rector de la Universidad de Buenos Aires, presidentes de academias y decanos, salvo el de la Facultad de Ciencias, ingeniero Luis Curutchet, que se hallaba presente, lo mismo que el presidente interino de la Universidad de La Plata, ingeniero J. A. Briano. Asistieron al acto el presidente y vicepresidente de la Academia, doctores Gallardo y Herrero Ducloux, y los académicos Besio Moreno, Loyarte, Durrieu, Vignau, Aguilar, Latzina, Sánchez Díaz e Isnardi. En la sala tomaron asiento numerosos profesores universitarios y secundarios, así como otras varias personas de figuración científica.

Al comenzar la conferencia dijo el doctor Dassen las siguientes palabras :

Señor Presidente,
Señores Académicos,
Señor Decano,
Señoras y señores :

Cuando, la honrosa misión de ocupar la tribuna en este acto, de mi deber creí aceptar, entendía agregar juicios y comentarios personales a la lectura, más o menos mecánica, del trabajo del profesor Barbarin, nuestro distinguido miembro correspondiente ; pero el examen ulterior del trabajo de referencia, hizo pronto comprender, que su exposición exigiría un tiempo que no era prudente exceder.

Para una próxima conferencia forzoso me será dejar por tanto, esas reflexiones y comentarios, resignándome hoy al papel de vocero. Con todo, algo propio haré, aunque más no sea proyectar figuras aptas a ilustrar el texto, al que, en cambio, suprimiré algunos pocos detalles inadecuados para una conferencia de esta índole.

El profesor Barbarín ha dedicado buena parte de sus actividades a la Geometría no euclídea y difícil hubiera sido poder encontrar alguien mejor

preparado para escribir un trabajo de la naturaleza del que nos ha remitido en agradecimiento, según expresa, de la distinción que la Academia — muy justicieramente por otra parte — le hiciera al designarle miembro correspondiente.

Pablo Juan José Barbarin, ex catedrático en Burdeos y profesor en el Liceo San Luis, es también profesor honorario de la Universidad de París; sus trabajos son numerosos e importantes ; bástenos recordar su *Estudio de Geometría Analítica no-euclídea,* presentado en 1900, a la Real Academia de Ciencias de Bélgica, y muy honorablemente apreciada por ésta.

El trabajo que voy a tener el honor de exponeros, escrito especialmente para la Academia, parece, como lo veréis, una verdadera novela : contiene detalles curiosos e interesantes, varios de ellos poco conocidos y aún inéditos, provenientes de correspondencias personales del autor y lo mismo diré de algunas figuras que proyectaré en la pantalla para amenizar el discurso.

Pido desde ya vuestra indulgencia por las deficiencias que pueda tener la traducción, así como la exposición : y entro en materia.

Expuso luego del trabajo del profesor Barbarin en su versión castellana. Ese trabajo está publicado más adelante fiel e íntegramente en su idioma original tal cual fué remitido por su autor, pero como en su exposición el doctor Dassen, para el mejor entendimiento del auditorio agregó, proyectándolas en la pantalla, algunos retratos y figuras ilustrativas que no existen en el texto original, reproducimos a continuación, la reseña que, de esta conferencia, dió el diario *La Nación* al día siguiente :

Después de unas palabras de introducción para anunciar la necesidad de una ulterior conferencia complementaria, y de hacer el elogio del profesor Barbarin, miembro correspondiente de la Academia, cuyo trabajo, escrito especialmente para la circunstancia, iba a exponer, empezó con las siguientes palabras : « Los centenarios están hoy de moda. Entremos en la moda y celebremos un centenario más, grato sin duda a los matemáticos » Euclides — dijo — empieza el texto de todos sus postulados con la frase « que nos sea acordado », lo que indica que esos postulados, incluso el 5°, de las paralelas, que lleva especialmente su nombre, son, a sus ojos, hipótesis independientes las unas de las otras llamadas a servir de fundamento inconmovible a su obra. Es de lamentar empero, que haya dado un carácter tan formal a su postulado 5° ; si lo hubiese encarado en otra forma, posiblemente hubiese puesto en guardia a la posteridad, evitando los raudales de tinta derramada sobre dicho postulado para deducirlo de los restantes. Entre esas numerosas tentativas, se detuvo especialmente sobre la de Saccheri, en 1733, en su obra *Euclides ab omni naevo vindicatus,* el facsimile de cuya carátula así como figuras explicativas proyectó el conferenciante en la pantalla, lo mismo que el retrato de Gauss, de quienes se ocupó a continuación. Pasan-

do luego a los fundadores de la Geometría no-euclídea : el ruso Nicolás Ivan Lobatchewsky y el magiar Juan Bolyai, historió la vida extraordinaria de esos dos hombres refiriendo curiosísimos detalles, muchos de ellos inéditos, presentando en la pantalla la fisonomía del primero y la del padre del segundo, que también desempeñó un papel importante en el descubrimiento genial de su hijo, de quien no ha quedado retrato alguno a pesar de haber escrito 26 páginas las más extraordinarias tal vez, dictadas por el pensamiento humano. El descubrimiento de Lobatchewsky, nacido en Nijni Novogorod, consta especialmente en la Memoria, escrita en ruso, publicada en 1829 en los Mensajes de la Universidad de Kazán con el título de *Sobre los principios de la Geometría,* si bien ya se presentaba cumplido en una nota leída tres años antes en la misma Universidad. En 1835 publicó otras dos obras más, pero ninguno de esos trabajos, que honraban sin embargo el pensamiento humano, logró llamar la atención en Rusia, ni provocó entusiasmos, ni formó discípulos, falleciendo Lobatchewsky en 1858, dictando, aunque ciego y sin perder su heroica e invencible fe, con el nombre de Pangeometría, la exposición completa de su sistema sin haber conseguido hacerlo conocer, ni haber producido en el mundo científico el más mínimo resultado. Felizmente su obra se salvó del olvido gracias al insigne matemático Guillermo Julio Houël, de Burdeos, cuya fisonomía fué por el conferenciante proyectada en la pantalla, a la vez que detallaba los inmensos servicios que debe a aquel sabio la difusión de la Geometría no-euclídea, pues no sólo hizo conocer los trabajos de Lobatchewsky, señalando su trascendencia, sino que hizo igual cosa con los de Juan Bolyai, cuyo opúsculo fundamental tirado a poquísimos ejemplares, era dificilísimo encontrar. Juan Bolyai nació en Maros Vasarhely, ciudad perteneciente antes a la Transilvania, demostrando pronto facultades excepcionales, no solamente para las matemáticas, si que también como violinista y esgrimista. Su padre Wolfgang, intervino también como colaborador de su hijo e intermediario entre éste y Gauss con resultados imprevistos, cuyos detalles fueron dados por el conferenciante a la vez que proyectaba otro retrato de Gauss. En 1823 estaba ya Bolyai en plena vía de descubrir según sus propios términos « un nuevo universo creado de la nada », pero es en 1931 cuando fué ese genial descubrimiento publicado como apéndice del libro de su padre titulado *Tentamen juventutem.* El conferenciante, después de describir la tragedia de los últimos años de los Bolyai, exhibió una vista inédita tomada recientemente de la tumba que, en Maros Vasarhely, guarda, uno al lado del otro, los restos de Wolfgang y de Juan Bolyai. Tocó el turno, luego, al gran matemático alemán Riemann, que en su obra memorable *Sobre las hipótesis que sirven de base a la Geometría,* leída en 1854 en Gotinga, consideró la otra faz de la Geometría no euclídea. Exhibió un retrato del sabio comunicado por el yerno de éste. A continuación fueron citados los nombres de muchos otros matemáticos, deteniéndose especialmente en Eu-

genio Beltrami, cuyo retrato, lo mismo que una fotografía de la seudoesfera por él construída, fueron exhibidos. Esa seudoesfera, engendrada en la forma que el conferenciante explicó esmeradamente mediante figuras apropiadas, tiene la particularidad de que su Geometría es idéntica a la Geometría plana no euclídea de Lobatchewsky y Bolyai, al igual que la Geometría de la superficie esférica es idéntica a la Geometría plana no euclídea de Riemann ; en la primera, por un punto fuera de una geodésica pueden trazarse infinitas geodésicas que no cortan a aquélla ; en la segunda, ningnna. Después de Beltrami fueron especialmente mencionados con exhibición de sus retratos, los geómetras De Tilly de la Academia Real de Bruselas ; Pablo Mansión, de Gante y el norteamericano Jorge Bruce Halsted, con especificación de lo que el progreso y la difusión de la Geometría no-euclídea debe a cada uno de ellos.

La parte final de la conferencia se inició con las siguientes palabras : « Espíritus inquietos mucho más inspirados por preocupaciones utilitarias que por el sentimiento de la poesía, se han preguntado ¿ para qué sirve, qué vale y adónde conduce la Geometría no euclídea ?», Desarrollando este tema el profesor Barbarin contesta que para comprender íntimamente las partes aun las más elementales de la Geometría de Euclides, es indispensable conocer la no euclídea ; que aquélla carece de necesidad subjetiva y no es esencial a la constitución intelectual del hombre en el sentido de Kant ; que ni siquiera es suficiente para explicar todos los fenómenos del Universo, siendo muy posible que, merced a consideraciones o hipótesis enteramente nuevas, como las relativistas de Einstein, sea al contrario necesario recurrir, para su explicación, al esquema no-euclídeo. Se extendió el conferenciante algo sobre ese tema y terminó observando que si, por un lado, la Geometría no euclídea derribó los muros encantados, entre los que había Euclides durante dos mil años tenido cautivo el espíritu humano, ella, por otro lado, completa, justifica y consolida la obra admirable del gran geómetra griego y constituye para él la vindicación que Saccheri por una vía equivocada le buscaba. Y exhibiendo en la pantalla un retrato del profesor Barbarin, autor del trabajo, dió por terminada la conferencia.

La concurrencia aplaudió calurosamente al exhibirse el retrato del profesor Barbarin y siguió aplaudiendo luego al expositor quien fué felicitado por el señor presidente de la Academia, así como por numerosas personas que siguieron con toda atención la conferencia durante la hora y media que duró, sin dar origen a seña alguna de cansancio, debido a la amenidad de la exposición y a la forma hábil en que fué llevada combinando el discurso con las proyecciones luminosas.

Paul Jean Joseph Barbarin

POUR LE CENTENAIRE DE LA GÉOMÉTRIE NON EUCLIDIENNE

PAR P. BARBARIN

Professeur de l'Université de Paris; Membre correspondant
de l'Académie des Sciences de Buenos Aires

« Ἀεὶ ὁ θεὸς γεωμετρεῖ. »

(Attribué à PLATON.)

« Et c'était pour moi un délicieux spectacle que de voir cette lumineuse synthèse élevée et construite avec tant de grâce... En vérité, un monde indépendant créé par la seule intelligence. »

(WORDSWORTH, *Prélude.*)

« La découverte de la Géométrie non Euclidienne, vers 1830, était inévitable. »

(GEORGE BRUCE HALSTED, *The Monist*, juillet 1894.)

La mode actuelle est aux centenaires : Suivons donc la mode; aussi bien pourrions nous avoir un plus mauvais guide. Il ne faut pas s'étonner que nous désirions profiter de cette occasion pour en célébrer encore un qui doit être, nous le croyons, particulièrement gôuté des mathématiciens.

Le présent Mémoire n'a aucune prétention didactique, critique ou philosophique, aucune théorie n'est effleurée, la partie historique elle-même y est, à dessein, sauf en quelques points, très incomplète. Nous n'avons voulu uniquement que passer en revue et signaler, d'une plume alerte et rapide, les faits principaux ou curieux qui ont accompagné l'éclosion de la Géométrie non Euclidienne, son développement et surtout sa propagation dans la Science de l'étendue au cours du siècle. Nous y avons joint un certain nombre de planches dont les unes reproduisent les traits peu connus ou même inédits de géomètres qui se sont spécialisés dans l'étude de cette Géométrie et dans sa propagation; les autres font connaître l'aspect de certains objets rares qui s'y rattachent.

C'est une très intéressante branche de la Géométrie qui, il y a à peu près cent ans, c'est-à dire aux environs de 1830, fit sa radieuse apparition au milieu du cercle des mathématiciens. A vrai dire, la Géométrie non Euclidienne était déjà en puissance et existait virtuellement dans l'esprit de quelques uns d'entre eux. On peut dire qu'elle était dans l'air et que, suivant le mot caractéristique de G. B. Halsted cité plus haut, sa découverte était inévitable. Mais des considérations et des recherches entreprises bien auparavant dans la voie même qui logiquement devait conduire à cette découverte auraient pu, en vérité, l'amener un assez grand nombre d'années plus tôt.

Nous connaissons, en effet, les innombrables tentatives faites depuis l'époque de Proclus jusqu'à nos jours pour essayer de rémédier au défaut supposé de la théorie des parallèles d'Euclide, les unes, en substituant une autre définition de ces lignes à celle donnée par le géomètre grec, les autres, en s'évertuant inutilement à déduire le postulat 5, dit *Postulatum d'Euclide,* du faisceau solide des définitions et autres postulats si admirablement choisis. Les mots « *qu'il soit demandé* » par lesquels commence invariablement le texte de ces postulats (1) attestent de la façon la plus nette la pensée du géomètre grec. Ces postulats ne sont à ses yeux, et y compris le cinquième que des hypothèses, toutes indépendantes, qui servent de fondement inébranlable à son œuvre. Mais, ici on peut se permettre une réflexion inattendue et peut-être inédite. Il est, au fond, extrêmement regrettable qu'Euclide ait voulu donner un tel caractère formel à son postulat 5. S'il ne l'avait pas envisagé comme hypothèse nouvelle, il l'eût regardé comme proposition démontrable et eût voulu la justifier; il eût échoué comme l'ont fait ses successeurs. Mais, comme ses *Éléments* sont un modèle de précision, il est permis de croire que le grand géomètre aurait donné les raisons de son échec, ce qui eût mis la postérité en garde. Nous y aurions peut-être perdu quelques ouvrages de haute valeur, mais l'éclosion de la Géométrie non Euclidienne ne s'en serait pas moins produite tôt ou tard, et nous aurions évité les flots d'encre répandus sur le fameux Postulatum par des géomètres qui ont écrit à son sujet tant de sottises!

On trouve dans la notice consacrée par G. Brunel à G. J. Hoüel

(1) *Éléments d'Euclide*, édition Peyrard, 1816, en texte grec, latin et français. Voir aussi Barbarin, *La Géométrie non Euclidienne*, pages 16 et suivantes, Paris, Gauthier-Villars, 1928.

(*Mémoires de la Société des Sciences Physiques et Naturelles de Bordeaux*, série 3, t. IV, pp. 1 et suiv). Notice inspirée de celle de Lespiault, Association des anciens Élèves de l'École Normale Supérieure, 1887) la mention de 134 des tentatives dont il vient d'être parlé, cette liste étant d'ailleurs bien loin d'être complète.

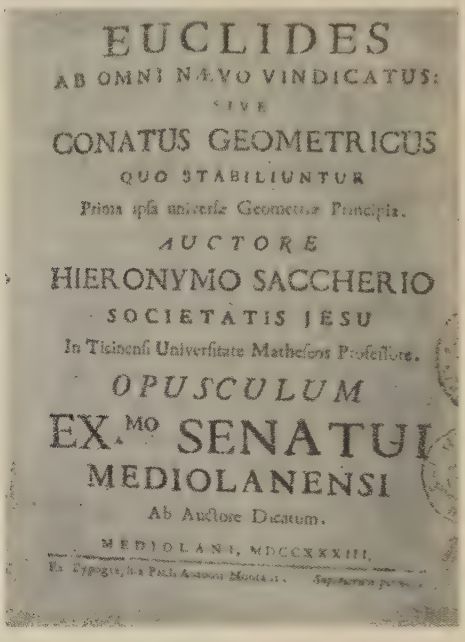
Parmi ces tentatives, la plus remarquable à tous égards fut celle du jésuite italien P. Saccheri. Girolamo Saccheri, né à San Remo le 5 septembre 1667, et mort à Milan le 25 octobre 1733, entra dans la Société de Jésus à Gênes le 24 mars 1685. Il enseigna d'abord la grammaire au Collège des Jésuites de Brera où Thomas Ceva, de son côté, enseignait les Mathématiques. Thomas était le frère du géomètre bien connu Jean Ceva (1648-1737), dont le théorème sur le triangle fut publié à Milan en 1678. Saccheri, en relations d'intimité très étroite avec les deux frères, reçut d'eux une profonde inspiration scientifique et abandonna bientôt la grammaire pour s'adonner aux Mathématiques. Son premier ouvrage, publié à Milan en 1693 sous le nom de *Quæsibus Geometriæ*, renfermait les solutions de six problèmes proposés par le comte Roger de Vintimille et résolus à l'aide des ingénieuses méthodes de Ceva. Son ouvrage capital, *Euclides ab omni nævo vindicatus* parut à Milan en 1733. On a aussi de lui une *Logica demonstrativa* publiée en 1701 à Pavie et une *Neo-Statica*, Milan 1703. Il a laissé la réputation d'un joueur d'échecs émérite et fut, dit-on, le premier qui ait su mener de front trois parties les yeux fermés.

Dans l'*Euclides vindicatus*, où Saccheri s'est proposé d'absoudre le géomètre grec de toute tare, il examine tour à tour les trois hypothèses correspondant aux trois cas que peut présenter un quadrilatère birectangle et isocèle où deux angles à la base sont droits, les deux autres simplement égaux (figure de Clavius). Ceux-ci peuvent être, à volonté, droits, aigus ou obtus. Saccheri commence par démontrer que si l'une de ces hypothèses est réalisée pour un seul quadrilatère, elle l'est également pour tous les autres quadrilatères de même nature. Il prouve en outre que selon que l'une ou l'autre de ces trois hypothèses serait admise pour vraie, la somme des angles d'un triangle serait égale, inférieure ou supérieure à deux angles droits. Admirons sans réserve cette conclusion, formulée pour la première fois, et qui nous conduit au cœur même de la Géométrie générale; elle met en évidence la sûreté avec laquelle l'auteur a jusqu'ici marché, sans le savoir, dans la véritable voie.

Saccheri poursuit en faisant voir — ce qui est du reste aisé — que si l'hypothèse de l'angle obtus était admise, deux droites devraient enclore un espace, ce qui contredit l'axiome 6 d'Euclide. Cette hypothèse est donc à rejeter pour lui puisqu'il s'agit de Géométrie plane et non de Géométrie sphèrique.

Il lui reste à examiner l'hypothèse de l'angle aigu. Elle conduit le géomètre italien à deux propositions ainsi formulées :

Prop. XXIII. *Si duæ quælibet rectæ in eodem plano existant, vel*


EUCLIDES
AB OMNI NÆVO VINDICATUS:
SIVE
CONATUS GEOMETRICUS
QUO STABILIUNTUR
Prima ipsa universæ Geometriæ Principia.
AUCTORE
HIERONYMO SACCHERIO
SOCIETATIS JESU
In Ticinensi Universitate Matheseos Professore.
OPUSCULUM
EX.MO SENATUI
MEDIOLANENSI
Ab Auctore Dicatum.
MEDIOLANI, MDCCXXXIII.

Page-Titre du livre de Saccheri

unum aliquod commune obtinent perpendiculum : vel in alterutram eandem partem protractæ, nisi aliquando ad finitam distantiam una in alteram incidat, semper magis ad se invicem accedunt.

Prop. XXXII. *Jam dico unum aliquum fore determinatum acutum angulum* BAX *sub quo edicta* AX *non nisi ad infinitam distantiam incidat in eam* BX, *ac propterea sit ipsa limes partim intrinsecus ; tum earum omnium, quæ minoribus acutis angulis ad finitam distantiam incidunt in prædictam* BX; *tum etiam aliarum quæ sub majoribus angulis acutis, usque ad angulum rectum inclusive, commune obtinent in duobus distinctis punctis perpendiculum cum eadem* BX.

Du point de vue purement spéculatif et métaphysique, Saccheri

est à ce moment précis aussi voisin que possible des idées qui ne seront exprimées par Lobatchewsky que près de cent ans plus tard, car, en vérité, si l'on rapproche le texte de sa proposition XXXII de celui formulé par le géomètre russe dans ses *Recherches géométriques* (§ 23 et 24), on ne peut qu'être frappé de leur identité, l'angle aigu BAX du premier n'étant autre chose que l'angle de parallélisme π (BA) du second. Nous devons donc admirer pleinement l'œuvre du géomètre italien et le considérer comme un véritable précurseur, ainsi que l'appelle très justement Veronese.

Entrevit-il l'importance de ses propositions XXIII et XXXII? À en juger par le titre même de son livre, il parait bien certain que non. Saccheri était encore, comme tous les géomètres de son temps, imbu du préjugé que seule la Géométrie d'Euclide était vraie. Il ne recherchait que le moyen détourné de démontrer sa vérité exclusive en mettant l'hypothèse de l'angle aigu en contradiction avec elle-même ou avec la définition de la ligne droite dont la nature, affirme-t-il dans la proposition XXXIII, *répugne* à cette hypothèse. A ses yeux, Euclide était bien absous.

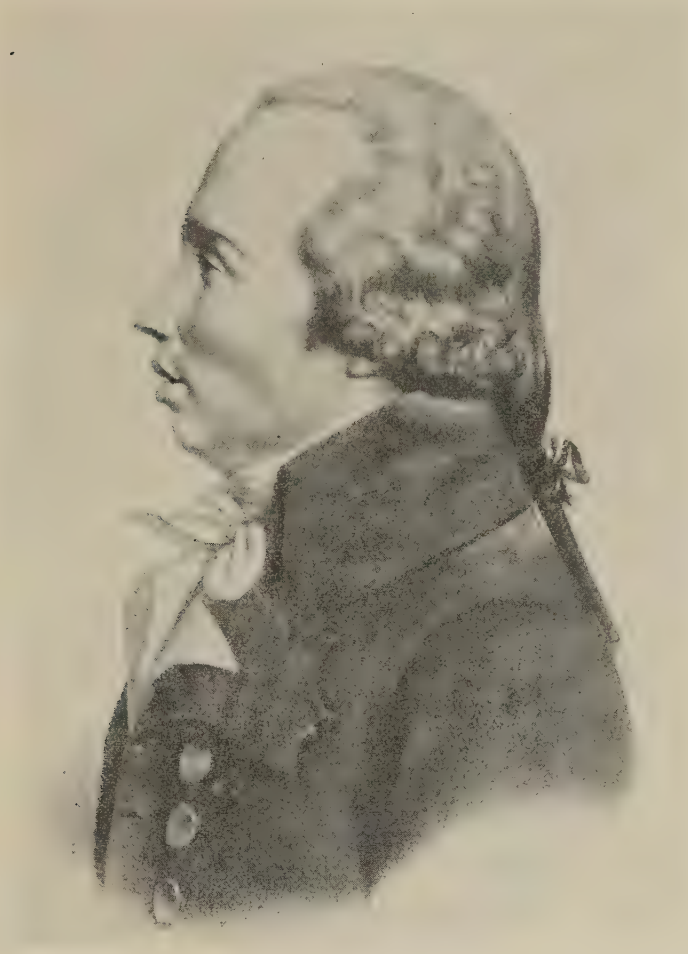
La mort de Saccheri en octobre 1733, suivant de deux mois à peine la publication de l'*Euclides vindicatus,* ne nous permet pas de juger si cette conclusion absolue et fallecieuse était dans son esprit définitive. Les observations et les commentaires qu'il n'eût pas manqué de recueillir de la part de ses amis lui auraient signalé l'intérêt profond éveillé par son Livre et l'auraient fait jouir de son succès auprès des mathématiciens contemporains. Qui sait si le temps, la réflexion, les communications reçues n'auraient pas, à la longue, quelque peu ébranlé sa conviction?

Il ne semble pas, d'ailleurs, que le Livre du géométre italien ait été l'objet d'une grande diffusion, même en Italie. Tiré sans doute à un petit nombre d'exemplaires, ceux-ci durent rester confinés et totalement ignorés pendant d'assez longues années dans les bibliothèques. Le nom de Saccheri paraît inconnu à tous les géomètres qui vers la fin du XVIII^{e} siècle et au commencement du XIX^{e} se sont occupés de la théorie des Parallèles. Il n'est cité par aucun des correspondants de Gauss ni par Gauss lui-même dans ses lettres, et nous ne savons si le grand géomètre allemand avait reçu dans ses recherches quelque inspiration de son remarquable ouvrage. Cependant, dans un article de la revue américaine *The Monist* de juillet 1894, G. Bruce Halsted a appelé l'attention sur ce fait très caractéristique et significatif qu'un exemplaire de l' *Euclides vindicatus* se trouvait à la

bibliothèque de Göttingen et à la portée immédiate de Gauss pendant les années 1790-1800, car il est signalé d'un astérisque dans la *Bibliotheca Mathematica* de Murhard. Il faut néanmoins arriver jusqu'à l'année 1889 pour voir réapparaître en plein jour la titre de cet ouvrage. Un jésuite italien, P. Manganotti, découvrit alors qu'un membre de son Ordre avait déjà publié en 1733 plusieurs des théorèmes que l'on attribuait à Jean Bolyai; il fit part de sa découverte à Eugenio Beltrami qui la révéla dans son célèbre article *Un precursore italiano di Legendre e di Lobatchewsky (Atti di Lincei,* serie IV, vol. V). L'*Euclides vindicatus* était désormais tiré de l'oubli.

La diffusion des idées nouvelles qui se présentèrent successivement et de façon indépentante à Gauss et à ses correspondants d'abord, puis à Nicolas Lobatchewsky et à Jean Bolyai, connut, par bonheur, une bien meilleure fortune. Nous savons aujourd'hui que Gauss tout en admettant au début la vérité du postulat 5 qu'il cherchait toujours à démontrer, était dès 1792 en possession des vrais principes de la Géométrie. Sa correspondance avec Wachter, Schweikart, Schumacher et autres savants, qui ne fut éditée qu'en 1860, ne laisse aucun doute sur ce point. Il avait fondé sur ces bases une doctrine complète; il était même, dès 1816, en possession de la formule de la Trigonométrie générale, mais s'était refusé à rien publier à ce sujet parce qu'il craignait, disait-il dans une lettre à Bessel, « les criailleries des Béotiens ». Ses idées lui appartenaient-elles en propre, ou lui avaient-elles été suggérées par ses relations avec son vieil ami le magyar Wolfgang Bolyai? On ne sait. Toujours est-il que c'est uniquement dans sa correspondance privée que Gauss a exprimé son assentiment aux vues de Lobatchewsky et de Jean Bolyai. Dans sa lettre du 6 mars 1832 où il remerciait Bolyai père de lui avoir adressé un exemplaire du *Tentamen* avec l'*Appendix Scientiam Spatii,* tout en laissant percer son dépit d'avoir perdu la priorité d'une magnifique découverte, il répondait que les résultats annoncés dans l'Opuscule coïncidaient avec ceux de ses méditations pendant trente cinq ans ; mais de ces méditations le savant allemand n'avait jamais publié le moindre résultat. Il ajoutait — peut être par manière de consolation — qu'il était heureux d'apprendre que ces découvertes appartinssent au fils de son vieil ami, et que leur publication le dispenserait de faire connaître les siennes. Il écrivait aussi à son ancien élève Gerling au sujet de Jean Bolyai : « Je tiens ce jeune géomètre Bolyai pour « un génie de premier ordre ».

Sans s'attacher de façon spéciale au postulat 5, le géomètre français Adrien Marie Legendre poursuivait au commencement du XIX^{e} siècle des recherches qui le conduisirent de son côté à certains résultats



Adrien Marie Legendre

formulés dans ses *Éléments de Géométrie* (Paris, Didot, 1^{ere} édition 1800 et 12^{e} édition 1823).

a) Dans tout triangle rectiligne la somme des angles ne peut surpasser deux angles droits :

b) Si dans un seul triangle la somme des angles est égale à deux droits, il en est de même pour tout autre triangle.

Ceci, on l'a vu, était déjà renfermé dans une proposition de Sacchari qui devait rester sous le boisseau jusqu'en 1889. Appelons-le fort légitimement *Théorème de Saccheri-Legendre.* Il faut lui associer la proposition réciproque que Legendre a prouvée aussi.

C'est un fait particulièrement digne de retenir l'attention que, dans toutes ses recherches, le grand Lobatchewsky demeura entièrement isolé et que son œuvre ne reçut aucun encouragement de personne. Il fallait une conviction de fer et une persévérante volonté pour la mener à bien.

Nicolas Ivan Lobatchewsky naquit en 1793 à Nijni-Novgorod, célèbre par ses foires. Son père, qui était architecte, mourut en 1797 laissant sa femme avec deux jeunes enfants dans une très pénible situation. La veuve vint s'établir, peu après la mort de son mari, à Kazan où elle réussit à faire admettre comme élèves libres ses deux fils au Gymnase dont la durée des études était de quatre ans. En 1807, le jeune Nicolas passa les examens d'entrée à l'Université qui venait d'être fondée et fut admis en qualité d'étudiant libre. Les rapports des inspecteurs nous le représentent comme un esprit extrêmement ouvert à toutes les sciences, mais en même temps comme un caractère bouillant, frondeur, insubordonné et supportant mal la dure discipline à laquelle il se trouvait soumis. Il se livra, paraît-il, à toutes sortes de gamineries qui scandalisèrent fort les autorités despotiques de l'ancienne capitale des Tartares, se fit conduire même en prison pour lancement d'artifices et tapage nocturne, se fit remarquer par sa mauvaise tenue à une fête de Noël et à un bal masqué où il lui était interdit de paraître, et finalement se fit accuser d'athéisme pour une controverse sur l'intervention supposée de Dieu dans la pluie. Lobatchewsky fut sur le point de payer cher toutes ces frasques. Malgré ses brillantes qualités il fut traduit devant le Conseil de l'Université, menacé d'expulsion, et ne dut son salut qu'à la promesse formelle de s'amender, et surtout aux démarches pressantes de ses professeurs, et, en particulier, à celles du professeur de mathématiques qui était étranger. Aussi, durant toute sa vie, Lobatchewsky garda t-il envers ce professeur des sentiments de haute estime et de profonde gratitude.

En 1810 il prit le grade de Bachelier et peu après celui de Licencié. Les licenciés étaient à Kazan les assistants des professeurs; pendant l'absence ou la maladie de ceux-ci ils étaient chargés des cours. Les rapports des licenciés avec les professeurs étaient véritablement

très intimes ; il aidaient les professeurs dans les exercices pratiques des étudiants auxquels ils devaient également expliquer les difficultés rencontrées dans les cours ou conférences. D'ailleurs leur vraie, leur plus haute besogne consistait à se perfectionner eux-mêmes dans

Nicolas Ivan Lobatchewsky

les sciences choisies. En 1814 Lobatchewsky conquit à son tour le titre envié de professeur ; il était le premier étudiant promu à cette dignité : il n' avait que vingt et un ans !

Le développement intellectuel de son extraordinaire découverte fut extrêmement rapide et apparaît déjà complet dans la lecture qu'il

fit de la Note ayant pour titre *Exposition succincte des principes de la Géométrie avec une démonstration rigoureuse du théorème des Parallèles, (Séance de la Société physico-mathématique de l'Université de Kazan,* 12 février 1826). Cette Note, dont le manuscrit était écrit en français, n'a jamais été retrouvée.

Le Mémoire publié en russe dans le *Messager de l'Université de Kazan* de 1829 sous le titre *Sur les principes de la Géométrie* est vraiment le premier document exposant la nouvelle doctrine. Lobatchewsky avait en lui-même la perception nette de l'importance de sa découverte. Dès 1835 il commençait la publication de son grand ouvrage russe *Nouveaux principes de Géométrie sur la théorie des Parallèles,* bientôt suivi d'un autre plus concis, *Recherches géométriques sur la théorie des Parallèles.* Seulement, aucun de ces travaux, par malheur, n'attira l'attention en Russie; Lobatchewsky vérifiait à ses dépens le proverbe connu que nul n'est prophète en son pays. Bien plus, son professeur même, Bartels, à qui le géomètre russe avait adressé ses premières publications et qui le considérait comme le premier et le plus extraordinaire étudiant de Kazan, regardait ces conceptions, au dire de l'astronome Otto Struve, comme fort ingénieuses et intéressantes, mais aucunement de nature à faire progresser la Science.

Cette sorte de dédain, il faut bien le reconnaître, fut peut-être imputable à Lobatchewsky lui-même qui commit la méprise d'appeler « Géométrie imaginaire » ce fruit de son génie. On serait bien tenté de l'affirmer en considérant qu'il ne suscita, même dans l'Université de Kazan, aucun enthousiasme et qu'il n'y fit aucun disciple.

En 1855, quoique devenu aveugle, mais n'ayant rien perdu de son héroique et invincible foi, Lobatchewsky dictait sous le nom de *Pangéométrie* l'exposé complet de son système publié en français et en russe. Il mourut en février 1856 sans avoir réussi à le faire connaître et à produire dans le monde scientifique le moindre résultat visible.

Heureusement la France comptait alors parmi ses fils un savant de premier ordre, esprit plein de bon sens, profondément géométrique, philosophique au suprême degré, enthousiaste et passionné pour toutes les idées justes qu'il aimait à propager et à répandre autour de lui à profusion, non seulement dans son enseignement oral, mais aussi dans ses écrits et ses conversations, doué enfin d'un potentiel de travail considérable : nous avons nommé Guillaume Jules Houël, l'éminent professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux. On pouvait user et même abuser de sa culture extrêmement étendue; il était

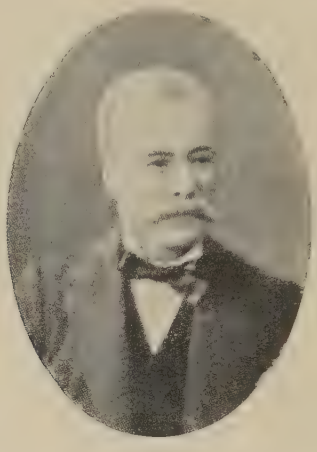
toujours prêt à renseigner ses questionneurs. On pouvait user et même abuser de sa connaissance si remarquable des langues européennes; il était toujours prêt à donner une traduction. Ce grand géomètre, né à Thaon, dans le Calvados, le 7 avril 1823, avait lui aussi profondément réfléchi aux principes de la Géométrie, acquis dès longtemps la conviction que la démonstration du Postulatum d'Euclide était impossible et qu'il y avait lieu d'abandonner définitivement la poursuite de cette insaisissable chimère. Il avait formellement exposé les raisons décisives de sa conviction dans la célèbre *Note sur l'impossibilité d'une démonstration du Postulatum d'Euclide* (*Mémoires de Bordeaux*, 1863). Le sort des anciennes tentatives de preuve (Proclus, Clavius, Germinus, Giordano, Nasir-Eddin, Wallis, &) était déjà historiquement réglé. Une part spéciale était réservée aux essais de Lambert, Taurinus, Schweikart qui malgré leur insuccès, ont abouti à certains résultats positifs. J. Houël s'amusait à voir monter le flot des nouvelles tentatives, parmi lesquelles la plus récente, le célèbre essai de Carton de Genève, fortement soutenu par Bertrand au sein de l'Académie des Sciences de Paris, mais âprement combattu par Liouville, passionnait l'opinion. Il ne les accueillait plus qu'avec un scepticisme bonhomme pimenté d'un grain léger de fine raillerie normande, pour les ranger ensuite dans sa collection de *Curiosa*. Depuis l'époque de la Notice de Brunel qui mentionnait 134 tentatives, beaucoup d'autres ont vu le jour, vouées au même insuccès.

En 1863. J. Houël publia l'*Essai d'une exposition rationnelle des principes fondamentaux de la Géométrie* dans les Mémoires de la Société des Sciences Physiques et Naturelles de Bordeaux. Ce Travail eut pour résultat immédiat d'ébranler fortement la conviction des mathématiciens en France et à l'étranger, étant donnée la personnalité de son auteur. Or, il se trouva qu'en 1865 un étudiant d'origine russe, nommé Potocki, suivait les cours de la Faculté de Bordeaux et eut occasion de signaler le nom de Lobatchewsky à J. Houël. Celui-ci ne perdit pas une minute à se procurer les écrits du géomètre russe et à perfectionner sa connaissance déjà acquise de la langue pour les étudier et pour les traduire. Il constata avec la plus grande satisfaction que les idées exposées dans ces écrits confirmaient entièrement les siennes. Lobatchewsky devint pour lui un héros de prédilection dont il aimait à rappeler le nom et à citer les principales découvertes dans ses cours.

Par ses traductions, non seulement J. Houël augmentait sa notoriété scientifique déjà considérable, mais acquérait une autorité in-

contestée pour répandre et propager partout les nouvelles idées, en dépit de l'opposition irréductible des « Euclidiens arriérés » comme il se plaisait à les appeler dans sa lettre du 10 avril 1870 à De Tilly (Barbarin, *Correspondance entre J. Houël et De Tilly,* en *Bulletin des Sciences mathématiques,* Paris, Gauthier-Villars, février-mars 1926).

Usé avant l'heure par un labeur écrasant, J. Houël ne put jouir longtemps d'une retraite, prise en 1885, et qu'il méritait beaucoup plus longue; il mourut à Périers près de Caen le 14 juin 1886, lais-

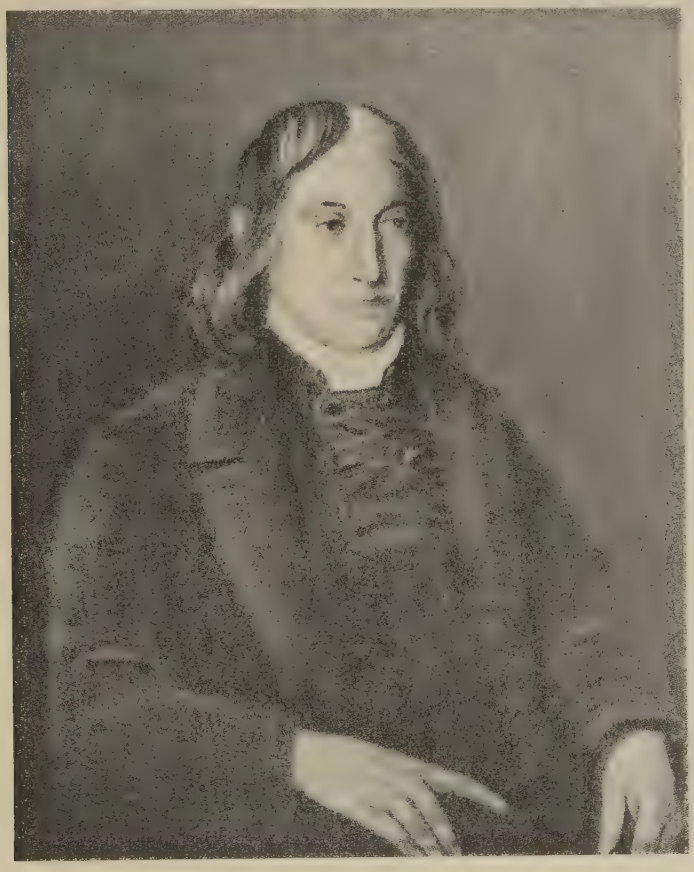


Guillaume Jules Houël

sant son non attaché à la diffusion de la Géométrie non Euclidienne qui constitue son principal titre à la reconnaissance, au respect et à l'admiration de la postérité.

S'il était relativement facile de trouver les œuvres du russe Lobatchewsky, il n'en était pas de même pour le rarissime opuscule du magyar Jean Bolyai, et J. Houël en désespéra un moment. Franz Schmidt, architecte à Temesvàr, et qui ne cessa de servir d'heureux et d'obligeant intermédiaire entre les Bolyai et le monde savant, put cependant lui en adresser à grand peine deux exemplaires, L'un, qui est aujourd'hui précieusement conservé à la Bibliothèque de l'Université de Bordeaux sous le n° 35722 du catalogue, servit à sa traduction en français; l'autre fut envoyé à Battaglini pour que l'ouvrage fut répandu en Italie. C'est donc sans conteste qu'il faut reporter sur J. Houël l'honneur d'avoir contribué à faire connaître dans le monde entier les principes de ce qu'on nomme communément au-

jourd'hui la « Géométrie non Euclidienne », qui réduit définitivement à néant les prétentions et les espoirs de ceux qui croyaient pouvoir trouver autre part que dans l'expérience, ou dans la *commodité,* au sens donné à ce mot par l'illustre Henri Poincaré, une raison d'être.



Wolfgang Bolyai Farkas

du postulat des Parallèles, et engagé la Géométrie dans une voie nouvelle étonnamment féconde.

On n'a découvert aucun portrait de Jean Bolyai. Seule, une figure idéalisée du savant est représentée en haut-relief sur la façade du Palais Cultural de Maros-Vásàrhely, autrefois en Transylvanie, nommée aujourd'hui en Roumanie Targu-Mures-Le portrait reproduit ci-dessus est celui de son père Bolyai Farkas d'après une gravure offerte

par l'Académie de Budapest. On ne peut se lasser d'admirer cette figure tout à la fois grave, douce et sereine. Quelles pensées roulait ce front de philosophe, poète et mathématicien? Le vieux maître du Collège réformé de Maros-Vásárhely contemplait-il intérieurement, avec une satisfaction profonde, l'Univers nouveau créé par la découverte de son génial fils, ou bien songeait-il déjà, en prévision de sa mort peut-être prochaine, à faire ses adieux à la Poésie, à la Nature, et entrevoyait-il d'une âme sereine le moment où, suivant son originale expression, « avec joie le professenr, qui pendant ses huit X, (80 ans) a écrit tant de x, s'en va comme écolier vers ce tableau supérieur où seront résolus tous les x demeurés inconnus sur l'autre tableau? » (1).

Wolfgang Bolyai, dit également Bolyai Farkas (2), naquit en 1775 à Bolya où son père Kaspar était président du tribunal et universellement considéré comme patriote éclairé. Au collège voisin de Nagy où il fit ses premières études, il éveilla l'attention et l'affection du baron Simon Kémény qui le choisit comme condisciple de son fils et fit les frais de son éducation à Klausenbourg. Envoyé ensuite à Göttingen, il fit des progrès étonnants en Mathématiques et Sciences naturelles, et s'assura avec le célèbre Gauss une amitié de toute la vie; puis il retourna dans son pays pour occuper pendant quarante sept ans les chaires de Mathématiques et de Chimie au collège de Maros-Vásárhely.

Il consacrait ses loisirs à des recherches scientifiques, à la poésie, au théâtre même, car il composa des drames qui d'ailleurs ne furent jamais représentés, et à la musique, possédant sur le violon un véritable talent d'artiste. Dans tout ce qu'il écrivit on sent un esprit élevé et des aptitudes extraordinaires; c'était un homme modeste et bon, mais ses éléves ne pouvaient pas toujours le suivre dans ses explications éthérées. Il a donné une *Arithmétique,* des manuels, un grand ouvrage en deux volumes, *Tentamen juventutem studiosam in elementa Matheseos purae,* et finalement un traité ayant pour titre *Kurzer Kundriss,* sur la première page duquel il dit qu'on ne peut répondre, sans formuler un axiome, à cette question : « deux droites qui forment

(1) *La tombe du Savant,* par Adolf Dux, *Pester Lloyd,* du 4 février 1880, reproduite dans les *Mémoires de la Société physique de Bordeaux,* tome V. traduction J. Houël.

(2) Wolf et Farkas signifient *loup* en allemand et en magyar.

avec une sécante des angles intérieurs dont la somme n'est pas égale à deux angles droits se coupent elles ou non ? ».

Ses dernières années furent très retirées; il se préparait avec beaucoup de sérénité à la mort, composant son « Jelentes » ou testament mystique, fabriquant même, dit-on, son cercueil, ne voulant sur sa tombe ni pierre ni inscription, mais seulement un pommier « pojnik » d'espèce transylvaine très fine qu'il affectionnait, et où le passant cueillant un fruit savoureux lui donnerait un souvenir de reconnaissance. Il mourut le 20 novembre 1856.

La mère de Jean Bolyai, qui naquit à Maros-Vásàrhely en 1802, était une femme d'étonnante et impressionnante beauté, d'intelligence supérieure, mais extrêmement nerveuse. Elle idolâtrait ce fils unique qui lui a dû sans nul doute son caractère primesautier, éminemment compréhensif, mais fier et sensible jusqu'à en devenir ombrageux. De son côté, Farkas avait légué à Jean la netteté et la profondeur des conceptions de l'esprit, des dispositions exceptionnelles pour les sciences, avec un goût très prononcé pour la musique. Wolfgang nous à laissé, dans une lettre adressée à son ami Gauss le 10 avril 1816, une rapide esquisse du caractère et des aptitudes de Jean.

« Mon fils est aujourd'hui âgé de treize ans un quart. A neuf ans il ne savait pas autre chose que parler et écrire le magyar et l'allemand, et jouer passablement du violon, mais il ne connaissait même pas l'addition. Je lui ai mis pour commencer Euclide dans les mains ; puis il s'est familiarisé avec Euler et maintenant, non seulement il connaît à fond les deux premiers volumes de Vega (mon manuel au collège), mais il a commencé l'étude du troisième et du quatrième. Il aime le calcul différentiel et le calcul intégral et les manie avec une aussi extraordinaire facilité que l'archet dans les traits ardus des concertos de violon... Dans un examen public en latin il a traité à l'impromptu au milieu d'élèves plus avancés et de façon à satisfaire les plus difficiles, des problèmes de mécanique tels que le mouvement d'un point variable, le tautochronisme de la cycloide et autres questions semblables. Sa simplicité, sa clarté, sa profondeur et son aisance ravissaient même les étrangers (1). Il est beau et fort, d'apparence plutôt calme, excepté quand il se livre au jeu avec ses camarades avec plaisir et feu. Il a une tête vive et compréhensive, un regard fin et pénétrant où s'allument souvent des éclairs de génie. Il aime

(1) Un haut relief de la façade du Palais cultural de Maros-Vásàrhely représente cette curieuse scène, à laquelle présidait Wolfgang Bolyai lui-même.

les théories profondes et l'astronomie... Je l'ai destiné à sacrifier aux mathématiques auxquelles il s'est également consacré lui-même ».

Farkas terminait sa lettre en annonçant à Gauss le projet qu'il avait formé d'envoyer Jean à Göttingen deux ans plus tart, et lui demandant instamment d'accepter le jeune homme avec lui dans sa maison pour diriger et parachever son instruction mathématique. Cette lettre ne parvint-elle pas à Gauss, ou celui-ci la négligea-t-il ? C'est une circonstance absolument étonnante et regrettable pour la Science qu'elle soit demeurée sans réponse. Avec des facultés et des dispositions intellectuelles aussi exceptionnelles Jean Bolyai fût devenu rapidement pour Gauss un collaborateur plutôt qu'un disciple. Quels magnifiques résultats la science n'eut-elle pas été en droit d'attendre de l'effort commun de deux semblables génies ?

Vers l'âge de seize ans Jean Bolyai fut envoyé à l'Académie impériale des ingénieurs de Vienne, école militaire où se faisait l'instruction des officiers d'artillerie et du génie. Ses études militaires terminées — et l'on peut croire sans peine qu'elles le furent dans des conditions excellentes — il fut nommé sous-lieutenant du génie à Temesvàr. Libre enfin de ses loisirs, il put les occuper à ses études préférées sur la géométrie et à perfectionner sa technique sur son instrument de musique de prédilection. Il y acquit aussi certainement une pleine maîtrise des armes, faculté très nécessaire dans une ville d'assez nombreuses garnison où, pour des motifs souvent futiles, les rixes entre officiers pouvaient être fréquentes. Il eut justement l'occasion de mettre en valeur sa lucidité, sa précision, sa pleine possession de lui-même dans una circonstance mémorable.

A Temesvàr, Jean Bolyai ne sympathisait guère avec les officiers de la cavalerie autrichienne ; animosité historique de races, peut-être. Il devait supporter assez mal les rodomontades et les façons désinvoltes de ces jeunes gens qui se targuaient d'être issus de la noblesse, et aimaient surtout à parader dans leurs brillants uniformes, à faire caracoler leurs montures et à étaler leurs relations mondaines. Il provoqua un jour en duel *treize* d'entre eux : les rencontres successives devaient avoir lieu sans interruption, mais entre deux passes d'armes consecutives Jean Bolyai avait la faculté de jouer du violon pour se délasser la main : il eut raison de tous ses adversaires ; c'était là le fait d'un artiste consommé ! Quel joli sujet de tableau, digne du pinceau d'un Meissonnier ou d'un Roybet ! Quel peintre, parmi les contemporains, y voudrait consacrer son talent ?

Le 3 novembre 1823 est une date considérable dans les annales de la Géométrie. Le jeune héros magyar est en mesure d'annoncer que ses spéculations géométriques l'ont amené à créer de toutes pieces un monde nouveau.

« Mon cher et excellent père,

« J'ai tant de choses à t'écrire au sujet de mes nouvelles découvertes qu'il m'est pour le moment impossible d'entrer dans de grands détails aussi je t'écris seulement sur un quart de feuille. J'attends ta réponse à ma lettre de deux feuilles, et peut-être n'aurais-je pas écrit avant de la recevoir si je n'avais désiré t'adresser la lettre que j'écris à la Baronne, [Kémény], lettre que je te prie de lui envoyer.

« Avant tout, je te réponds au sujet du Binôme...

« Maintenant, à autre chose, autant que la place le permet. J'ai l'intention d'écrire, dès que j'y aurai mis de l'ordre, et de publier, si possible, un travail sur les parallèles. Il n'est pas encore terminé, mais la voie que j'ai suivie me permet certainement d'atteindre le but, si celui-ci est en général accessible. Il n'est pas encore atteint, mais j'ai découvert des choses si magnifiques que j'en suis moi-même étonné. Ce serait éternellement dommage qu'elles fûssent perdues. Quand tu les verras, mon père, tu le reconnaîtras toi-même.

« En ce moment je ne puis rien dire de plus que ceci : c'est que du néant j'ai créé entièrement un nouvel univers. Tout ce que je t'ai envoyé jusqu'ici n'est, comparé à cela seul, qu'un château de cartes à côté d'un palais.

« P. S. — J'ose juger absolument et avec conviction de ces travaux de mon esprit avant toi, mon père ; je ne crains pas de ta part une fausse interprétation (que certainement je ne mériterais pas), ce qui signifie que, à certains égards, je te considère comme un second moi-même ».

Le génie, seul, peut montrer une pareille assurance ! Jean Bolyai ne se trompait pas. Il avait la pleine connaissance de la valeur de sa découverte ; il voyait nettement, dans les précoces éclairs de son génie, qu'elle était le coup de pioche destiné à saper et à jeter bas, suivant la poétique expression de G. Bruce Halsted, « les murs enchantés entre lesquels Euclide avait, depuis deux mille ans, tenu l'esprit humain captif ».

Quelques années s'écoulèrent entre la date de cette lettre et le moment où Jean Bolyai put publier d'une façon complète sa découverte.

Celle ci fut d'abord, en 1829, imprimée à part sans publication ; puis jointe en 1831 comme appendice au *Tentamen juventutem* de Wolfgang sous le titre de *Appendix scientiam spatii absolute veram exhibens, auctore Johanne Bolyai, Geometrarum in Exercitu Cesareo Regio Austriaco Castrensium Capitaneo.*

Cette découverte est condensée dans les vingt six pages les plus extraordinaires, peut-être, qui aient été dictées par la pensée humaine.

Hélas ! Le cœur humain est insondable, et ses sentiments sont

Tombeau des deux Bolyai à Maros-Vásàrhely

semblables à la surface d'un lac, d'abord tranquille et miroitant, mais que le vent des passions a tôt fait de transformer en une mer furieuse et démontée. Qui aurait pu prévoir que quelques années à peine après la lettre si respectueuse et si affectueuse que Jean Bolyai adressait à son père Wolfgang le 3 novembre 1823, éclaterait entre ces deux hommes une guerre terrible que la mort seule devait terminer ?

Le caractère ombrageux et indomptable de Jean se formalisa de ce que son père avait communiqué dans tous ses détails, un peu prématurément peut-être, sa géniale découverte à Gauss. Comme le savant allemand, reconnaissant l'importance de la communication, ne tarda pas à affirmer qu'il y avait de même réussi de son côté, Jean crut sans doute que Gauss réclamait pour lui-même la priorité de la

découverte, il entra dans une colère terrible, accusant son père de l'avoir trahi, lui faisant une scène des plus violentes, s'oubliant même jusqu'à le provoquer en duel. Sur quoi le vieillard, courroucé, le chassa de la maison.

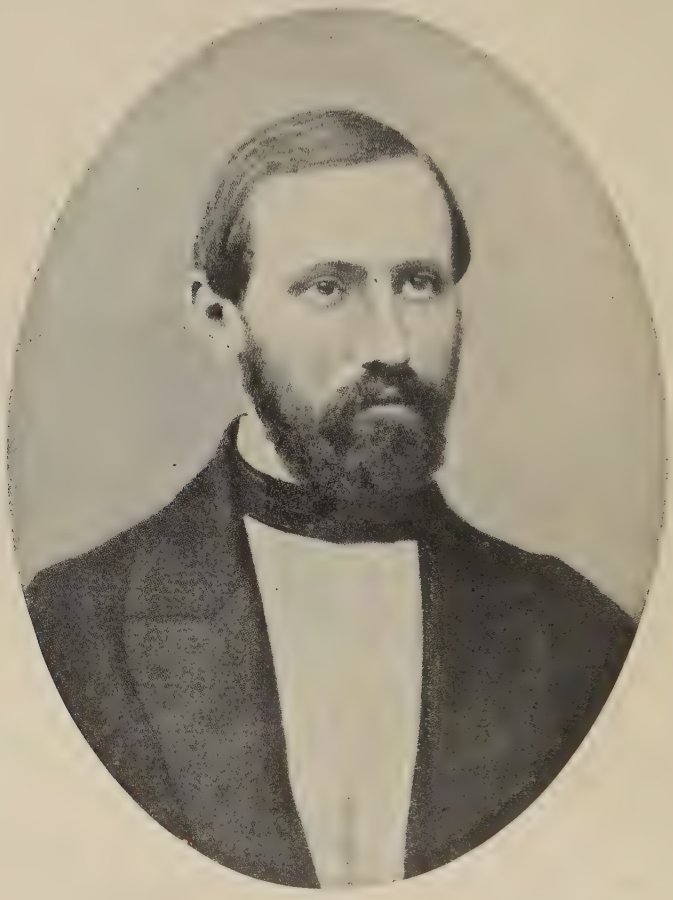
Jean alla habiter alors une petite campagne qui leur appartenait. Ils n'eurent presque plus (1834-1856) de contact. Ils ne s'écrivirent qu'à propos de considérations mathématiques sans adresse et sans signature, au dos d'affiches de théâtre ou de billets de faire part. Dans sa monographie *Les deux Bolyai,* parue en 1896, Jean Behodazy, ancien professeur et directeur du Collège réformé de Maros Vásàrhely, raconte la dernière scène dramatique d'entrevue qui eut lieu dans la maison même de Farkas Bolyai lors de sa mort et qui eut pour témoin Thomas Vass, ancien pasteur de l'église réformée, qui était à cette époque (1856), un tout jeune homme.

Jean Bolyai ne survécut d'ailleurs que de très peu à son père, car il mourut le 17 janvier 1860. Le remords était-il entré dans cette âme indomptable ? On ne sait ; il fut enterré d'abord dans un emplacement situé à quelques centaines de mètres de celui de Wolfgang, et sa tombe demeura oubliée jusqu'en 1894. En 1909, elle fut identifiée et ses restes furent exhumés par les soins du Collège et transportés dans la même fosse qui abritait déjà ceux de son père. La père et le fils sont maintenant réunis dans la paix éternelle. La gravure jointe à notre Mémoire reproduit une photographie toute récente que nous devons à l'extrême obligeance de M. Alexis Farezády, professeur au Collège réformé de Maros-Vásàrhely, qui la tient lui-même de M. Etienne Bias, archiviste paléographe de cette ville. Deux pyramides sont dressées à côté l'une de l'autre. Celle de gauche est en marbre noir et abrite Farkas Bolyai ; l'autre, un peu plus grande, est celle de Jean, érigée en 1911. La société du Musée de Transylvanie a déposé le 27 août 1930 les deux couronnes attachées aux pierres tumulaires. On distingue très nettement au dessus et un peu en arrière les branches du pommier.

Paul Stackel a consacré aux deux Bolyai un volume très intéressant qui débute par une biographie complète d'après des documents presque entièrement fournis par Franz Schmidt ou recueillis à la source même, c'est à dire au Collège de Maros. Il continue par la *Theoria parallelarum* de Bolyai Farkas où l'on voit bien qu'en 1804 Gauss était encore sous la dépendance entière d'Euclide. Puis, suit le texte latin de l'immortel *Appendix* avec une traduction allemande. Il s'y trouve, enfin, une traduction allemande de quelques pages du

Tentamen et la partie géométrique du *Kurzer Kundriss* le seul ouvrage de Bolyai en allemand.

On s'est demandé si Bolyai et Lobatchewsky s'étaient ignorés. Franz Schmidt, dans une lettre adressée de Budapest à J. Houël le 8 novembre 1884, dit qu'il sait qu'au commencement de sa vingtième



Bernhard Riemann

année Jean Bolyai communiqua son manuscrit de *Scientiam spatii* à J. J. Littrow ; or, ce dernier était connu comme ayant été à Kazan le maître de Lobatchewsky. Il se peut donc très bien que Littrow et Lobatchewsky aient échangé des communications sur le travail de Jean Bolyai ; mais Franz Schmidt ajoute qu'il n'a pu en obtenir confirmation.

Les découvertes de Lobatchewsky et Bolyai ne donnaient qu'un des aspects de la Géométrie non Euclidieme. Un autre aspect est résulté de la conférence inaugurale de Riemann *Sur les hypothèses qui servent de base à la Géométrie*, lue en 1854 à la Société philosophique de Göttingen, publiée seulement en 1867 après la mort du savant, et connue en France par la traduction de J. Houël *(Mémoires de Bordeaux*, 1870). Les idées qui y sont exprimées donnèrent lieu à la Géométrie non Euclidienne dite de Riemann, quoique celui-ci, en affirmant que, d'après l'observation, l'espace réel est, non pas infini, mais illimité, n'en ait guère énoncé que le germe. On sait que les trois formes de Géométrie designées par les qualificatifs de Euclidienne, Lobatchewskienne ou Bolyaienne, et Riemannienne se distinguent nettement en ceci : que dans la première une géodésique n'a qu'une parallèle menée par un point donné, tandis qu'il y en a deux dans la seconde, et aucune dans la troisième, ou ce qui revient au même, la somme des angles d'un triangle géodésique est respectivement égale, inférieure ou supérieure à deux angles droit. Le portrait de Riemann reproduit ci-contre, nous a été communiqué par son gendre, docteur Schilling, directeur de l'École de navigation de Brême. Il doit vraisemblablement dater de l'époque de la conférence inaugurale ; le savant allemand était alors agé de vingt-huit ans environ ; il mourut d'ailleurs jeune, à quarante ans, en 1866.

Des travaux importants et nombreux ont été publiés depuis dans tous les pays du monde pour élucider beaucoup plus complétement le problème des fondements de la Géométrie. Qu'il nous suffise de citer les noms de Stäckel, Engel, Helmholtz, Veronese, Battaglini, Gino Loria, Forti, Klein, Cayley, Clifford, Henri Poincaré, Sophus Lie, Hilbert, De Tilly, Mansion, &, dont les ouvrages sont classiques et font autorité. L'impulsion qu'ils ont donnée a fait naître, à leur tour, d'autres Géométries désignées sous les vocables de non-Archimédiennes (1), Semi-Euclidienne, non Legendrienne, &, suivant l'abandon ou l'acceptation de tel ou tel postulat qui était d'abord implicitement admis, et l'acceptation de certaines conventions nouvelles créant des formes d'espace non encore bien approfondies. La bibliographie relative aux Géométries non Euclidiennes établie en 1900

(1) Les Géométries non Archimédiennes ont fait en 1928 l'objet de conférences très remarquées données à la Faculté de Paris par M^r^ Amoroso Costa, professeur à l'Université de Rio de Janeiro. Ce jeune savant vient malheureusement d'être victime d'un accident d'aviation. C'est une perte regrettable pour la Science.

par Bonola contient 350 titres; la partie historique, critique et philosophique comporte 96 noms d'auteurs avec 150 titres. Depuis 1900 leur nombre s'est considérablement accru.

Mais, parmi les chercheurs, nous devons une mention spéciale au savant italien Eugenio Beltrami qui conçut l'idée de porter la Géo-

La Pseudosphère déployée

métrie non Euclidienne de Lobatchewsky sur le terrain pratique. La Géométrie de Riemann est analogue à celle de la surface de la sphère où la courbure, suivant la définition de Gauss, est constante et positive, et où la géodésique, quoique illimitée, est finie comme une circonférence; elle correspond à l'hipothèse de l'angle obtus de Saccheri.

Taurinus avait en 1826, par une divination hardie, conjecturé l'e-

xistence d'une surface hypothétique nommée par lui *sphère imaginaire* et le long de laquelle les géodésiques donnent lieu à des triangles où la somme des angles est moindre que deux droits. Beltrami eut le mérite de la découvrir en 1868 et de la faire connaître sous le nom de *Pseudosphère* dans le mémorie ayant pour titre *Saggio di interpretazione della Geometria non Euclidea*. C'est la surface de révolution engendrée par la *Tractrice*, ou courbe aux tangentes égales, autour de son asymptote prise pour axe. Elle a une courbure constante, mais négative.

Beltrami ne voulut pas se contenter de la *concevoir*. Patient, industrieux et adroit de ses mains, il s'ingénia à en *construire* un modèle. Ce n'était pas chose aisée, car la surface en question rappelle littéralement, par une de ses nappes, le pavillon très allongé d'une trompette. Il y parvint cependant au moyen d'un grand nombre de bandes trapézoïdales de papier de dimensions régulièrement décroissantes et assemblées à la colle (1). Ce modèle est précieusement conservé dans les archives de l'Université de Pavie. Il est fendu suivant une génératrice méridienne dans le sens de la longueur qui mesure environ un mètre. Suspendu par sa partie la plus étroite, ou déployé sur une table, il apparait gondolé comme une étoffe fortement empesée. Nous devons la communication de ce curieux dessin à l'extrême obligeance de Luigi Berzolari, directeur de l'Institut mathématique de Pavie, et de Rocco Serini, professeur à l'Université. On y voit nettement tracées une géodésique méridienne, une géodésique perpendiculaire menée à celle-ci par un point, et deux géodésiques parallèles à la première issues de ce même point.

Depuis la disparition de J. Houël la liste et devenue aujourd'hui imposante des savants ou géomètres de tous pays et de tous rangs qui, par leurs ouvrages, leurs mémoires publiés dans les recueils scientifiques, leur enseignement écrit ou oral, leur correspondance même, se sont faits les zélés et enthousiastes propagateurs de la Géométrie générale nommée également *Métagéométrie*. Il faudrait des pages entières rien que pour les nommer. Mais, parmi eux, nous de-

(1) Dans les *Mémoires* ou écrits de Beltrami, on ne trouve aucun détail sur cette construction. Mais, par bonheur, des lettres adressées par lui à J. Houël en 1868 (13 mars, 6 avril, 22 avril) et que nous avons l'avantage d'avoir sous les yeux, nous renseignent suffisamment sur le procédé qu'il employa aidé par un de ses élèves. Il se proposait d'envoyer son modèle à Cremona, pour exciter l'intérêt en petit comité.

vons hautement en retenir trois d'une exceptionnelle importance : ce sont les belges De Tilly et Mansion, puis l'américain George Bruce Halsted. Les autres géomètres n'ont fait, en majeure partie, que continuer et développer l'œuvre de ces maîtres.

Joseph Marie De Tilly, (Ypres 1837; Schaerbeck, 1906), lieutenant général du royaume de Belgique et membre de l'Académie royale de Bruxelles dont il dirigea la classe des Sciences, fut successivement

Joseph Marie De Tilly

élève, professeur et directeur de l'École militaire, entre temps directeur de l'arsenal d'Anvers. De bonne heure il médita longuement sur les principes de la Géométrie, et crut d'abord à la possibilité d'une démonstration du Postulatum d'Euclide. Mais une voie nouvelle et toute personnelle révélée dans ses *Études de Mécanique abstraite*, (Mémoires de l'Académie royale, 1868), l'ayant conduit à des resultats à peu près identiques à ceux qu'il eut la surprise de retrouver plus tard dans l'œuvre de Lobatchewsky, il comprit la portée et

l'importance des idées du géomètre russe auxquelles il se rallia aussitôt.

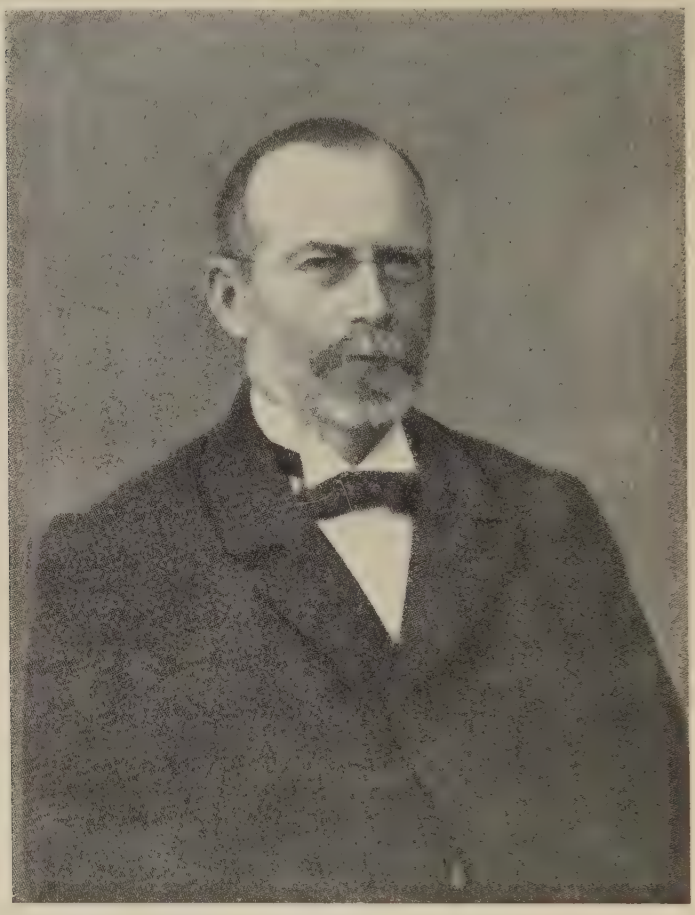
Ses relations avec J. Houël entamées au mois d'avril 1870 se traduisirent par une très active et très intéressante correspondance qui s'est poursuivie sans interruption jusqu'à la mort du savant bordelais en 1886, et que nous avons analysée longuement dans le Bulletin des Sciences mathématiques, (février-mars 1926). Ces relations qui, de purement scientifiques d'abord se transformèrent rapidement en une franche et solide amitié, exercèrent sur De Tilly une influence considérable. On leur doit en particulier la composition du célèbre *Essai sur les principes fondamentaux de la Géométrie et de la Mécanique (Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux,* 1880). Le problème de la Géométrie générale y est abordé avec une sûreté et une profondeur de vues tout à fait remarquables. De Tilly aida puissamment Houël dans la rédaction du Bulletin cité plus haut, auquel il donna souvent des articles relatifs à la Métagéométrie et des analyses d'ouvrages nouveaux rédigées avec beaucoup de conscience, de savoir et d'originalité.

Mais sa conception la plus importante, qui le rapproche de Cauchy, fut basée sur la notion primordiale et irréductible de distance, c'est-à-dire d'intervalle entre deux points et sur la relation générale qui doit exister entre les intervalles de cinq points de l'espace homogène. Cette relation était connu depuis Lagrange en 1773 pour l'espace euclidien. En 1873 Schering l'avait formulée pour les deux autres espaces. Dans son *Essai de Géométrie analytique générale. (Mémoires de l'Académie royale de Belgique*, 1892, et *Mathesis,* Supplément) De Tilly réussit à mettre cette relation sous la forme d'un déterminant et à montrer que les trois Géométries d'Euclide, de Lobatchewsky-Bolyai et de Riemann y sont contenues, la première étant un cas limite des deux autres, et que ce sont les seules possibles, d'ailleurs indépendantes.

Ces résultats, qui placent bien haut le nom de De Tilly, confirmaient de la manière la plus éclatante les idées des fondateurs de la Géométrie non Euclidienne et fermaient définitivement la route aux investigations désormais inutiles de ceux qui, non encore convaincus, croyaient pouvoir démontrer l'existence de la parallèle unique sans invoquer l'expérience ou la commodité.

Nous empruntons à la Notice récente et très complète de A. Demoulin (Hayez, Bruxelles, 1929) des détails précis sur la vie et l'œu-

vre de Paul Mansion, né à Marchin-les-Huy, province de Liége, le 3 juin 1844 et mort à Gand le 16 avril 1919. Ce savant, membre de l'Académie royale de Belgique et professeur émérite (1) à l'Université de Gand a laissé un grand nombre de mémoires ou d'articles



Paul Mansion

(349 d'après la Notice) se rapportant à une foule de sujets. Sa vaste intelligence était ouverte à toutes les conceptions de l'esprit, sciences, philosophie, histoire, littérature, politique, pédagogie et même lingüistique. Elle lui donnait partout dans la documentation une

(1) L'Eméritat est, en Belgique, une dignité honorifique réservée aux professeurs en retraite dont la carrière a été particulièrement brillante et féconde.

compétence universelle; en même temps sa bienveillance et la sûreté de son enseignement étaient devenues proverbiales.

Qu'il nous suffise de parler ici de ses travaux relatifs à la Métagéométrie sur la quelle, de 1889 à 1914, il a publié environ cinquante notes ou mémoires, soit en ouvrages séparés, soit dans divers recueils scientifiques, notamment dans les Archives des Grunert, incorporés dans ces recueils ou en supplément. Pour remplacer la *Nouvelle Correspondance* de Catalan qui, après une existence prospère, s'était mise à décliner et ne pouvait plus guère subsister. faute d'abonnés, Mansion créa en 1881 l'excellent journal *Mathesis,* qui avait pris la jolie devise *Ut pictura Mathesis,* auquel tout de suite la collaboration de nombreux professeurs belges et étrangers fut acquise, et qui s'adaptait d'admirable manière au caractère et aux tendances de l'enseignement scientifique en Belgique.

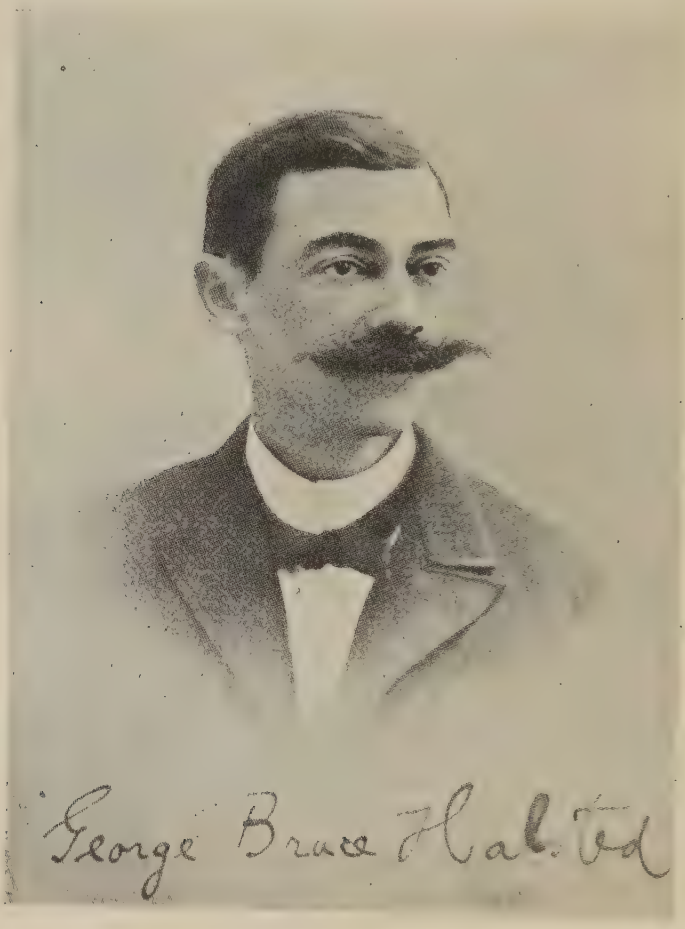
Les suppléments de ce périodique devinrent une sorte de tribune largement ouverte aux fervents adeptes de la Géométrie non Euclidienne. Mansion, imité bientôt par d'autres maîtres, y fit paraître en 1895 l'exposition magistrale sur les *Premiers principes de la Métagéométrie,* suivie en 1897 d'une méthode élémentaire d'*Exposition des principes de la Géométrie non Euclidienne,* et en 1898 de la note intitulée : *Pour la Géométrie non Euclidienne.* En imitant pour l'espace de Riemann la méthode que Gérard avait appliquée à l'espace de Bolyai dans sa Thése (Lyon, 1890), Mansion établit (*Mathesis*, 1895, supplément de février) la formule qui lie les côtés du triangle rectangle; avec une légère modification de termes et de notations nous avons reproduit le calcul simultanément pour les deux espaces dans notre ouvrage *La Géométrie non Euclidienne* (3e édition, *Scientia,* 1928, pages 53 et suiv.).

Mathesis était ainsi réellement devenu une chaire pour l'enseignement de la Métagéométrie, abordée aussi bien par les professeurs étrangers que par ceux d'origine belge, et la très grande diffusion de ce périodique parmi les étudiants moyens d'Europe ou des autres parties du monde a contribué pour une large part à leur faciliter la connaissance de cette science. Nous même avons largement usé de la généreuse hospitalité que Mansion avait bien voulu nous y offrir pour y publier quelques notes sur la Géométrie non Euclidienne et des problèmes qui s'y rattachent.

Paul Mansion voulut rester à Gand pendant toute la durée de la guerre mondiale pour encourager ses malheureux compatriotes de sa parole et de son exemple, et les aider dans la mesure de ses forces.

Les rigueurs de l'occupation allemande ont certainement hâté sa fin, mais il eut la joie, avant de s'éteindre le 16 avril 1919, de saluer la victoire du Droit et de voir sa fière Belgique délivrée de ses envahisseurs.

George Bruce Halsted naquit à Newark, aux environs de New-York, le 25 novembre 1853. Son père Oliver Spencer Halsted, avo-



George Bruce Halsted

cat et homme politique notable, était l'avocat du Président Abraham Lincoln et conserva ses relations avec la famille de ce dernier après son assassinat. Successivement élève du Collège de Princeton en 1871, puis, en 1875 de l'École des mines du Collège de Columbia, G.

B. Halsted fut reçu parmi les vingt premiers étudiants de la nouvelle Université John Hopkins et acquit en 1879 le titre de Professeur. Entre temps il vint en Europe, étudia à Berlin et fit le pélerinage de Maros-Vásàrhely pour visiter la tombe et la maison de Bolyai. Il enseigna à Princeton, à Austin, puis à Kenyon Collège, et dans la dernière partie de sa carrière il dirigea l'École normale de l'État de Colorado, à Greeley. Il s'était spécialement consacré à l'étude de l'Hyperespace et surtout de la Géométrie non Euclidienne qui l'attirait au delà de toute expression. On peut dire en toute vérité que c'est lui qui l'a fait connaître et répandue aux États-Unis, car il a publié dans les périodiques américains The Monist, The Open Court, American Monthly, Neomonic Series, &, un nombre très considérable de Notes ou de Mémoires destinés, soit à élucider des points d'histoire et de critique, soit à analyser et à révéler à ses compatriotes les travaux des géomètres de l'ancien continent.

Il a traduit en anglais Saccheri, Lobatchewsky, Bolyai, Henri Poincaré, donné des biographies et composé des Rapports sur les progrès de la Géométrie, mais publié aussi des ouvrages originaux sur la Géométrie métrique et la Géométrie synthétique. En 1904 il publia une *Géométrie Rationnelle,* inspirée uniquement des idées de Hilbert, et dont nous avons donné en 1911 la traduction française préfacée par A. Laisant (1). Halsted avait composé en 1909 le Mémoire ayant pour titre *Contribution de la Géométrie non Euclidienne à la Philosophie,* destiné à la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux. C'était un homme d'une grande indépendance de pensée et de parole, enthousiaste et quelque peu poète. Ses contributions à la Mathématique constituent un magnifique monument à sa mémoire. Deux de ses fils ont traversé l'Atlantique pour participer à la grande guerre. Il s'est éteint le 21 mars 1922.

Nous croyons ici remplir un devoir strict en adressant aux trois savants dont nous venons de rappeler brièvement les mérites l'hommage de notre admiration et de notre profonde reconnaissance. De Tilly, Mansion et George Bruce Halsted furent nos correspondants pendant de longues années et nous avons entretenu avec eux d'étroites relations épistolaires. Ils nous ont servi de guides éclairés et bienveillants, et nous ont puissamment aidé de leurs conseils dans la composition de nos travaux sur la Géométrie non Euclidiennne. Par

(1) George Bruce Halsted, *La Géométrie Rationnelle,* traduction française par P. Barbarin (Paris, Gauthier-Villars, 1911).

exemple, De Tilly voulut bien rapporter à la Société de Bordeaux notre Mémoire sur les Volumes; Mansion et Halsted acceptèrent la mission délicate de se charger du rapport sur nos œuvres devant la Commission du Prix Lobatchewsky décerné en 1903 par la Société Physico-mathématique de Kazan.

Des esprits chagrins, inspirés beaucoup plus par des préoccupations utilitaires que par le sentiment de la poésie, se sont posé cette question :

Pour si vraie qu'elle soit, que vaut la Géométrie non Euclidienne? Où conduit-elle? Á quoi sert-elle?

C'est l'eternelle interrogation stupide et enfantine des gens bornés, paresseux et égoïstes, béatement et douillettement enfoncés dans le mol oreiller de leurs habitudes ancestrales, et qui entendent bien ne se donner d'autre peine que de remuer le petit doigt pour jouir des derniers perfectionnements de la Science. C'est à la Géométrie Euclidienne, disent-ils, que l'on doit toutes les grandes découvertes; elle a suffit pendant deux mille ans à toutes les nécessités, et elle suffit encore à expliquer toutes les lois de l'Univers. A quoi bon en étudier et en enseigner une autre?

Pour comprendre de la façon la plus profonde même les parties les plus élémentaires de la Géométrie Euclidienne, d'après Study, la connaissance de la Géométrie non Euclidienne est indispensable. Pour la philosophie la plus abstraite, comme pour la technologie la plus utilitaire, la Géométrie, au sens général du terme, est d'importance fondamentale. En ce qui concerne l'éducation elle-même, elle est l'α et aussi l'ω. Elle représente le plus vieux moyen, mais aussi le plus nouveau. Silvester affirmait en souriant qu'il n'avait jamais possédé un instrument de mathématiques ou de dessin; il ne faudrait pas croire sur parole cette boutade humoristique : le crayon n'est-il point un instrument de dessin?

Or, l'objection prétendue que l'homme ordinaire n'a pas l'intuition adéquate des formes spatiales non Euclidiennes est tout à fait sans valeur, puisqu'elle est aussi vraie de la forme Euclidienne. La certitude avec laquelle on peut affirmer que dans la Géométrie d'Euclide la somme des angles d'un triangle est égale à deux angles droits est exactement de même nature que celle par laquelle on peut affirmer qu'elle est inférieure ou supérieure à deux droits dans une Géométrie différente. Par là on apprend à la Philosophie, de façon ample et définitive, que le Postulat des parallèles n'est pas une nécessité sub-

jetive, et n'est pas essentiel à la constitution intellectuelle de l'homme, dans le sens étroit où Kant prétendait qu'il en fût ainsi. Aussi, il faut bien prendre garde quand on affirme, par exemple, que la Géométrie Euclidienne demeurera toujours la plus convenable. Il est certain que l'expérience s'accommode toujours à la Géométrie, que, par imitation, par stimulation, par répression et peut-être aussi par instinct, ainsi que le petit chien qui tourne sur lui-même avant de se coucher en rond, l'enfant fait de la Géométrie Euclidienne sans nécessité et y contraint de la sorte son expérience.

Avez-vous remarqué ceci? La première chose que fait l'enfant, ignorant tout de la Géométrie, à qui vous venez, pour la première fois, de mettre un compas dans les mains est, après quelques hésitations et inévitables tâtonnements, de dessiner la légendaire rosace à six feuilles; pourtant, personne ne le lui a appris, et il en est lui-même tout étonné, si bien que son étonnement se traduit par un franc éclat de rire. Cependant, pour le géomètre averti, cette opération, qui s'apparente à la théorie des polygones réguliers, est loin d'être absolument élémentaire, et pour le philosophe quelque peu au courant des méthodes de Mascheroni, elle représente un exemple saisissant de l'artifice intellectuel qui consiste à tourner la difficulté afin de la mieux résoudre (1).

Naturellement, on enseignera toujours la Géométrie Euclidienne, de même que la Mécanique de Newton; elles demeureront les premières approximations des dernières théories de l'espace et du mouvement de la matière. Mais quand le savant traite la question fondamentale des rapports de l'Hypothèse avec la Science, ce n'est pas la première, mais la dernière approximation utile qui compte véritablement pour lui.

Il importe donc au plus haut point que la Géométrie non Euclidienne soit étudiée dans tous ses détails; que dans les Universités, les étudiants soient familiarisés avec ses méthodes et sachent en manier les formules. Il importe au plus haut point que les géomètres, par leurs travaux et leurs ouvrages de plus en plus complets et savants, par le haut enseignement de leurs cours, répandent la connaissance de cette Géométrie générale. On est entré dans cette voie depuis un certain nombre d'années. Des ouvrages ont été publiés qui renferment des nouveautés de grande valeur. Qu'il nous suffise de

(1) Les points A et B étant marqués, marquer le point C tel que AC soit double de AB.

citer, à titre documentaire, le livre récent de P. Barbarin et A. Buhl (Paris, Gauthier-Villar, 1928). On y trouve les constructions générales d'angles et de lignes à fonctions rationnelles qui auraient transporté d'aise Kronecker, la quadrature du cerde ébauchée par Jean Bolyai et reprise sous une forme plus ample, puis les rapports de la Géométrie non Euclidienne avec la Physique mathématique, mis en évidence par l'identité des équations de Maxwell avec la Géométrie de Cayley, par l'étude du parallélisme selon les idées de Levi-Civita et d'Eddington, enfin par l'étude des espaces à courbure quelconque de Riemann où l'on peut situer la gravifique d'Einstein menée jusqu'à l'effleurement des théories quantiques et des espaces à connexion affine d'Elie Cartan (1).

Donc, la Métagéométrie éclaire aujourd'hui la route d'une lumière aveuglante qui ne laisse aucune partie dans l'ombre ; elle complète, justifie et consolide, de la façon la plus absolue l'œuvre admirable du grand géomètre grec ; elle est vraiment la lumineuse synthèse construite avec grâce dont parle le poète, et le monument impérissable au fronton duquel brille en lettres d'or cette inscription :

EUCLIDES AB OMNI NÆVO VINDICATUS

Mais est-il bien rigoureusement vrai aujourd'hui que la Géométrie Euclidienne suffise à expliquer tous les phénomènes de l'Univers ? Une question de premier ordre se pose. La Géométrie a été réellement inventée pour servir à des fins et à des opérations pratiques ; et la théorie pure n'intervient que pour les guider et les faciliter. Quelque soin qu'on y apporte, à cause des imperfections qui sont hélas ! dans l'essence même de la nature humaine, les résultats de ces opérations ne peuvent être rigoureusement exacts, mais sont seulement plus ou moins approchés. De plus, à cause de l'inmense grandeur que doivent avoir les constantes spatiales, l'approximation que l'on obtient en se servant de la Géométrie Euclidienne ne diffère pas, ou diffère infiniment peu de celle que donneraient les deux autres, et comme la différence peut fort bien être passée au compte du coefficient personnel des opérateurs, cela revient à dire que, pratiquement, dans notre espace physique, les trois Géométries sont encore aussi

(1) En novembre et décembre 1929, M. Th. De Donder, professeur à l'Université libre de Bruxelles, a donnée dans une des salles de l'Institut Henri Poincaré de Paris six conférences magistrales sur la *Gravifique einsteinienne*.

vraies l'une que l'autre, et c'est la raison de commodité seule qui fait encore ici pencher la balance en faveur de celle d'Euclide.

Mais il se peut très bien que, grâce à certaines considérations et certaines hypothèses tout à fait nouvelles, une Géométrie non Euclidienne prenne l'avantage et devienne nécessaire, au moins dans certaines parties de notre Univers physique. Ceci sera une conséquence inattendue des théories de la physique la plus moderne et des géniales conceptions d'Einstein.

La lumière a une masse, elle est pesante ; masse et énergie son synonymes. Des expériences précises, quoique à vrai dire extrêmement délicates, ont montré qu'un rayon lumineux frappant un objet matériel exerce sur lui une pression qui a été mesurée et qu'on peut comparer à celle d'un projectile ou plus exactement à la résultante des pressions d'une série de projectiles bombardant cet objet (1).

D'autre part, on sait que la géodésique ou la ligne droite des physiciens n'est pas nécessairement identique à celle des géomètres, et l'expérience a confirmé brillamment ce fait fondamental qu'il y a peu d'années on était bien loin de soupçonner. La lumière ne se propage en ligne droite que dans les régions célestes où il n'y a point de gravitation, c'est-à-dire où il n'y a point de grandes masses attirantes. Mais, dans un champ où se trouvent de telles masses, sa trajectoire est incurvée comme celle que parcourrait un objet pésant. Ce sont les observations de l'éclipse de Soleil du 29 mai 1919, faites à Sobral au Brésil et dans l'île portugaise de Principe qui l'ont démontré à l'aide de la déviation des étoiles par le Soleil, déviation dont la grandeur numérique s'est trouvée exactement conforme à celle prévue et annoncée par Einstein.

Les astronomes et les physiciens escomptent, par la publication peut être prochaine des résultats des observations faites sur l'éclipse de Soleil du 9 mai 1929, la nouvelle confirmation de cette théorie. Ils espèrent en tirer en même temps des indications précises sur la forme probable de la trajectoire incurvée depuis son entrée dans le champ d'attraction du Soleil jusqu'à sa sortie de ce même champ, et le maximum de sa déviation par rapport à la trajectoire qui aurait été suivie si le Soleil eût été dépourvu de masse.

Cette incurvation fournira dès lors un élément de réponse à cette question intéressante : notre Univers physique, est-il conforme à une

(1) Charles Nordmann, *Einstein et l'Univers*, Paris, Hachette, pages 137 et suivantes.

des trois Géométries, et à laquelle ? Le monde réel correspond-il à la Géométrie classique d'Euclide ? Non, a déjà répondu Einstein. Il n'est *à peu près* euclidien que dans les régions très éloignées de toutes masses pesantes. Il est courbe au voisinage des astres, et d'autant plus qu'on en est plus près. Mais, tenant compte des résultats acquis par l'éclipse de Soleil de 1919, et attendant la publication de ceux de l'éclipse de 1929, c'est, jusqu'à nouvel ordre, la Géométrie de l'espace courbe de Riemann qui *paraît* le mieux s'adapter à l'Univers réel. Les savants de l'Observatoire de Strasbourg, sous l'habile direction de M. Esclangon (1), avaient pour mission spéciale de photographier précisément les étoiles très voisines du disque solaire pendant toute la durée de l'éclipse, et espéraient bien, dans le cas d'atmosphère favorable, obtenir des clichés nets et probants pour ou contre la vérification de l'hypothèse d'Einstein. Très malheureusement, les conditions dans lesquelles l'éclipse du 9 mai 1929 a pu être observée ont été à peu près partout extrêmement défectueuses. En raison du mauvais état du ciel, les étoiles sont très mal venues sur les clichés, et on ne pourra probablement rien en tirer ni pour ni contre. La décision reste donc en suspens, et il faudra que les astronomes, les physiciens et les géomètres, ainsi qu'Einstein lui même, s'arment de patience jusqu'à de nouvelles éclipses plus favorables, il faut l'espérer.

Paris, décembre 1930.

(1) M. Esclangon a été nommé depuis directeur de l'Observatoire de Paris.

SUR LA DÉCOMPOSITION DU DICHLORO-IODURE DE PHENYLE

IV

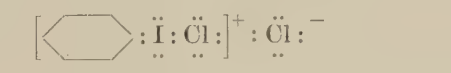
ACTION DU DICHLORO-IODURE DE PHENYLE SOLIDE SUR L'IODURE DE MÉTHYL-MAGNÉSIUM

PAR ENRIQUE V. ZAPPI ET HELVECIO DEGIORGI

RÉSUMÉ

Les auteurs établissent les formules relatives à la réaction du dichloro-iodure de phényle sur l'iodure de méthyl-magnésium. Le dégagement de gaz éthane est très variable et, des fois, même nulle, cela dépend des quantités des substances qui réagissent ainsi que de le grosseur des cristaux de l'état d'aggrégation du dichloro-IPh et d'autres causes plus intimes que les auteurs espèrent pouvoir déterminer plus tard. (Voir les conclusions à la fin de l'article.)

Dans le premier mémoire de cette serie, en nous basant sur la théorie électronique de la valence, nous avons proposé avec M. Deulofeu (1) une formule de constitution du dichloro-iodure de phényle (I) qui



(I)

devrait aboutir à une réactivité distincte de chacun des chlores.

Cherchant à établir expérimentalement la réalité de cette différence, nous pensâmes que l'étude de l'action du dichloro-IPh sur les dérivés organo-métalliques serait capable de donner des conclusions intéressantes car, en parcourant la littérature, on peut observer une disparité de résultats qui semble favoriser notre hypothèse.

C'est ainsi que Willgerodt trouva (2) que la réaction du dichloro-IPh

(1) ZAPPI et DEULOFEU, *Bull. Soc. Chimique de France*, 1929, t. 45, p. 848; voir partie II, *Idem*, 1930, t. 47, p. 612; partie III, *Anales Asoc. Química Argentina*, 1930, t. 18, p. 124.

(2) WILLGERODT, *D. ch. Gess.*, 1898, t. 30, p. 56 et 1898, t. 31, p. 915.

avec les composés organo-mercuriques, aromatiques ou alyphatiques, permet d'arriver à des corps distincts, les premiers formant du chlorure de diphényl-iodonium en grande quantité, tandis que les derniers donnent un chlorure alyphatique, chlorure d'éthyle dans le cas étudié.

Suivant M. Lachman (1), le zinc-éthyle réagit sur le dichloro-IPh en formant un composé d'addition que l'eau décompose avec dégagement de chlorure d'éthyle (II) sans formation intermédiaire d'aucun dérivé d'éthyl-iodonium.

$$Zn(C_2H_5)_2 + C_6H_5ICl_2 = C_2H_5Cl + ClZnC_2H_5. \qquad (II)$$

L'action des composés organo-magnésiens a été, presqu'en même temps, étudiée par MM. Arreguine et Garcia et par M. Hepworth.

Les premiers ont tenté (2), d'ailleurs sans résultats, la préparation de composés alkykiques et aryliques de l'iode trivalent, et ses conclusions approchent de beaucoup celles de Hepworth.

Celui-ci établit (3) que les iodures de méthyl ou d'éthyl magnésium réagissent énergiquement avec el dichloro-IPh, avec dégagement de gaz éthane ou butane respectivement, suivant l'équation (III)

$$C_6H_5ICl_2 + 2CH_3MgI = C_6H_5I + 2ClMgI + C_2H_6. \qquad (III)$$

L'éxcès de Mg donne lieu à la formation, hors de propos, d'autres dérivés organo-magnésiens qui compliquent la réaction et conduisent finalement à la production de benzène, toluène et diphényle.

Cette conduite variable du dichloro-IPh avec les divers composés organo-métalliques essayés, semble confirmer ce que nous avons dit, avec M. Deulofeu (1), que : « dans bien de circonstances les Cl du dichloro-IPh se comporte comme s'il avait des aptitudes de réaction égales, mais dans quelques cas on peut noter une différence ».

En effet, dans la formation de gaz éthane ou butane, selon (III), les deux Cl réagissent d'emblée sur les deux molécules d'organo-magnésien, tandis que dans la réaction (II) et plus encore dans celles de Willgerodt, le Cl se partage en formant du chlorure d'éthyle et un chlorure organo-métallique.

Nous avons donc considéré que l'étude quantitative de la formation d'éthane suivant l'équation (III), pouvait nous donner des conclusions intéressantes sur la polarité variable des deux atomes de chlore du dichloro-IPh, et telle est la raison de ce mémoire.

(1) Lachman, *D. ch. G.*, 1897, t. 30, p. 887.

(2) Arreguine et García, *Anales Asoc. Quím. Argentina*, 1921, t. 9, p. 121.

(3) Hepworth, *Chem. Soc.*, 1921, t. 119, p, 1244.

PARTIE EXPÉRIMENTALE

Notre but a été de mesurer le dégagement de gaz éthane qui se produit lorsque le dichloro-IPh réagit sur l'iodure de méthyl-magnésium suivant l'équation (III), pour évaluer ainsi l'intensité de cette réaction.

Les premiers essais nous ayant montré qu'il y-a de grandes différences dans la manière de réagir du dichloro-IPh sur les dérivés organo-magnésiens, soit qu'il réagisse à l'état solide ou bien, dissous dans des dissolvants appropiés, nous nous sommes bornés à décrire, dans ce mémoire, ce qui a lieu dans le premier cas seulement.

La disposition que nous avons employé pour produire la réaction ainsi que pour recueillir et mesurer le gaz qui se dégage, a été celle de Zerewitinov ou par Sudborough pour le dosage de l'hydrogène actif dans les composés organiques [1].

Les réactifs ont été préparés en suivant les indications des auteurs ; et pour plus de détails consulter notre publication [2] sur ce sujet où nous avons aussi déterminé l'influence de l'état du trouble des solutions sur leur sensibilité.

Généralement nous avons employé la solution préparée selon Sudborough, parce qu'elle est plus fluide que celle de Zerewitinov, mais dans chaque cas nous avons indiqué le réactif mis en usage en donnant aussi sa concentration molaire par litre.

Comme le dichloro-IPh est une substance pas trop stable, on en préparait de petites quantités chaque fois, en suivant Willgerodt [3], et, avant de l'employer, on en déterminait son tant pour cent de Cl actif, tous les calculs étant rapportés à du dichloro-IPh au 100 pour cent.

Pour mesurer le volume de gaz éthane dégagé par la réaction (III) nous commencions pour remplacer l'air de l'appareil par de l'azote pur et sec; puis, la quantité pesée de dichloro-IPh était placée sur le fond de la chambre à réaction A (voyez les figures dans Sudborough ou dans Houben) tandis que les centimètres cubiques de solution orga-

(1) Zerewitinov, *D. ch. G.*, 1907, t. 40, p. 2023 et 1908, t. 41, p. 2233. Voyez une description de la méthode dans Subdborough and James, *Practical Organic Chemistry*, Blackie & Son Ltd., Glasgow & Bombay, 1920, p. 175; ou dans Houben, *Die Methoden der Organischen Chemie*, zweite auflage, Georg Thieme, Leipzig, 1923, t. 3, p. 32, et aussi dans la traduction française, t. 3, p. 518.

(2) Zappi et Degiorgi, *Anales Asoc. Quím. Argentina*, 1930, t. 18, p. 214.

(3) Willgerodt, *J. F. prakt. Ch.*, 1886, t. 33, p. 155.

N°	Cl °/₀	Mols. de		C_2H_6 dégagé		Observations
		D. I. Ph	MeMgI	c. c.	°/₀	
1	25,2	0,00025	G 0,005	0	0	(G) réactif d'après Grignard
2	25,2	0,00025	G 0,,,5	0	0	dans Et_2O.
3	25,2	0,00075	Z 0,004	2,5	14,9	(Z) réactif d'après Zerewitinov
4	25,2	0,0005	Z 0,004	0	0	dans Am_2O.
5	25,2	0,0005	Z 0,004	0	0	
6	22,4	0,001	S 0,001	0	0	(S) réactif d'après Sudborough dans Am_2O.
7	22,4	0,001	S 0,002	3,1	15,9	
8	22,4	0,001	S 0,003	1,4	7,2	
9	22,4	0,001	S 0,004	3,8	19,5	
10	22,4	0,001	S 0,006	0	0	
11	25,8	0,001	S 0,004	0	0	
12	25,8	0,001	S 0,004	0	0	Le même D. I. Ph du n° 11
13	25,8	0,001	S 0,004	0	0	exposé 10′ au soleil; légère-
14	25,8	0,002	S 0,002	4,8	10,7	ment decomposé il dégage des
15	25,8	0,004	S 0,004	20,4	23,6	vapeurs de HCl.
16	17,3	0,001	S 0,004	4,6	32,7	
17	24,2	0,001	S 0,004	7,4	35,2	D. I. Ph dispersé.
18	24,2	0,001	S 0,004	12,7	60,5	D. I. Ph aggloméré.
19	24,2	0,001	S 0,004	8,0	38,1	D. I. Ph dispersé.
20	24,2	0,001	S 0,004	13,2	62,8	D. I. Ph aggloméré.
21	24,2	0,001	S 0,004	15,8	75,2	D. I. Ph comprimé.
22	24,2	0,001	S 0,004	12,0	57,2	
23	20,1	0,001	S 0,004	11,3	67,2	Le même D. I. Ph du n° 22 exposé 30′ au soleil.
24	25,1	0,001	S 0,004	6,5	34,7	D. I. Ph en gros cristaux.
25	25,8	0,001	S 0,004	18,4	82,2	Cristaux très fins.
26	24,2	0,001	S 0,004	13,5	64,4	Le même D. I. Ph du n° 25 exposé 10′ au soleil.
27	25,1	0,001	Z 0,004	0	0	Gros cristaux.
28	25,1	0,001	S 0,004	0,95	4,3	Gros cristaux.
29	25,1	0,001	Z 0,004	8,0	36,9	Cristaux très fins.
30	25,1	0,001	S 0,004	8,6	39,5	Cristaux très fins.

La première colonne porte le numero de chaque expérience.

La deuxième indique le tant pour cent de chloro actif contenu dans le dichloro-IPh employé, qui, théoriquement, doit être de 25,8 pour cent.

Les colonnes troisième et quatrième donnent avec beaucoup d'approximation les mols. de substances qui réagissent, dichloro-IPh et iodure de méthyl-magnésium; 0,001 mol. de D. I. Ph. au 100 pour cent sont 0,275 grammes; 0,004 mol. de MeMgI sont contenus dans 5,6 centimètres cubiques de solution de Sudborough.

Dans la colonne cinquième est indiqué le volume de gaz éthane dégagé, réduit a 0° et 760 millimètres, dont le rapport avec le volume théorique est donné dans la dernière colonne.

no-magnésienne étaient versés dans l'ampoule C, tout en maintenant le courant d'azote. L'appareil était ensuite fermé, porté à la pression et température du laboratoire, et, la réaction, provoquée par le mélange des substances.

La réaction finie, et le liquide bien agité, le tout était porté de nouveau à la température du laboratoire, puis on prenait note du volume de gaz dégagé.

Ce volume, corrigé à 0° et 760 millimètres, était comparé à celui qui devait théoriquement résulter de l'équation (III). Ces deux chiffres sont celles qui figurent dans les dernières colonnes du tableau de la page antérieure, où sont présentés les résultats de quelques unes des nombreuses expériences que nous avons réalisées.

ÉTUDE DES PRODUITS FORMÉS DANS LA RÉACTION

Les phénomènes qui s'observent lorsqu'on mélange du dichloro-IPh avec les solutions organo-magnésiennes ne sont pas toujours les mêmes.

Quelque fois le dichloro-IPh tombe au fond du liquide et y reste sans changer d'aspect; après quelques minutes il finit par prendre une couleur grisâtre et produit une légère élévation de température avec ou sans dégagement gazeux.

D'autres fois la réaction éclate énergiquement sitôt les corps mélangés, avec une notable élévation de la température, production de fumées brunes, d'aspect iodée, et dégagement gazeux.

Si l'on chauffe il y a presque toujours une réaction.

Le gas qui se dégage de ces réactions n'est pas pur : il est constitué par un mélange de plusieurs gaz, car on peut voir qu'ils sont partiellement solubles dans l'éther amylique employé comme dissolvant. Ces gaz ou vapeurs solubles ne peuvent être que de l'iodure ou du chlorure de méthyle, l'éthane seul étant insoluble dans ces milieux.

Le mélange gazeux est combustible, mais ne s'enflamme que dans peu d'occasions, sans doute à cause de la grande quantité de nitrogène présent. Lorsqu'on le brûle il donne, à la flamme, une couleur verte, et forme du CO_2, H_2O et des vapeurs d'iode.

Les réactions effectuées ont permis de vérifier la présence de l'iodure de méthyle et probablement aussi de petites quantités de chlorure de méthyle dont les réactions restent masquées par le considérable excès du premier.

Dans ces conditions, le reste gazeux hydrocarboné et insoluble dans l'éther amylique ne peut être que de l'éthane.

Le rendement gazeux de 35 opérations effectuées (a 0,001 mol. de dichloro-IPh) n'arrive en moyenne qu'au 28 pour cent de l'équation (III).

Les résidus liquides de ces 35 opérations ont donné, par fractionement, 3,5 grammes de iodure de méthyle (Eb. : 40-45°) et 6 grammes d'iodobenzène, identifié par sa transformation dans dichloro-IPh, sans avoir pu observer la formation de benzène, toluène ou diphènyle.

DISCUSSION DES RÉSULTATS

La première conséquence qui découle des chiffres apportées dans la partie expérimentale, est que la réaction (III) n'est pas quantitative : elle n'est subie que par le 28 pour cent du dichloro-IPh mis en réaction.

Bien plus importante est la formation de l'iodure de méthyle, dont la réaction qui l'origine doit d'écrire (V)

$$C_6H_5ICl_2 + CH_3MgI = C_6H_5I + MgCl_2 + CH_3I. \qquad (V)$$

Les 35 opérations effectuées à 0,001 mol. de dichloro-IPh devaient donner, selon cette équation, 0,035 mol. de CH_3I, soit 4,95 grammes. La quantité récuperée a été de 3,5 grammes ce qui fait le 70,7 pour cent de la théorie.

Les réactions (III) et (V) ont donné ensemble le 98,7 pour cent, ce qui montre que, de toutes celles qui prennent naissance dans l'action du dichloro-IPh solide sur les solutions de iodure de méthyl-magnésium,ce sont les plus importantes.

En regardant séparément les chiffres du tableau IV, on peut constater que la réaction (III) donne des dégagements gazeux très variables et même dans quelques cas, absolument nuls.

Nous avons tâché d'établir les causes de ces variations, apparemment si capricieuses, ayant abouti à des constatations quelques peu inattendues, si l'on tient compte de la grande réactivité que supposent les substances mises en présence.

Tout d'abord, le dégagement gazeux ne parait pas dépendre de la pureté du dichloro-IPh employé. Le même composé pur au 100 pour cent ne donne pas lieu à la formation de gaz dans certains cas, tandis que, dans d'autres, il en dégage abondamment (voyez le tableau IV).

Nous pouvons aussi constater que, des dichloro-IPh légèrement décomposés et donnant des vapeurs de HCl, quelques uns ne réactionnent pas, tandis que les autres réactionnent vivement (expériences n^{os} 12, 13, 23 et 26).

Dans quelque cas nous avons établi que ce sont les quantités absolues des substances employées qui déterminent une variation dans le volume de gaz dégagé.

Les expériences n^{os} 6, 14 et 15 nous montrent que ce n'est pas la même chose faire réagir 0,275 grammes, ou 0,55 grammes, ou 1,1 grammes de dichloro-IPh avec 1,4 centimètres cubiques; 2,8 ou 5,6 de solution organo-magnésienne; et malgré que la relation soit toujours de mol. à mol. le dégagement gazeux augmente de 0 au 23,6 pour cent.

Nous pensons que cet accroissement du volume de gaz formé provient du développement de chaleur qui se produit quand les quantités des substances qui réagissent sont plus grandes, ce qui est d'accord avec nos expériences et favorise la formation des gaz.

Il y a aussi deux autres anomalies peuvant trouver une explication dans la même cause. La première est que des petites quantités de dichloro-IPh ne réagissent pas sur un excès de solution magnésienne, parce-que la grande masse de celle ci absorbe la chaleur dégagée et ne laisse pas s'amorcer la réaction (exp. n^{os} 1 a 5). Finalement, des considérations analogues expliquent aussi pourquoi la formation de gaz augmente quand le dichloro-IPh est comprimé dans une masse et diminue lorsque le dichloro-IPh est répandu sur le fond de l'appareil (exp. 17-21).

La grandeur des cristaux de dichloro-IPh a son influence sur l'importance de la formation de gaz, les gros cristaux en dégageant beaucoup moins (34,7 °/$_0$) que les cristaux très fins (82,2 °/$_0$) (exp. n^{os} 24-26).

C'est à l'insolubilité du dichloro-IPh dans les éthers amylique ou éthylique que doit être attribuée cette différence : la réaction doit être plus intense avec les cristaux qui présentent la plus grande surface de contact, ce qui évidement a lieu dans les cristaux très fins.

L'emploi de solutions preparées suivant les formules de Sudborough ou de Zerewitinov a peu d'importance, la première donnant un dégagement gazeux légèrement supérieur à celui qui est produit par la seconde. C'est que la solution de Sudborough, plus fluide, impregne la masse plus rapidement et donne ainsi une réaction plus énergique, tandis que avec celle de Zerewitinov, plus visqueuse, c'est le contraire qui a lieu (exp. n^{os} 27-30).

Quoique les circonstances que nous venons d'énumérer aient une

influence bien définie sur le développement de la réaction dans beaucoup de cas, nous croyons qu'elles ne suffisent pas pour éclaïrcir toutes les variations observées.

Nous croyons que l'explication de ces résultats contradictoires doit dépendre de quelque cause plus intime et plus profonde, que nous tâcherons d'établir prochainement.

CONCLUSIONS

Il a été démontré que la réaction du dichloro-IPh solide sur les solutions organo-magnésiennes se développe suivant ces équations :

$$C_6H_5ICl_2 + CH_3MgI = C_6H_5I + MgCl_2 + CH_3I$$

$$C_6H_5ICl_2 + 2CH_3MgI = C_6H_5I + 2ClMgI + C_2H_6$$

la première étant la plus importante, se produit parfois jusqu'au 70 pour cent; la deuxième, très variable, arrive en moyenne au 28 pour cent.

Le dégagement de gaz éthane est très variable, quelque fois même nul. Nous avons établi quelques une des causes de ces variations, soient : les quantités des substances qui réagissent, l'état d'aggrégation du dichloro-IPh, la grosseur de ses cristaux, etc., mais très probablement, il y a encore d'autres causes plus intimes que nous tâcherons d'établir plus tard.

Nos essais ont démontré que la deuxième réaction n'est pas quantitative; par conséquent, les deux atomes de chlore du dichloro-IPh n'ont pas réagi de la même manière et notre primitive hypothèse sur la différente réactivité de chaqu'un de ces atomes, reste debout.

Facultad de Ciencias Exactas, Buenos Aires (R. Argentina).

LAS ESPECIES FÓSILES DEL GÉNERO «CTENOMYS»

CON DESCRIPCIÓN DE NUEVAS ESPECIES

POR CARLOS RUSCONI

(Conclusión)

Ctenomys subassentiens Amegh. 1902

Nota sobre algunos mamíferos, etc., *Anal. Mus. Nac.* vol. X, 1902, pág. 242, lám. IV, figs. 20 *a*, *b* y *c*.

De esta especie se conoce el cráneo tipo en estado casi completo y una rama mandibular que lleva ahora el número 5965 de la citada colección del Museo.

La longitud total tiene 48 milímetros — es decir, un par de milímetros menos que la indicada por su autor y además — es el animal de cráneo más pequeño conocido de esa localidad. El largo craneano resulta muy corto con relación al de los individuos vivientes : *C. boliviensis* descrito por Waterhouse en su obra de 1848 (vol. II, pág. 278, lám. X, fig. 4), *C. brasiliensis* o *C. opimus luteolus* de cuya última forma existe un cráneo en la colección del Museo. Además, como *C. subassentiens* se diferencia de otras especies actuales de la Argentina, no creo necesario otra comparación.

Ctenomys subquadratus Amegh. 1902

Ameghino, *Op. cit.*, pág. 243, lám. IV, figs. 19 *a* y *c*.
Ctenomys subassentiens Boule, *Mamm. Foss.* 1920, pág. 224.

Fundada sobre un cráneo regularmente completo con sus insicivos y molares pero con la región occipital algo deteriorada. La longitud actual de este cráneo es de 50 milímetros y en estado completo debió

exceder de algunos milímetros más, como lo indicó su autor. « El carácter más distintivo de la especie. dijo Ameghino, reside en la superficie palatina de la barra que es casi rectangular como en la otra especie, pero en proporción todavía considerablemente más ancha atrás y con una perforación incisiva dos veces más ancha que en la otra especie... » Por mi parte, agregaré, que el cráneo de *C. subquadratus* es mucho más alto al nivel de p^4 que en *C. subassentiens* y mayor la longitud de ese diente.

En la colección del Museo hay otros restos fósiles referibles a esta especie, procedentes de Tarija, que el doctor Ameghino no alcanzó a describir. Uno de ellos (n° 1676) es un cráneo completo con la rama mandibular del lado izquierdo articulada y envuelto en una espesa capa calcárea. Como las magnitudes de esta pieza se asemejan a las de *C. subquadratus* daré a continuación aquellas que no eran conocidas : Longitud craneana total 50 milímetros; longitud condiloincisiva 51,5; longitud condilobasal 48 y 32 su ancho bicigomático. La rama mandibular de este individuo tiene 33 milímetros de longitud condilosinfisaria y su diastema 8,3. El otro resto (n° 1677) comprende dos porciones mandibulares desde el insicivo hasta la mitad de la rama ascendente, con toda la dentadura; el espacio ocupado por los cuatro molares inferiores es de 11,3. Reconozco a *C. subquadratus* como una buena especie.

Ctenomys brachyrhinus Amegh., 1902

Ameghino, *op. cit.*, pág. 243, lám. IV, figs. 21 *a*, *b*, *c* y *d*.
Ctenomys subassentiens Boule, *Mamm. Foss.* 1920, pág. 224.

Tipo : Se trata de la porción anterior de un cráneo perteneciente a un animal de talla levemente mayor que la especie antes citada y lleva actualmente el número 5947 de la colección del Museo Nacional. Las diferencias específicas más importantes son : diastema mucho más corto que ancho, mientras en *C. subquadratus* ambas magnitudes son iguales. En la colección del Museo hay un gran cráneo de procedencia desconocida que se parece bastante al *C. boliviensis* ilustrado en la obra de Waterhouse. Su diastema si bien es muy ancho ello se debe a la presencia de una globosidad ósea situada en el extremo anterior de los huesos premaxilares; en la especie fósil citada no existe ese abultamiento y, sin embargo, el rostro es muy ancho y uniforme en toda su longitud.

Los huesos nasales de *C. brachyrhinus* son notablemente cortos,

carácter poco común en las especies actuales o fósiles de un volumen craneano aproximadamente igual a aquélla. En efecto, mientras los nasales del fósil tienen 15 milímetros de longitud como máximo, por 10 de ancho en la extremidad anterior, *C. boliviensis* ofrece 22 por 10,2; *C. Lewisi* 17 por 9,5 y *C. subquadratus* 16 por 8,5 respectivamente.

Si la longitud de los huesos nasales de *C. brachyrhinus* hubiese sido proporcionalmente mayor o comparable a la de *C. subquadratus,* ese detalle en este caso, no sería de mucha importancia, pero cuando los citados huesos son mucho más cortos en un animal y más largos y angostos en otro cuyo cráneo tiene una magnitud anteroposterior sensiblemente menor, me parece entonces que el argumento del doctor Ameghino estaba perfectamente justificado. Otra particularidad notable de esta especie es que no obstante tratarse de un roedor con un cráneo muy ancho transversalmente a juzgar por el diámetro transverso de los premaxilares posee sin embargo, un espacio interalveolar al nivel del p^4, bastante corto, como puede verse en la relación siguiente : 2 milímetros en *C. brachyrhinus* y 3,5 en *C. subquadratus.*

Ctenomys Dasseni, n. sp. (1)

(Figs. 5 *a* y *b*; 6 *a* y *b*)

Ctenomys Dasseni, Rusconi, *Enumeración sistemática* etc., 1929, pág. 7 *(nomen nudum).*

Tipo : Cráneo relativamente completo con su rama mandibular del lado derecho algo deteriorada, número 161 colección Rusconi.

Localidad : Olivos, cauce del río de la Plata, piso *ensenadense,* plioceno superior.

Esta especie es de talla un poco menor que *C. brasiliensis,* pero de cráneo notablemente grácil; pues, el diámetro transverso entre las cajas timpánicas del animal viviente tiene 34 milímetros en contra de 27 que presenta la especie fósil. El diámetro mínimo tomado en la escotadura situada entre el borde posterior del arco cigomático y el margen anterior del foramen acústico externo mide 22,5 y 17 milímetros respectivamente. Las distancias bicigomática, interorbitaria y anchura del premaxilar de la pieza de mi colección son menores que las de la especie actual ya citada.

Estos animales poseen además, un arco cigomático de mayor longitud; las magnitudes anteroposterior y transversa de la caja timpánica de *C. brasiliensis* son también un poco mayores. Del mismo modo

(1) Dedico esta especie al distinguido hombre de ciencia, doctor C. C. Dassen.

hay diferencias perceptibles con respecto a la dentadura; así, por ejemplo, el espacio ocupado por los cuatro dientes del espécimen actual miden 12,2 y tan sólo 10 en *C. Dasseni*. Las mismas relaciones se obtienen en cuanto al diámetro anteroposterior de cada uno de esos órganos; el p^4 del primer animal mide 4,7 milímetros y el m^2 3,8; en el ejemplar fósil 3,8 y 3 respectivamente. Como el radio de la circunferencia del incisivo en la especie fósil es de mayor amplitud, también su barra resulta ser más recta y extensa. Esta especie se caracteriza además, por la presencia de un pequeño bisel situado en el margen externo de la lámina de esmalte que corre paralelamente en toda la longitud del incisivo. Dicha particularidad no la he observado en otras especies fósiles o de estado viviente tales como : *Ctenomys boliviensis, C. Budini, C. Bergi* y los grandes tuco-tucos actuales de la región del litoral marítimo, de la provincia de Buenos Aires.

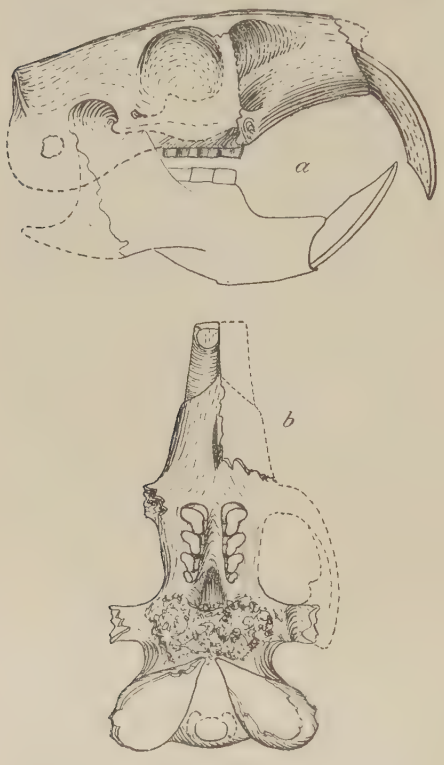


Fig. 5. — Cráneo de *Ctenomys Dasseni*, n. sp. : *a*, visto de lado; *b*, visto por la cara inferior. En tamaño natural.

La longitud condilosinfisaria de *C. Dasseni* es apenas 2 milímetros más corta que la de *C. brasiliensis*, y no se asemeja por otros caracteres de relativa importancia. En primer lugar, por tener una rama bastante grácil; espacio ocupado por los cuatro molares inferiores que es de 10,8, en contra de 12,2 que miden los del animal actual. Son apreciables también las diferencias que hay en cada uno de los dientes; el p_4 mide 3,8 y el m_2 3.6 : mientras los de *C. brasiliensis* tienen 4,5 y 4 respectivamente. Los dientes de esta última forma decrecen levemente hacia atrás y los de *C. Dasseni* en cambio, conservan casi la misma magnitud.

La rama mandibular del fósil es baja, y provista de una barra mu-

cho más larga que la de los individuos vivientes ya recordados. La raíz anterior de la cresta angular o borde inferior de la rama, toma justamente su origen al nivel del m_1 y en el animal actual un poco más atrás. Dicha cresta es casi recta en toda su longitud y la de *C. brasiliensis* tiene en su extremo anterior un borde anguloso bastante acentuado. Tanto la sínfisis como los incisivos de este octodontino son muy encorvados hacia arriba, mientras la sínfisis del fósil es evidentemente más recta, debido a la menor curvatura del diente citado.

C. Dasseni lo he comparado con la figura de *C. fueginus* descrita e ilustrada por Philippi en 1880 (pág. 38, lám. XIII, figs. 1-3), pero como difiere por varios caracteres de importancia, me parece innecesario extenderme a ese respecto.

Otro de los tuco-tucos vivientes con una magnitud parecida al ejemplar fósil de que me ocupo es *C. viperinus* procedente de la provincia de Tucumán y descrito por Thomas en 1926 (pág. 605). Pero en el cotejo de medidas obtenidas de un ejemplar de esta especie, observo que sus bulas timpánicas son de mayor diámetro transverso y el diástema de menor longitud; el espacio ocupado por los cuatro dientes mide 12 milímetros; el p^4 tiene 4,5 y el m^3 3,6 milímetros en sentido anteroposterior.

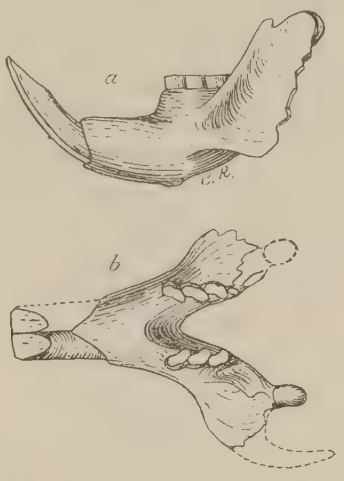


Fig. 6. — Mandíbula de *Ctenomys Dasseni*, n. sp. : *a*, vista de lado; *b*, vista por la superficie masticatoria. En tamaño natural.

En el Museo hay también otros restos fósiles que consisten en trozos craneanos y mandibulares hallados en diversos niveles de la formación pampeana y que los referiré a *C. Dasseni*. Ejemplar número 2340, topotipo : rama mandibular del lado izquierdo completa. Ha sido hallada en los arrecifes del río de la Plata, piso *ensenadense*. Esta pieza aunque difiere algo del tipo, el incisivo, en cambio, presenta el bisel ya indicado.

Ejemplar número 6454, rama mandibular del lado izquierdo : localidad : Barranca Norte, Mar del Plata, provincia de Buenos Aires, piso *ensenadense;* conserva parte del incisivo y sus cuatro molares, número 2378, porción craneana desde el premaxilar hasta la mitad

de los huesos frontales con toda su dentadura. Localidad : cauce del río de la Plata, Olivos, piso *ensenadense.*

A esta especie refiero provisoriamente una porción mandibular del lado izquierdo (n° 2340), conocida desde el incisivo hasta el nivel del molar 3. Es algo más pequeña que la mandíbula de *C. Dasseni* y posiblemente ha correspondido a un individuo no totalmente desarrollado. El margen externo de la lámina de esmalte muestra también el bisel ya indicado,

Ctenomys Dasseni longirostris n. subesp.

(Figs. 7 y 8*a* y *b*)

Tipo : cráneo incompleto con sus dos ramas mandibulares no bien conservadas. Del cráneo existe toda la cara basal comprendida desde el extremo anterior de los huesos primaxilares hasta las parte pos-

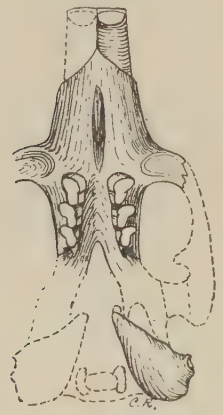


Fig. 7. — Cráneo de *Ctenomys Dasseni longirostris,* n. subesp., Visto por la superficie masticatoria. En tamaño natural.

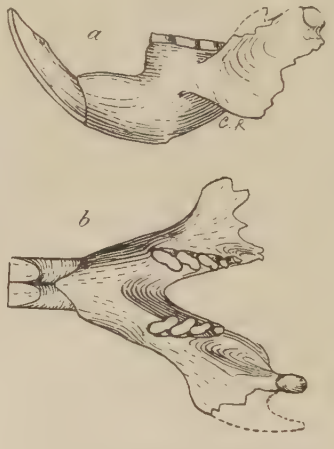


Fig. 8. — Mandíbula de *Ctenomys Dasseni longirostris,* n. subesp. : *a,* vista de lado; *b,* observada por arriba. En tamaño natural.

terior de la caja timpánica, número 10846. colección Museo Nacional.

Localidad : Al norte del arroyo Camet, Miramar, provincia de Buenos Aires, piso *ensenadense (?).*

Esta pieza ha pertenecido a un animal de la talla de *C. brasiliensis* pero de distinta especie. La longitud de la serie molar del ejemplar actual es totalmente mayor; lo mismo resulta de la magnitud anteroposterior de cada uno de sus dientes comparados con los del espéci-

men fósil. La caja timpánica es muy desarrollada en la especie viviente, como lo indica la relación siguiente : 19 de largo por 9 de ancho transverso (medida inmediatamente delante del *foramen acusticus externus*) ; la del ejemplar fósil mide 15,2 por 6,5 respectivamente.

Mandíbula. — El ancho transverso del incisivo de *C. brasiliensis* es sensiblemente menor que en la subespecie fósil en cuestión, mientras que la longitud molar y en particular, cada uno de los dientes, ofrecen respectivamente mayor volumen. En efecto, el espacio ocupado por los cuatro dientes de la especie viviente es de 12,2 y el diámetro anteroposterior del p_4 4,5 ; en el espécimen fósil 11,4 para el primer término y 4,3 para el segundo. El diastema del tuco-tuco actual es corto, en la mandíbula fósil más largo y por consiguiente la curvatura del diente incisivo de ésta es mucho menos pronunciada. Hay diferencias también en la figura general de ambas ramas mandibulares ; la quilla ósea situada debajo de la sínfisis es algo más desarrollada que en el fósil ; la escotadura sinfisaria posterior de esta última finaliza al nivel del m_1. Otra particularidad muy significativa es el nacimiento de la cresta angular mandibular, cuya raíz anterior arranca desde la mitad de la altura, mientras en la mayoría de las especies de este género, la cresta precitada se inicia casi en el borde inferior de la mandíbula.

Ctenomys intermedius n. sp.

(Figs. 9 *a* y *b*)

Tipo : Cráneo casi completo ; falta el arco cigomático del lado derecho, parte del premaxilar del lado izquierdo, los dos huesos nasales y los dos dientes incisivos : número 1849 de la colección paleontología del Museo Nacional.

Localidad : Olivos, piso *ensenadense.*

La longitud cóndilobasal es exactamente igual a la de un ejemplar de *C. viperinus* perteneciente a la colección zoológica del referido Museo, pero difiere en cambio por otros caracteres de importancia. El espacio ocupado por los cuatro dientes del fósil es de 9,6 milímetros y de 12 en *C. viperinus,* magnitud casi comparable a la de *C. brasiliensis.* El diámetro anteroposterior del p^4 mide 3,6 y en el individuo viviente 4,6. Los dientes posteriores de esta última son también más robustos, mientras que por relación a la longitud del diastema, la del fósil resulta ser mayor, es decir, 16 milímetros de longitud en contra de 14 que aprecia *C. viperinus.* El ancho transverso

del diastema de ésta va decreciendo hacia adelante, en *C. intermedius* conserva la misma anchura en casi toda su longitud. La distancia anteroposterior de la caja timpánica del fósil es de 15,5 milímetros por 7 de ancho y en la especie viviente de 16,5 por 8 respectivamente. La longitud del arco cigomático medido desde la raíz anterior hasta su extremo posterior tiene 20,3 y en *C. viperinus* 23; en cuanto a la anchura bicigomática ambas especies no aprecian variaciones de importancia.

Aunque *C. intermedius* está desprovisto de sus dientes incisivos, por la porción alveolar existente indica que su diámetro transverso era menor, pero con el radio de su circunferencia mayor que el espécimen actual. La nueva especie la he comparado también con *C. Dasseni* y si bien el espacio ocupado por sus cuatro dientes es más o menos similar en ambos tuco-tucos, difiere por tener aquélla, menor longitud craneana e incisivos más pequeños, etc.

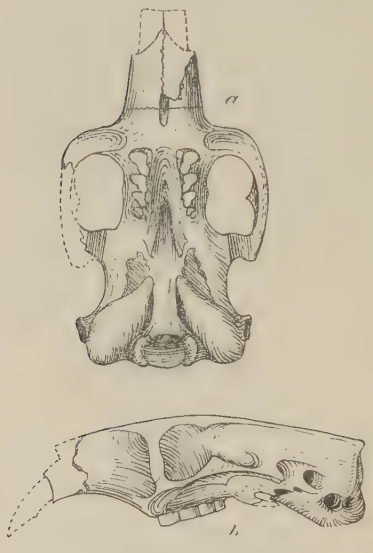


Fig. 9. — Cráneo de *Ctenomys intermedius*, n. sp. : *a*, visto por la cara inferior; *b*, por la cara lateral. En tamaño natural.

A *C. intermedius* refiero con cierta duda, varias porciones craneanas exhumadas, algunas del mismo piso y localidad de donde proviene el tipo, y otras del interior del país, que son :

Número 5410. Fragmento craneano desde el premaxilar hasta el nivel posterior de los huesos parietales, conserva toda la dentadura a excepción del incisivo del lado derecho. Localidad : Alvear, provincia de Buenos Aires, piso *ensenadense*.

Número 6498. Porción craneana desde el premaxilar hasta el nivel del último molar; existe casi toda la dentadura pero faltan los huesos nasales y frontales. El espacio ocupado por los cuatro dientes es de 10 milímetros; el p^4 tiene 3,8 de longitud anteroposterior. Localidad Olivos, provincia de Buenos Aires; piso *ensenadense*.

Número 1848. Fragmento de cráneo conocido desde el premaxilar hasta el borde posterior de los huesos frontales con toda la dentadura, a excepción del m^3 del lado derecho; existe únicamente el arco

infraorbitario del lado derecho y este ejemplar se parece bastante al tipo. Localidad y piso geológico como en la anterior.

Número 1850. Porción craneana conocida desde el premaxilar hasta el nivel del último molar con toda la dentadura; faltan los huesos nasales y frontales. Posiblemente se trata de un individuo joven-adulto puesto que la anchura del diente incisivo es algo menor en la corona que en su raíz. Procede del mismo piso y localidad.

Número 256. Cráneo completo y rama mandibular, envuelto en una espesa capa calcárea; no se conoce su procedencia pero parece haber sido hallado en terreno *ensenadense*. La distancia cóndilosinfisaria mide 35 milímetros; el diámetro anteroposterior del incisivo es de 3 milímetros; y el transverso de 3,4. La longitud craneana total tiene 45 milímetros; el diámetro interorbitario 11; la longitud de los huesos nasales 15 y 7 de ancho en su extremo anterior.

Ctenomys intermedius tandilensis n. subesp

(Figs. 10 *a* y *b*, 11 *a* y *b*)

Tipo : Cráneo incompleto y rama mandibular, número 5558 de la colección Paleontológica del Museo nacional.

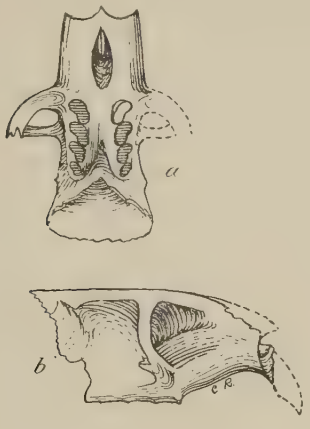


Fig. 10. — Cráneo de *Ctenomys intermedius tandilensis*, n. subesp. : *a*, visto por la superficie masticatoria; *b*, por la cara lateral. En tamaño natural.

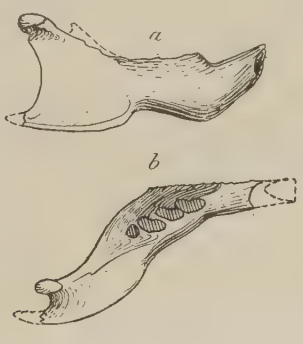


Fig. 11. — Mandíbula de *Ctenomys intermedius tandilensis*, n. subesp. : *a*, vista por la cara lateral; *b*, por la superficie alveolar. En tamaño natural.

Localidad : ciudad del Tandil, provincia de Buenos Aires; piso *bonaerense*, pleistoceno medio.

Del cráneo se conserva desde el extremo anterior del premaxilar hasta del borde posterior del hueso frontal. El arco cigomático del

lado izquierdo no existe y el del lado opuesto se conserva en parte; la longitud del diástema es de 13,3 y en *C. intermedius* de 16. El ancho interorbitario de ésta es un poco mayor. La diferencia más acentuada es que siendo un animal de diastema corto el espacio ocupado por sus cuatro dientes resulta mayor como puede juzgarse por la relación siguiente : 9,6 para la especie y 11 para la subespecie.

C. intermedius tandilensis tiene una mandíbula más larga que *C. bonaerensis* pero más pequeña que *C. Dasseni* y la subespecie. De la misma localidad y piso proviene otra porción mandibular muy incompleta, número 5560, que incluyo también a la forma de que me ocupo.

Ctenomys magnus, n. sp.

(Figs. 12*a* y *b*)

Tipo : rama mandibular del lado derecho desde el incisivo hasta un poco más atrás del último molar, número 5559 de la colección Paleontológica del Museo Nacional.

Localidad : Tandil, provincia de Buenos Aires, piso *bonaerense*, pleistoceno medio.

La pieza ha pertenecido a un animal de gran talla comparable tan sólo a *C. boliviensis*. Difiere de ésta por tener el diastema de menor longitud; la sínfisis mide 17,5 milímetros en contra de 22 que es lo común en los individuos de la especie viviente. La altura de la rama al nivel del p_4 es de 12,5 y de 14 en *C. boliviensis*. El ancho transverso del incisivo del roedor fósil tiene 4,2 y 3,4 el anteroposterior; en la especie actual 3,9 y 4,2 respectivamente. La nueva especie fósil se diferencia de *C. brasiliensis* por la menor curvatura del incisivo; el mayor ancho transverso del mismo y en que los tres dientes ocupan más espacio. Diferencias muy acentuadas las he observado también comparando aquella mandíbula fósil con las grandes mandíbulas pertenecientes a los tuco-tucos que habitan la región medanosa de Monte Hermoso. Una de las particularidades de estos individuos es el acentuado encorvamiento de sus dientes incisivos, de modo que el radio de la circunferencia resulta ser menor aún que en *C. magnus*.

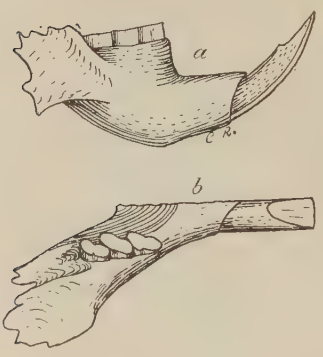


Fig. 12. — Mandíbula de *Ctenomys magnus*, n. sp. : *a*, vista por la cara lateral; *b*, por la superficie masticatoria. En tamaño natural.

IV

PROBABLE FILOGENIA DE ALGUNOS GÉNEROS VIVIENTES DE LA FAMILIA « OCTODONTIDAE »

Entre los octodontinos actuales que habitan nuestro país, los del género *Ctenomys* tienen hasta ahora, una filogenia desconocida. Este hecho llama la atención si se recuerda su gran dispersión geográfica, que ha sido también muy amplia en los tiempos geológicos que abarcan las dos formaciones : pampeana y postpampeana. Además, resulta interesante señalar que, durante ese gran lapso de tiempo vivieron tuco-tucos que tenían la talla de un pequeño ratón, y otros, comparables o aún más grandes que *C. boliviensis*. De modo que entre estas formas existieron, al igual que en la época actual, un respetable número de especies de talla intermedia.

Si se tomase en cuenta la particularidad que muestra el último molar de *Ctenomys* y *Dicoelophorus,* en lo que se refiere a la teoría de la evolución y especialización, es indudable que el órgano de este último género no ha verificado modificación apreciable como ocurrió en el de *Ctenomys* que se atrofió paulatinamente y representa en consecuencia, un animal más especializado.

En el supuesto de que el género *Eucoelophorus* constituya un puente de unión, entre *Ctenomys* y *Dicoelophorus,* juzgado por el último molar que es de un tamaño mediano entre esos dos octodontinos, el género *Ctenomys* con un molar más diminuto aún, resultaría ser una consecuencia más o menos directa de *Eucoelophorus,* y siguiendo el mismo orden, se llegaría a esta conclusión : que los octodontinos de gran talla *(Dicoelophorus),* habrían dado origen a otros de talla mediana, y éstos a su vez, a otros de menor tamaño *(Ctenomys),* o en otros términos, las especies pequeñas de este último género no más grandes que un ratón, tendrían por ancestrales a otras más voluminosas, y siguiendo el mismo orden llegaríamos hasta *Dicoelophorus* cuya magnitud craneana es casi cuatro veces mayor, comparada a las diminutas formas de tuco-tucos conocidas actualmente. Esta tesis que no me parece la más convincente, ha sido sostenida en parte, por nuestro sabio Ameghino en 1889 (pág. 167).

Desde que existen especies de *Ctenomys* muy diminutas en estado fósil, no sería difícil comprobar en el futuro, que algunas de éstas, pudieron ser el tronco de origen de otras mayores que, posiblemente,

vivan en la actualidad. Probablemente la sucesión filogenética del género se habrá verificado durante el transcurso de la formación pampeana, pero no se conoce por ahora su forma precursora, que a no dudarlo, debieron ser animales pequeños y de caracteres más primitivos que los actuales.

Durante todo el terciario argentino vivieron numerosos géneros de octodontinos y de éstos, hay uno que presenta caracteres dentarios algo parecidos al *Octodon,* género que se encuentra actualmente en la región noroeste argentina, Paraguay, Bolivia, etc. Me refiero a *Palaeoctodon simplicidens,* fundado por Rovereto en 1914, sobre una mandíbula con sus cuatro dientes, exhumada de terreno araucano en la provincia de Mendoza. La figura coronaria de los dientes de este roedor desaparecido, y en particular del m_2, recuerda vagamente el contorno de los primeros molares de *Octodon,* lo que le ha permitido al doctor Rovereto opinar que *Palaeoctodon* puede haber sido un género ancestral de *Octodon.*

Otro de los géneros de igual época geológica, procedente del sur de la provincia de Buenos Aires es *Xenodontomys ellipticus,* anotado por Kraglievich, sobre numerosas porciones mandibulares. La pieza tipo es una mandíbula de la talla de *Ctenomys Budini,* pero su dentadura difiere mucho de los otros géneros de la misma familia. La figura de los tres primeros dientes recuerda, aunque en modo general, a las de *Palaeoctodon,* pero difiere en otros caracteres de importancia. Así, por ejemplo, el m_3 tiene aproximadamente la misma magnitud anteroposterior que los dos anteriores de la serie molar, mientras que el premolar es muy diminuto y de forma elíptica. En *Palaeoctodon,* el primero y último molar, son más pequeños que los dos centrales. Si bien es cierto que los m_1 y m_3 de *Xenodontomys* muestran una construcción sencilla, no creo que, por su premolar tan reducido, pueda ser este roedor un probable ancestral de *Ctenomys.* La reducción del citado premolar constituye, a mi juicio, un proceso de evolución más avanzado, análogo al que ocurrió en los tuco-tucos con su último molar.

Por el momento, no dispongo de argumentos fehacientes que me permitan deglosar alguna de las especies de *Ctenomys* en un nuevo subgénero porque, en general, conservan los mismos caracteres del género. Sin embargo, he de hacer notar que muchas especies fósiles presentan ciertas particularidades, que en la mayoría de los casos pueden ser fácilmente diferenciadas de las actuales. Por ejemplo, en una especie fósil de volumen craneano similar a otra actual, el espacio ocupado por sus cuatro dientes como así también, el diáme-

tro anteroposterior de cada uno de ellos, es menor que en los individuos vivientes. Otro carácter importante es, que en una especie fósil de igual longitud craneana a otra actual, se observa que el radio de la circunferencia de su incisivo y la longitud de su barra son mayores a esta última.

Naturalmente, las observaciones arriba recordadas no tienen el valor de una ley que pueda aplicarse en todos los casos, por cuanto hay especies fósiles en que la curvatura de su incisivo es comparable a la de otras que viven aún. Mientras tanto dejo constancia del hecho porque me parece sugerente.

Como lo he dicho antes, el género *Eucoelophorus* es un roedor de talla intermedia entre *Dicoelophorus* y *Ctenomys;* se distingue, además de las particularidades de la mandíbula, porque los tres primeros dientes tienen aproximadamente el mismo volumen a excepción del último que es algo más pequeño, pero en ningún caso tan diminuto como el de *Ctenomys.* Esta condición la he observado en todos los ejemplares que posee la colección del Museo, y aun cuando Rovereto dió una figura de la rama mandibular, donde se ve que la serie molar va decreciendo hacia atrás *(op. cit.,* pág. 198, fig. 76), entiendo sin embargo, que este hecho debe atribuirse simplemente, una imperfección del dibujo, puesto que el profesor Kraglievich y yo también hemos podido comprobar dicho error, examinando la pieza tipo de que se sirvió Ameghino al fundar *Eucoelophorus.*

Aunque el último molar de este octodontino es menor que cualquiera de sus tres anteriores, resulta siempre de mayor volumen que el mismo de *Ctenomys,* y además de figura levemente distinta. Pero a pesar de lo que ya se ha dicho, el doctor Frenguelli (1921, pág. 351) no está dispuesto a atribuirle mayor importancia y lo considera en cambio, como un órgano variable. Yo no alcanzo a comprender sobre qué argumentos se basa para sostener esa tesis, porque si hubiese consultado el material del género *Eucoelophorus,* existente en el Museo, probablemente se habría abstenido de invalidarle ese género al doctor Ameghino.

En esa Institución hay numerosos ejemplares de *Ctenomys* pertenecientes a especies actuales y fósiles, y no recuerdo haber hallado un solo espécimen que presente el molar 3, del mismo volumen que tiene *Eucoelophorus;* pues, el mayor diámetro que he podido obtener de un gran tuco-tuco ha sido de 1,8 milímetros, y de un milímetro, en la mayoría de los casos; mientras que el de *Eucoelophorus* tiene normalmente tres milímetros.

Pocos años después (1924, pág. 349), Frenguelli insistió nuevamente sobre la variabilidad del último molar de *Eucoelophorus,* diciendo, entre otras cosas, lo que sigue : « Esta última muela en las mandíbulas del nuevo *Ctenomys* que os presento, a veces tiene un desarrollo notable, comparable con el desarrollo de la misma muela de *Eucoelophorus,* según la descripción de Ameghino y Rovereto, otras veces, en cambio, ha desaparecido por completo y en tal forma que su alvéolo se halla completamente atrofiado ». Yo no creo que la tesis de este investigador pueda dar motivos a dudas en cuanto concierne a que unas mandíbulas tienen el último molar de un volumen similar al de *Eucoelophorus,* mientras otras lo presentan tan diminuto como el de *Ctenomys;* pero la verdad es que cuando observamos una mandíbula fósil con el molar de un diámetro similar al de *Eucoelophorus,* naturalmente que se trata de una forma de dicho género, y cuando otras ramas muestran un diente de un tamaño parecido al del género actual, es evidente pues que en este otro caso, se trata de un individuo de *Ctenomys,* y sospecho que ese autor se ha servido de materiales genéricamente distintos al exponer una tesis no muy convincente.

Alguno de estos caracteres que separan *Ctenomys* de *Eucoelophorus,* han sido ya señalados por Kraglievich *(Physis,* 1924, vol. VII, pág. 325; y 1927, pág. 2) pero me ha parecido útil, dar un dibujo semi-esquemático de una mandíbula de tuco-tuco (fig. 1), y otro de *Eucoelophorus* (fig. 2), para demostrar que las diferencias genéricas de esos dos roedores, no solamente radican en el mayor o menor volumen del último molar inferior, sino también, en un carácter anatómico de fundamental importancia, que es el de la implantación del último molar.

Dicho órgano, en la mandíbula inferior de *Ctenomys,* es corto y curvado; su base, se orienta hacia atrás, adentro y arriba, de tal modo, que viene a colocarse oblícuamente sobre la raíz del diente incisivo, perforando en algunos casos, la pared lateral de la mandíbula. En cambio, los tres dientes anteriores están orientados verticalmente y hacia el lado externo del diente incisivo y en tal forma que, vista la mandíbula en un corte transversal, al nivel posterior de la dentadura, se observa que ésta aparece implantada, casi en ángulo recto, es decir, el último molar dirigido hacia el lado interno del incisivo y los tres anteriores, orientados en sentido contrario y sobre la cara externa de aquel diente.

Referente a la orientación del m_3 — una de cuyas causas habrá que

buscarla probablemente en el modo del desarrollo y torsión del diente incisivo — requiere investigaciones más prolijas que no corresponden a la índole de este trabajo. No obstante, me anticipo a manifestar que a consecuencia de esa orientación, también han debido modificar su recorrido, los nervios y arterias encargados de irrigar la pulpa dentaria. En efecto, después que la tercera rama del *trigeminus* se introduce por el agujero dentario necesariamente tendrá que dividirse en dos ramos para alimentar a los citados órganos : uno, que se dirige a la pulpa del m_3 y el otro a los tres dientes anteriores.

El tercer verdadero molar superior de los tuco-tucos, también ha sufrido algunas modificaciones, aunque no tan acentuadas como las verificadas en el diente inferior. Tiene un pequeño volumen, es corto, curvado hacia atrás, arriba y afuera, y su raíz, finaliza en la base del *foramen rotundum*. Los molares 1 y 2 muestran una orientación casi vertical y el p^4 se dirige adelante, incurvándose en el interior de las fosas nasales, como ocurre del mismo modo en otros grupos de roedores.

El caso señalado por Frenguelli, referente a la ausencia del último molar inferior de *Ctenomys,* lo he podido comprobar también en la mandíbula de otro individuo viejo que poseía el p_4, m_1 y m_2, y detrás de éste, el hueso no presentaba el menor vestigio de que hubiese existido antes el m_3. Estos casos que son por ahora muy aislados, resultaría interesante tenerlos en cuenta en las investigaciones futuras, porque de ellas se podrá establecer con mayor exactitud el tanto por ciento en que ese órgano no aparece, o cae prematuramente de su alvéolo.

Por otra parte, ese hecho viene a corroborar la tesis expuesta más arriba, de que *Ctenomys,* juzgado por el diminuto tamaño del último molar, es un género más especializado que *Dicoelophorus* y *Eucoelophorus.* A este carácter de especialización hay que agregar otros de relativa importancia verificados en *Ctenomys,* desde el plioceno hasta la fecha. Y es el caso de que los tres dientes anteriores de muchas especies fósiles, son menos voluminosos que los de otras especies actuales de igual magnitud craneana. La barra o diastema de ciertas formas extinguidas es proporcionalmente más larga, y más abierta la curvatura del incisivo; en cambio, muchas que viven actualmente, presentan un rostro corto. Finalmente, otro de los caracteres comunes a *Ctenomys* se refiere a la parte posterior de la rama mandibular, que se encorva hacia abajo y afuera, presentando la forma de un ala ósea, la cual es poco acentuada en *Octodon, Dicoelophorus,* etc.

La lista de los géneros y subgéneros extinguidos, mejor conocidos de la familia *Octodontidae,* de la segunda mitad del terciario argentino, son : *Dicoelophorus* Ameghino, *Paractenomys* (Amegh.) Rusconi, *Eucoelophorus* Ameghino, *Palaeoctodon* Rovereto, *Xenodontomys,* Kraglievich, *Protabrocoma* Ameghino, *Megactenomys* Rusconi. Otros, como ser *Phtoramys, Plataeomys, Pithanotomys, Eoctodon,* y algunos de la América Central : *Isolobodon* y *Alterodon,* me ocuparé de ellos en otra oportunidad, cuando vuelva a ser fácil la consulta del material, en el Museo de Historia Natural de Buenos Aires; pues actualmente y debido a los conflictos últimamente producidos en ese Establecimiento, dicha consulta se ha vuelto prácticamente imposible para los estudiosos.

Distribución geológica de las especies y subespecies fósiles del género « Ctenomys » en la formación pampeana

	Pleistoceno super. Piso lujanense	Pleistoceno medio Piso bonaerense	Pleistoceno inf. Piso belgranense (*facies palustre*)	Plioceno super. Piso ensenadense
Ctenomys bonaerensis d'Orb. y Laur.				?
C. latidens Gerv. y Amegh.				—
C. latidens orthognathus, n. subsp.				—
C. lujanensis Amegh.	—		—	
C. subassentiens Amegh.				?
C. brachyrhinus Amegh.				?
C. subquadratus Amegh.				?
C. Dasseni, n. sp.				—
C. Dasseni longirostris, n. subsp.				—
C. intermedius, n. sp.				—
C. intermedius tandilensis, n. subsp.		—		
C. magnus, n. sp.		—		

Cuadro de medidas craneanas de las especies y subespecies fósiles de « Ctenomys »

	Ctenomys lujanensis Amegh. (tipo, *Contribución, etc.*, 1889, p. 156). Piso lujanense.	*C. lujanensis* Amegh. (col. pal. Mus. Nac., nº 6937). Piso belgranense.	*C. subassentiens* Amegh. (tipo, col. pal. Mus. Nac., nº 5965). Formación pampeana.	*C. subquadratus* Amegh. (tipo, col. pal. Mus. Nac., nº 5961). Formación pampeana.	*C. brachyrhinus* Amegh. (tipo, col. pal. Mus. Nac., nº 5947). Formación pampeana.	*C. Dassenі*, n. sp., (tipo, col. Rusconi, nº 161). Piso ensenadense.	*C. Dassenі* (col. pal. Mus. Nac., nº 2378). Piso ensenadense	*C. Dassenі longirostris*, n. subsp. (tipo, col. pal. Mus. Nac., nº 10846). Piso ensenadense.	*C. intermedius*, n. sp. (tipo, col. pal. Mus. Nac., nº 1849). Piso ensenadense.	*C. intermedius tandilensis*, n. subsp. (tipo, col. pal. Mus. Nac., nº 5568). Piso bonaerense.
Longitud total	35	—	48	50 ap.	—	50	—	50 ap.	46.5	—
Longitud cóndilo incisiva	—	—	47	—	—	58	—	52 ap.	—	—
Longitud palatal	—	—	26	28	26	26	27 ap.	29	25.5	22.5
Ancho transverso entre las bulas	20	—	—	27 ap.		27	—	25 ap.	23	—
Ancho bicigomático	21	—	—	—	—	31 ap.	—	33 ap.	31	—
Ancho postorbitario	—	—	—	13	—	12	—	—	12.2	11.5
Ancho interorbitario	8	—	11 ap.	12.3	—	10.5 ap.	9	—	10.2	10.4
Longitud del diastema	9	—	13.5	15	13.5	16	16.5	16.5	16	13.3
Ancho del diastema al nivel de la sutura maxilo-premaxilar	—	—	14	15.2	—	13	12.5	15	11.8	11.5
Alto del cráneo al nivel alveolar del p^4	—	—	13	16	18	16.5	15.5	—	14.8	14
Nasal longitud	—	—	14	16 ap.	15 ap.	17 ap.	18.5	—	—	—
Nasal ancho anterior	—	—	7	8.5	10	—	8	—	—	—
Ancho del paladar entre los p^4	2	—	2	3.5	2	2.6	2.5	2.7	2	2
Ancho del paladar entre los m^3	4	—	5	7	—	5	5.3	5.5	5	4.5
Longitud molar (en la corona)	—	—	—	10	—	9.2	9.5	—	9	—
Longitud molar (alveolar)	—	—	10.5	11.6	11.5 ap.	10	10.2	10.2	9.6	11
P^4 (longitud anteroposterior)	—	—	4.3	4	4.5	3.8	4	4	3.6	3.6
M^1 (longitud anteroposterior)	—	—	3.9	3.8	4	3.5	3.6	3.8	3.4	—
M^2 (longitud anteroposterior)	—	—	3.2	3.3	3.2	3	3.1	3.3	3	—
M^3 (longitud anteroposterior)	—	—	—	1.2	—	1.8	1.9	—	1.8	—
Incisivo diámetro anteroposterior	—	—	3.5	3.5	3.5	3.5	—	3.7	—	—
Incisivo diámetro transverso	—	—	3.7	4	4.5	3.8	—	3.8	—	2.8

Cuadro de medidas mandibulares de las especies y subespecies del género « Ctenomys » en milímetros

	Ctenomys bonaerensis d'Orb y Laur. (del ejemplar descrito por Ameghino, 1889).	*C. bonaerensis* (col. pal. Mus. Nac. nº 6453). Piso ensenadense.	*C. latidens* Gerv. y Amegh. (tipo, Col. Mus. París, medidas según Boule). Piso ensenadense.	*C. lujanensis* Amegh. (tipo, Ameghino, 1889, p. 155). Piso lujanense.	*C. lujanensis* Amegh. (nº 6937, col. pal. Mus. Nac.). Piso belgranense.	*C. subassentiens* Amegh. (tipo, nº 5965, col. pal. Mus. Nac.). Formación pampeana.	*C. Dasseni*, n. sp. (tipo, nº 161, col. pal. Rusconi). Piso ensenadense.	*C. Dasseni* (paratipo, nº 2340, col. pal. Mus. Nac.). Piso ensenadense.	*C. Dasseni longirostris*, n. subsp. (tipo, nº 10846, col. Mus. Nac.). Piso ensenadense.	*C. intermedius tandilensis*, n. subsp. (tipo, 5558, col. pal. Mus. Nac.). Piso bonaerense.	*C. latidens orthognathus*, n. subsp. (tipo, nº 8840, col. pal. Mus. Nac.). Piso ensenadense.	*C. magnus*, n. sp. (tipo, nº 5559, col. pal. Mus. Nac.). Piso bonaerense.
Longitud dentaria { corona	—	—	—	—	—	—	10.6	—	10.2	—	11	—
Longitud dentaria { alvéolo	—	9 ap.	12	8	8.3 ap.	10.8	10.8	11.6	11.4	11.6	11.8	12.8 ap.
P_4 (longitud anteroposterior)	3.2	3.5	3.5	—	2.9	4	3.8	4	4.3	—	4	4.7
M_1 (longitud anteroposterior)	3.2	3.4	3.5	—	2.8	4	3.8	4.8	3.8	—	4.4	4.8
M_2 (longitud anteroposterior)	—	2.9	3	—	2.5	3.6	3.6	3.7	3.4	—	4.1	4.2
M_3 (longitud anteroposterior)	—	—	—	—	—	—	1.6	—	1.7	—	1.3	—
Incisivo, diámet. { anteroposterior	—	2.3	3	—	1.8	3.3	3.5	3.5	3.7	—	3.3	3.4
Incisivo, diámet. { tranverso	2.8	2.8	3.5	2	2.3	3.1	3.9	3.9	3.4	3 ap.	3.5	4.2
Longitud del diastema	8	8.5	9	5	5.6	8	11.3	10.5	10	7.4	8.5	10.8 ap.
Longitud de la sínfisis	13	13	—	—	—	15	17 ap.	16	17	15	16.3	17.5
Altura de la mandíb. debajo el p_4	—	9	10	8	6.3	10	11.5	10.5	10.5	9.7	13	12.5
Alto máximo del diastema en la mitad de su longitud	—	6	—	—	4.4	7	8	7.8	8.5	6 ap.	7.5	9
Longitud total (cóndilo sinfisaria)	—	29	35	25 ap.	—	—	37	36	36.5 ap.	33.5	—	—
Ancho máximo bimandibular	—	30 ap.	—	—	—	—	38 ap.	—	—	32 ap.	—	—

BIBLIOGRAFÍA

AMEGHINO, F., *La antigüedad del hombre en el Plata*, volúmenes I y II. París-Buenos Aires, 1881.

— *Lista de las especies de mamíferos fósiles del mioceno superior hasta ahora conocidos*. Buenos Aires, 1888.

— *Contribución al conocimiento de los mamíferos fósiles de la República Argentina*, en *Actas de la Academia Nacional de Ciencias en Córdoba*, volumen VI y atlas. Buenos Aires, 1889.

— *Notas sobre algunos mamíferos fósiles nuevos o poco conocidos del valle de Tarija*, en *Anales del Museo de Historia Natural de Buenos Aires*, volumen VIII, páginas 225-261. Buenos Aires, 1902.

— *Las formaciones sedimentarias de la región litoral de Mar del Plata y Chapadmalán*, en *Anales del Museo de Historia Natural de Buenos Aires*, (3), volumen X, páginas 343-428. Buenos Aires, 1908.

D'ORBIGNY, ALCIDE, *Voyage dans l'Amérique méridionale*, volumen III. París, 1840.

BOULE, M., *Mammifères fossiles de Tarija*, en *Mission Scientifique G. de Créqui-Montfort et E. Senéchal de la Grange*. París, 1920.

FRENGUELLI, J., *Los terrenos de la costa atlántica en los alrededores de Miramar (prov. de Buenos Aires) y sus correlaciones*, en *Boletín de la Academia Nacional de Ciencias en Córdoba*, volumen XXIV, páginas 325-485. Córdoba, 1921.

FRENGUELLI, J. y OUTES, F. F., *Posición estratigráfica y antigüedad relativa de los restos de industria humana hallados en Miramar*, en *Revista de la Sociedad Argentina de Ciencias Naturales (Physis)*, volumen VII, páginas 277-398. Buenos Aires, 1924.

GERVAIS, H. y AMEGHINO, F., *Los mamíferos fósiles de la América meridional*, páginas 1-225, París-Buenos Aires, 1880.

NEHRING, A., *Ueber Ctenomys neglectus, n. sp., Ct. Nattereri Wagn., und Ct. lujanensis Amegh.*, en *Zoologischer Anzeiger*, volumen XXIII, páginas 535-541. Leipzig, 1900.

KRAGLIEVICH, L., *Nota preliminar sobre nuevos géneros y especies de roedores de la fauna argentina*, en *Physis*, volumen VIII, páginas 1-8 del separado. Buenos Aires, 1927.

LYDEKKER, R., *Catalogue of the fossil Mammalia in the British Museum*, part I. London, 1885.

OWEN, R., *The Zoology of voyage of H. M. S. Beagle*. London, 1840.

PHILIPPI, R. A., *Descripción de los mamíferos traídos del viaje de exploración a Tarapacá*, en *Anales del Museo Nacional de Chile*, entrega 13, primera sección, Zoología. Santiago de Chile, 1896.

ROVERETO, G., *Los estratos araucanos y sus fósiles*, en *Anales del Museo de Historia Natural de Buenos Aires*, volumen XXV. Buenos Aires, 1914.

RUSCONI, C., *Dispersión geográfica de los tuco-tucos vivientes (Ctenomys) en la región neotropical*, en *Anales de la Sociedad argentina de estudios geográficos (Gaea)*, volumen III, nº 1, páginas 233-250. Buenos Aires, 1928.

RUSCONI, C., *Enumeración sistemática de las especies de mamíferos fósiles procedentes del piso ensenadense halladas por el autor*, publicación privada, páginas 1-15. Buenos Aires, agosto de 1929.

— *Una nueva especie de roedor del subgénero Paractenomys*, en *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, volumen CX, páginas 153-158. Buenos Aires, septiembre de 1930.

— *Sobre un nuevo género de roedores del plioceno inferior de la Argentina*, en *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, volumen CX, páginas 251-254, octubre de 1930.

THOMAS, O., Para la bibliografía de los *Ctenomys* vivientes, véase el trabajo de C. Rusconi (1928).

WATERHOUSE, S. R., *A Natural History of the Mammalia*, volúmenes I-II, London, 1848.

Buenos Aires, marzo 12 1929.

COMUNICACIONES Y NOTAS CIENTÍFICAS

SUMABILIDAD DE LAS INTEGRALES DOBLES DIVERGENTES

POR EL DOCTOR JUAN CARLOS VIGNAUX

1. La teoría de la sumabilidad de las integrales dobles divergentes, aun no ha sido iniciada.

Desde hace algún tiempo, yo me he propuesto extender a dicho algoritmo, los métodos de sumación de las integrales simples debidos a H. Hardy (1), M. Chapman (2), Vignaux (3)..., y realizar el estudio sistemático.

Resumiremos aquí los resultados esenciales que hemos logrado, reservando para otro lugar el desarrollo completo de las demostraciones.

2. *Método de Abel.* — El método de sumación de Abel que hemos definido y estudiado para las series dobles, se extiende a las integrales dobles divergentes de la manera siguiente. Dada la integral doble divergente

$$\int_0^\infty \int_0^\infty f(z, y)\, dxdy, \tag{1}$$

consideremos la integral doble

$$\Phi(\alpha, \beta) = \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-\alpha x - \beta y} f(x, y)\, dxdy \tag{2}$$

(1) G. H. Hardy, *Theorems Connected with Maclaurin's, Proc. Lond. Math. Soc.* (2) (1910).

(2) S. Chapman, *On Won-Integral Orders of Summability of series and Integrals, Proc. Lond.* M. S. (9) (1910).

(3) J. C. Vignaux, *Sur une méthode de sommation d'intégrales divergentes, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences,* tomo CXC, página 1369, (1930).

supuesta convergente para todo $\alpha > 0$, $\beta > 0$. Diremos que la integral doble (1) es *sumable* (A) con el valor S, si existe y es finito, el número

$$S = \lim_{\alpha, \beta \to 0} \Phi(\alpha, \beta).$$

Toda integral doble convergente, es también sumable (A), *con el mismo valor.*

La integral (1) es *absolutamente sumable* (A) o *sumable* $|A|$, si la (2) converge absolutamente para todo $\alpha > 0$ $\beta > 0$ y $\lim_{\alpha, \beta \to 0} \Phi(\alpha, \beta) = S$.

La sumabilidad $|A|$ es la generalización de la convergencia absoluta.

Todos los teoremas sobre producto de integrales dobles convergentes que hemos dado en otro lugar (1) se generalizan a las integrales dobles sumables (A).

I. *Si las integrales dobles*

$$U = \int_0^\infty \int_0^\infty u(x, y)\, dxdy \tag{1}$$

$$V = \int_0^\infty \int_0^\infty v(x, y)\, dxdy \tag{2}$$

son sumables $|A|$, *la integral doble producto*

$$\int_0^\infty \int_0^\infty w(x, y)\, dxdy \tag{3}$$

donde

$$w(x, y) = \int_0^x \int_0^y u(t, v)\, v(x - t, y - u)\, dtdu$$

es también sumable $|A|$ *con valor* $W = UV$. (Teorema análogo al de Cauchy.)

II. *Si una de las integrales dobles* U, V, *es sumable* (A) *y la otra lo es* $|A|$, *la integral* W, *es sumable* (A) *con el valor* $W = UV$. (Análogo al teorema de Mertens.)

Los teoremas de Abel, Hardy, Pringsheim, reciben una extensión análoga.

(1) J. C. Vignaux, *Sobre productos de series y de integrales dobles convergentes*, en *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, tomo CXI, página 305, mayo 1931.

Una generalización inmediata de este método, se obtiene adoptando la definición

$$S = \lim_{\alpha, \beta \to 0} \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-\alpha x^\delta - \beta y^\mu} f(x, y)\, dxdy,$$

donde δ y μ son dos números reales. En este caso diremos que la integral doble (1) es *sumable* (A, δ, μ).

3. *Método de Cesàro.* — La integral doble (1) es *sumable con el proceso de Cesàro de orden* δ, μ o *sumable* (C, δ, μ) si existe y es finito el número

$$S = \lim_{t, u \to \infty} \int_0^t \int_0^u \left(1 - \frac{x}{t}\right)^\delta \left(1 - \frac{y}{u}\right)^\mu f(x, y)\, dxdy.$$

Se prueba el teorema de permanencia y las propiedades fundamentales.

Una aplicación de este método se hace a la integral doble de Fourier, y a la integral doble de Laplace.

4. *Método de Riez.* — El método de Riez relativo a las series, extendido por Hardy a las integrales simples, es susceptible de extensión a las integrales dobles. Diremos que la integral (1) es *sumable* (R, ψ, δ, μ) si

$$S = \lim_{t, u \to \infty} \int_0^t \int_0^u \left[1 - \frac{\psi(x)}{\psi(t)}\right]^\delta \left[1 - \frac{\psi(y)}{\psi(t)}\right]^\mu f(x, y)\, dxdy,$$

existe y es finito. Se deducen las propiedades fundamentales de este método.

5. *Método de Le-Roy.* — Dada la integral doble (1), si la integral doble

$$\Phi(t, u) = \int_0^\infty \int_0^\infty \left[\frac{\Gamma(xt + 1)}{\Gamma(x + 1)}\right]^\delta \left[\frac{\Gamma(yt + 1)}{\Gamma(y + 1)}\right]^\mu f(x, y)\, dxdy$$

es convergente para todo $0 < t < 1$, $0 < u < 1$, y *existe* el límite : $S = \lim_{t, u \to 1} \Phi(t, u)$, diremos que la integral doble propuesta es sumable con el método de Le-Roy de orden δ, μ con el valor S.

Se prueba el teorema de permanencia, y se demuestra que la potencia del método crece con δ y μ.

Aplicamos este método a la integral doble de Laplace.

6. *Método de Riemann.* — Una integral doble

$$\int_0^\infty \int_0^\infty f(x, y)\, dxdy$$

tal que

$$\lim_{t,u\to 0} \int_0^\infty \int_0^\infty \left(\frac{\operatorname{se}}{\quad}\ \frac{vt}{\quad}\right)^\delta \left(\frac{\operatorname{sen} yu}{yu}\right)^\mu f(x, y)\, dxdy = S$$

diremos que es sumable con el proceso de Riemann de orden δ, μ o sumable (R. δ, μ).

Después del estudio de sus propiedades fundamentales, se aplica a la integral doble de Fourier.

Las definiciones y los resultados anteriores se extienden del mismo modo a las integrales múltiples divergentes.

VI Congreso Internacional del Frío

Se realizará en Buenos Aires, el 27 de agosto de 1932, de acuerdo con el voto sancionado en la Asamblea del Congreso similar realizado en Roma en el año 1928 y lo resuelto por el Gobierno argentino en 16 de julio próximo pasado.

El Congreso durará hasta el 10 de septiembre de 1932. La primera semana se destinará a sesiones, desde el 29 de agosto hasta el 4 de septiembre. Entre el 5 y 10 de ese mes se visitarán varios establecimientos frigoríficos de la Capital Federal, La Plata y Rosario, así como se harán conocer las principales estancias de la Provincia de Buenos Aires.

Los Congresales se clasificarán en : miembros benefactores (cuota no menor de 3000 pesos), miembros donantes (cuotas no menor de 1000 pesos), miembros titulares, y miembros asociados. Los titulares se clasificarán, a su vez, en *colectivos* (asociaciones, sindicatos, institutos, corporaciones, etc.), e *individuales* (cuota 20 pesos). Los *colectivos* se subdividirán en *comerciales* (cuota 500 pesos) y *asociaciones* (cuota 200 pesos). Serán miembros *asociados* las familias de los miembros titulares, siendo su cuota 10 pesos.

Las inscripciones deben solicitarse a la secretaría general del Comité Ejecutivo Nacional, Paseo Colón 940.

Más detalles en la gerencia de la Sociedad Científica Argentina.

BIBLIOGRAFÍA

DURRIEU MAURICIO, *Una reforma científica del gobierno de los pueblos*. Un folleto (14 × 20) con 57 páginas. Buenos Aires. Talleres de la Sociedad de Beneficencia de la Capital, 1931.

El ingeniero Durrieu, con las más nobles intenciones, ha querido aportar su concurso al problema de la reforma de nuestra Constitución.

El libro ha sido escrito estando el autor en París y a raíz de los acontecimientos políticos del 6 de septiembre de 1930. El Gobierno general, en la reforma proyectada, comprendería dos campos : el político general y el propiamente institucional.

El primero estaría constituído por el Poder Ejecutivo y el Legislativo ; el segundo por el Económico y el Judicial. El Poder Ejecutivo estaría constituído por un Presidente o Jefe de Estado y por un Consejo de Estado o de Administración, sin cuya anuencia no podría el primero tomar las determinaciones fundamentales de gobierno.

El Consejo de Estado constaría de doce miembros.

El Poder Legislativo comprendería una sola cámara.

Las leyes se dictarían ya con la cooperación del Poder Ejecutivo, ya con la de éste y del económico, ya con el Poder Judicial.

El Poder Económico estaría ejercido por un Consejo Económico de cinco miembros y tendría por misión organizar y regir las tres ramas administrativas : Hacienda pública, Industrias y comercio, Obras públicas.

El Poder Judicial estaría ejercido por una Corte Suprema de Justicia, compuesta de nueve miembros, Cámara de Apelaciones y Tribunales inferiores.

El autor especifica detenidamente las atribuciones y deberes de cada rama y de sus mutuas relaciones, así como las formas de elecciones de cada una ; todo con acopio de detalles.

El tema es amplio, importantísimo para la felicidad del país y digno de la mayor atención de todos los estadistas y ciudadanos conscientes.

Rebuelto, Emilio, *Aprovechamiento del material rodante en diversos países.* Un folleto (18 × 26), 34 páginas, Buenos Aires 1931, Compañía Impresora Argentina.

El autor trae abundante información sobre el tópico, especialmente con relación a la Argentina, Brasil y Chile, en Sud América; Alemania, Inglaterra y Francia, en Europa. También incluye a Norte América en todos los cuadros estadísticos que trae.

Resulta así que el total de vehículos es de: 89.752 para la Argentina, 40.752 para el Brasil, 20.163 para Chile, 521.477 para Francia, 747.415 para Alemania, 828.487 para Inglaterra y 2.543.335 para Norte América: las correspondientes longitudes de los sistemas ferroviarios son, en el mismo orden: 36.406, 31.549, 8786, 39.698, 53.546, 31.056 y 381.000 kilómetros.

El libro contiene, de la misma manera, numerosos cuadros detallados, repartidos en sus diversos capítulos. — *C. C. D.*

Viani, José M. L., *Descripción de algunos ejemplares líticos de la antigua industria indígena trenquelauquense (oeste de la provincia de Buenos Aires), 1930.* Un tomo (18 × 25), 60 páginas, 114 figuras en el texto, 4 láminas y un cuadro fuera del texto, Talleres gráficos Ferrari Hnos., Buenos Aires, 1930.

Ocurre con relativa frecuencia la realización de verdaderas colecciones de carácter arqueólogico por simples amantes de curiosidades, por espíritus más o menos versados en esta técnica de agrupar objetos o por verdaderos aficionados que saben valorar todo el alto interés científico que estos conjuntos pueden despertar volviéndose preciosos auxiliares de los estudiosos. Largas y pacientes búsquedas, esfuerzos materiales más o menos ponderables y, aun, sacrificios personales, han sabido siempre contribuir al paulatino engrandecimiento del primer conjunto, enriquecido por la constancia de su propietario y acrecentando por la donación de las amistades que encuentran en ello la mejor forma de halagar a su dueño. La colección va poco poco demandando mayor superficie de exposición, tomando por asalto, una a una, las habitaciones de la casa y a través de la diaria visión del material se intensifican los recuerdos correspondientes a cada uno de los artefactos, ya sea sus condiciones de hallazgo o el gesto generoso del pariente o amigo. Transcurren largos años de existencia contemplativa, de satisfacción personal, diríamos de verdadera fruición o felicidad, si se reconoce que aquel conjunto de objetos ha contribuído poderosamente a borrar en su dueño la noción del tiempo. El final es siempre desastroso: el coleccionista muere, con él se van los recuerdos que evocaba cada pieza y por lo tanto su documentación. La colección acrecentada enormemente con el correr de los años es ya un grave estorbo en la casa, ocupa demasiado sitio. Se la encajona; a veces se divide y en el mejor de los casos va a parar a un museo, en con-

cepto de venta, canje o donación, con una simple indicación general de procedencia como único título habilitante para entrar a formar parte del inventario.

No es concebible tanto esfuerzo, tanto sacrificio, para que estos materiales irremplazables, y cada vez más escasos, dejen tan bruscamente de ser testigos de un pasado, ya nada nos digan y se conviertan en simples objetos sin valor alguno para la ciencia.

Todas estas reflexiones han sido sugeridas por la lectura del interesante trabajo monográfico editado por el doctor José M. L. Viani que acaba de aparecer, titulado *Descripción de algunos ejemplares líticos de la antigua industria indígena trenquelauquense (oeste de la provincia de Buenos Aires)*. Su autor, radicado en la localidad de Trenquelauquen donde ejerce la profesión de médico, da a conocer en este estudio justo y serio, las principales modalidades del material arqueológico de piedra que forma su colección integrada por 1208 piezas, precedida por la relación de las condiciones de los hallazgos. Todo el material ha sido encontrado en el partido de Trenquelauquen, tanto en las vecindades de sus lagunas como en los alrededores y en las hondonadas de sus conjuntos medanosos. En tres paraderos que pertenecen al primer tipo indicado señala la uniforme ubicación de éstos en el costado noroeste de la laguna, a fin de ponerse sus pobladores a cubierto del viento reinante de este sector. El otro tipo de paradero corresponde a las superficies más o menos protegidas « donde el antiguo habitante debió encontrar su provisión de agua », superficies éstas que se presentan en el interior de las elevaciones medanosas siempre caraáterizadas por la variabilidad de las formas externas y la concordancia en la disposición de sus mismos detalles.

Al referirse a las condiciones de los hallazgos hace notar el doctor Viani que son todos ellos superficiales y que se hallan mezclados con gran cantidad de fragmentos de huesos, muchos de los cuales han sufrido la acción del fuego. A este respecto dice el doctor Viani: « Al asignarles el carácter de superficiales, me refiero a piezas que si no están al descubierto, tampoco van más allá de una pequeña profundidad en el mismo espesor del terreno vegetal. » Con sano criterio excluye la posibilidad de establecer dos épocas arqueológicas en el paradero número 1 atendiendo a la mayor profundidad de un metro a que fueron hallados varios morteros, pulidores y bolas arrojadizas. Para llegar a esta conclusión tiene en cuenta la naturaleza arenosa del terreno y sus frecuentes cambios, agregando: « A lo sumo, nos permitiría suponer que este paraje fué habitado durante un apreciable número de años ».

A continuación describe el doctor Viani los principales tipos de instrumentos líticos de su colección, especificando la existencia de láminas planas triangulares y cuadrangulares; raspadores semicirculares, circulares, cuadrangulares, triangulares, alargados, de filo sensiblemente curvo, de doble

filo y atípicos. Los cuchillos son de filo único, recto y curvo, de doble filo y también atípicos. Puntas de flechas de base recta, cóncava y convexa, que alternan con bordes rectos, convexos e irregulares, habiéndose encontrado una única pieza pedunculada sobre un conjunto de 144 ejemplares. Hace notar que las puntas de flecha talladas en una sola cara abundan con relativa frecuencia en la mayor parte de los paraderos. Clasifica los perforadores en tres grupos: de base recta, de base cóncava e irregulares y se ocupa de un importante conjunto de instrumentos que califica como puntas de mano y objetos de uso incierto. Expone el autor que las bolas arrojadizas se presentan raramente en los paraderos, pero se hallan más bien diseminadas por los campos adyacentes, puestas a descubierto por el laboreo de las tierras. Divide los 87 ejemplares de bolas arrojadizas de su colección en dos grupos, presentando 31 de ellas un surco y siendo lisas las demás. Se ocupa, finalmente, de las características de los molinos o morteros encontrados en estos parajes, como también de los pulidores. Al finalizar su trabajo da un detallado cuadro demostrativo de la distribución del material lítico con sus características en los diversos yacimientos.

En el mes de abril del año 1928 visitó el doctor Viani la sección de arqueología y etnografía del Museo nacional de Historia Natural, Bernardino Rivadavia de Buenos Aires. Enterado del alto interés científico que poseía su colección para poder llevar a cabo comparaciones con los materiales correspondientes a regiones colindantes, especialmente el territorio de La Pampa y la restante región de la provincia de Buenos Aires, a instancias mías, entonces jefe de sección, con un generoso gesto de desprendimiento que es dable valorar en toda su importancia material como moral, hizo donación de ella al Museo en febrero de 1930, después de realizar la tarea complementaria de ordenarla, numerarla y documentarla en la buena forma que lo muestra esta publicación. Además de esta colección, el Museo Nacional de Historia Natural conserva del mismo paraje, también donación del doctor Viani, un pequeño conjunto de piedra y de alfarería que lleva los números 28-384 al 28-364 del inventario y dan una idea más acabada de la industria de este partido.

El doctor Viani hace referencia a la presencia de pequeños fragmentos de hueso, que se presentan en gran cantidad, habiendo sufrido muchos de ellos la acción del fuego. Sería interesante, si el estado y el tamaño de estos fragmentos lo permitiera, realizar una prolija determinación de tales restos faunísticos a fin de allegar alguna idea acerca de la antigüedad de los paraderos debiéndose poner especialmente de relieve si este material contiene especies autóctonas o importadas, para aplicar el criterio ya establecido por Florentino Ameghino a los restantes yacimientos de la provincia.

El estudio del doctor Viani señala una nueva y verdadera pauta a seguir a todas aquellas personas que han realizado grandes esfuerzos reuniendo materiales que poseen un inapreciable valor para la ciencia y que resultan irremplazables, por múltiples circunstancias, a medida que el tiempo trans-

curre. Es justo dejar constancia que el estudioso en posesión de la obra del doctor Viani ha de saber valorar el esfuerzo que implica el tecnicismo empleado y la prudencia del autor al abstenerse de formular comparaciones, relevándole de la simple condición de « aficionado » en la que desea ser incluído, deseando que persevere en su labor, acrecentando el escaso número de los que en la república se dedican a estos estudios con sinceridad y verdadero desinterés. — *Héctor Greslebin.*

Wauters, Carlos, *La Rioja encantada, con dique de embalse, pero sin agua.* Un folleto (18 × 27), con 21 páginas, Tomás Palumbo, Buenos Aires, 1930.

A las valiosas y nutridas publicaciones hechas por el ingeniero Wauters agrega la del rubro, cuyos conceptos principales extractaremos a continuación, reproduciendo previamente algunos párrafos que podrán aquilatar, al par que justificar, la severidad de su criterio expuesta sin ambajes ni cortapisas, por este ilustrado profesor y luchador tesonero.

En el introito dice : « Los universitarios argentinos tenemos la obligación moral de estudiar imparcialmente los resultados alcanzados en las obras ejecutadas en veinte años de ejercicio de la ley número 6546 ». Y luego agrega : « ... para evitar que se malgasten los dineros públicos sin criterio científico alguno y a pura pérdida, al margen de la ley que se invoca para invertirlos ».

Con acopio de datos relata el proceso de esta obra desde 1884, en que se eligió Huaco para emplazamiento del dique hasta su ubicación y construcción definitiva en los Sauces.

Después de un ámplio análisis sobre la hidrología de la cuenca imbrífera, modalidad de los derrames y características físicas de la zona beneficiada, arriba a la conclusión de que la capacidad de 21 millones de metros cúbicos del embalse construído es exagerada, pues hubiera bastado con la de 10 millones, y por tanto el gran gasto hecho desproporcionado con el exiguo beneficio obtenido.

Estima menos justificado aún que los gestores de esta obra arguyan como causal de haber exagerado la capacidad, los aterramientos que irán reduciéndola hasta cegar el pantano, y sobre este particular destaca el contraste entre la solución adoptada y las que la técnica y experiencia han consagrado para casos similares.

Alude a la primera consecuencia nociva del embalse, que ha convertido en impropia para bebida al agua que usaba La Rioja, obligando a substituirla con la de otras fuentes mediante una erogación que debe sumarse al ya alto costo de las obras.

En síntesis, encuentra que tanto la concepción como la ejecución del dique de embalse de La Rioja, adolecen de graves errores, estando muy lejos de satisfacer a sus finalidades, no obstante las ingentes sumas que han demandado y demandarán todavía. — *R. K.*

Levi-Civita, Tullio, *Allgemeine Folgerungen aus der Prandtlschen Grenzschichttheorie.* Consecuencias generales de la teoría de Prandtl sobre la capa limítrofe en las paredes líquidas. Un folleto de 22 páginas (15,5 × 23), Aquisgran 1929.

Prandtl, en 1904, había establecido que en las corrientes de los líquidos poco viscosos hay que distinguir dos estados principales: una corriente potencial como se establece en la mecánica de los flúidos perfectos, que alcanza casi hasta las paredes sólidas, y otra más complicada, en las inmediaciones de esas paredes, donde se producen frotamientos y dificultades generales al avance. El estudio lo realizó con líquidos poco viscosos, obteniendo ecuaciones diferenciales en armonía con la experiencia. Levi-Civita, después de emitir consideraciones generales respecto de la cuestión, y de manifestar que ha expresado los cálculos necesarios en detalle, aplicando para ello las reglas fundamentales del cálculo diferencial absoluto en interés de la elegancia y de la generalización, agrega, sin embargo, que se trata sólo de un trabajo previo, siendo múltiple el verdadero objeto de la comunicación, a saber:

1° Juzgar físicamente y anular con exactitud las leyes de la transición de los dos estados de la corriente;

2° Deducir de ello la expresión de la resistencia -- por lo menos para el caso más importante de un proceso estacionario — y con ello alcanzar la eliminación de la célebre paradoja de D'Alembert, eliminación que, desde luego, será ciertamente de carácter cualitativo. Intenta luego atacar el problema para la esfera y espera que, ya sea con estrictez ya por procedimientos numéricos, poder desarrollarlo lo suficiente para que sea posible una comparación de las resistencias calculadas con las observadas.

Entre tanto, hace resaltar el hecho de que el pasaje de los dos estados de la corriente, aparece en la realidad muy complicado; de modo que, por ejemplo, Heer Hopf se decidió o introducir, al lado de los dos estados nombrados, un tercero sin frotamiento, aunque no sin torbellinos.

Los distintos parágrafos están así titulados:

1° La forma corriente de la ecuación del movimiento:

2° El pasaje a las coordenadas generales;

3° El fundamento de la teoría de Prandtl:

4° Observaciones geométricas previas;

5° Hipótesis de Prandtl. Medición de la masa del espacio (no enclídeo). Problema de las dos dimensiones;

6° Expresiones reducidas;

7° Sistema diferencial desvalorado;

8° Condición del borde sobre la pared y en el pasaje de la corriente libre. Forma límite de la última para una velocidad que va disminuyendo;

9° Constantes que al sistema anterior permiten el transporte. — *C. C. D.*

ANALES DE LA ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS
FÍSICAS Y NATURALES DE BUENOS AIRES

DONNÉES CHIMIQUES SUR LA PIERRE MÉTÉORIQUE DE HINOJO

(PROV. DE BUENOS AIRES) (1)

PAR LE Dr ENRIQUE HERRERO DUCLOUX

RÉSUMÉ

L'auteur, après avoir donné les caractéristiques de cette pierre, ainsi que son analyse, conclue qu'elle a appartenu à un même morceau avec celle de « Indio Rico » et de « El Perdido », malgré que cette dernière a été trouvé à près de 230 km. de la première.

La pierre météorique en question a été trouvée dans une « chacra » (2) proche de la gare de Hinojo (F. C. S.) de la province de Buenos Aires, à peu de profondeur. C'est une masse hétérogène de couleur brun-ocracé à plusieurs tonalités, de surface irrégulière, inégale, rugueuse et pleine de cavités de formes et de diamètres différents; elle présente de grandes crevasses dont les bords font penser à son antiquité. Elle pèse 1155 grammes. Sa fracture est irrégulière signalant, d'un côté, sa structure complexe et, d'un autre, l'altération que le contact de la terre et des agents atmosphériques ont produit à travers sa masse par les crevasses et les fentes de la roche.

La reproduction photographique (fig. 2) illustre cette hétérogénéité d'aspect; dans la surface polie, se détachent les inclusions métalliques (taches blanches) brillantes, de formes capricieuses, aux nuances argentées et aciérées selon les incidences de la lumière, involucrées dans de silicates verts obscurs (gris dans la figure) qui se présentent, à leur tour, mélangés à des oxydes et des silicates noirâtres (noirs dans la figure) qui offrent des reflets rougeâtres ou bruns sous un jour approprié. Les zones d'altération possèdent toutes les couleurs et toutes les tonalités des oxydes de fer à divers degrès d'hydratation et d'oxydation, depuis l'ocre rouge jusqu'au jaune.

(1) Communication faite à l'Académie le 19 mai 1928. Version par C. C. D.

(2) Établissement rural destiné au labourage.

Il prend un beau polissage et il est tellement dur qu'il raye le verre. Il se pulvérise facilement abandonnant de petits noyaux irréguliers de fer nickelifère, et de sulfure, tous deux magnétiques ; et la poudre a une couleur qui s'identifie au *brun sepia* 300, tonalité 1 du repertoire international (1).

La densité déterminée sur des fragments isolés et sur la masse totale a donné de 3,407 à 3,411.

Le fractionnement au moyen d'un aimant est difficile à cause de la forme extrèmement irréguliére des inclusions métalliques qui retiennent des quantités apréciables de silicates, fait prouvé par l'examen à la loupe ainsi que par les résultats de l'analyse fractionnée, comme nous le verrons plus loin ; l'hétérogénéité de la masse est également, mise en évidence par les chiffres suivants qui correspondent a trois fractionnements :

Partie magnétique	30.462	17.86	19.77
Partie non magnétique.....	69.538	82.14	80.23

calculés pour cent unités de poids. Je ne dirai rien des méthodes employées dans le travail analytique car elles sont les mémes que j'ai indiqué dans d'autres travaux.

Or, comme je soupçonnai une parenté entre cette pierre météorique et celles déjà étudiées de « El Perdido » (2) et de « Indio Rico » (3) j'ai suivi pour l'analyse fractionnée, une marche semblable à celle suivie pour ces dernières et mes prévisions ont ainsi trouvé un appui indiscutable.

Voici les premiers résultats obtenus :

ANALYSE FRACTIONNÉE

1. *Fraction non magnétique*

a) Fraction soluble dans HCl : 57.100.

SiO_2	14.200	CaO	0.316
Al_2O_3	0.585	MgO	12.828
FeO, Fe_2O_3	26.340	K_2O	vest.
MnO.....	0.137	Na_2O	0,390
Cr_2O_3.....	0	P_2O_5	0,387
NiO	1.358	H_2O et perte.....	0.521
CoO	0.038		

(1) René Oberthur et Henri Dauthenay, *Repertoire de Couleurs*, Paris, 1905.

(2) E. Herrero Ducloux, *Nota sobre el meteorito de « El Perdido »*, en *Revista del Museo de La Plata*, tome XVIII, pages 29-33, Buenos Aires, 1911.

(3) Jean J. J. Kyle, *La piedra meteórica del « Indio Rico »*, en *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, tome XXIV, pages 128-132, Buenos Aires, 1887.

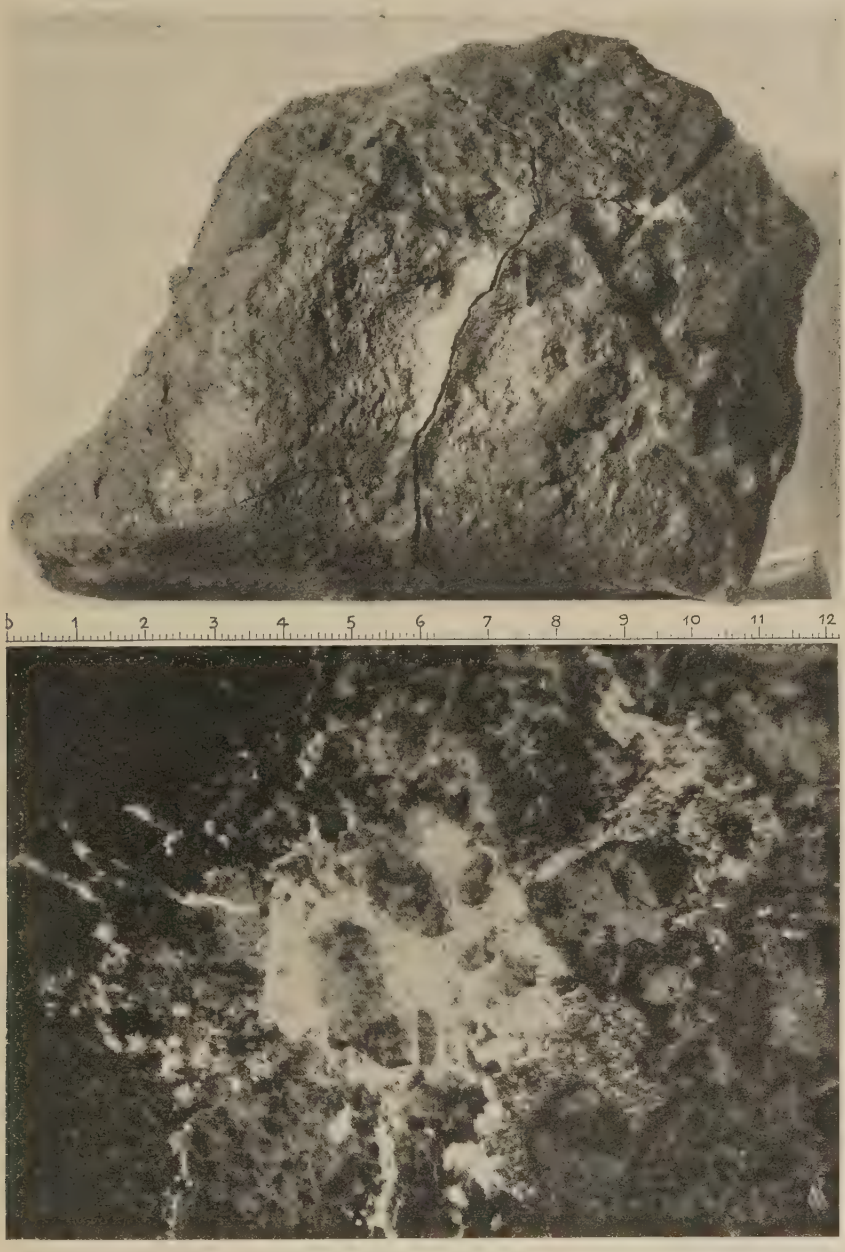


Fig. 1. — Photographie directe du météorite de Hinojo. Fig. 2 (au dessous). — Surface polie

b) Fraction insoluble dans HCl : 42.900.

SiO_2	23.770	CaO	2,063
Al_2O_3	1.785	MgO	12,828
FeO, Fe_2O_3	4,920	K_2O	0,170
MnO	0,630	Na_2O	1.109
Cr_2O_3	vest.	P_2O_5	—
NiO	vest.	Perte	0,275
CoO	—		

2. *Fraction magnétique*

Résidu insoluble	41.525	Ni	0.908
Al_2O_3, Fe_2O_3	23.885	Co	0.046
CaO	0.266	S	1.766-1.853
MgO	9.000	P	0.104-0.105
NiO	1.489	Cr, Mn	vest.
Fe	21.482		

J'ai étudié ensuite la fraction pétrée comme un tout, comme un silicate complexe laissant de côté sa solubilité dans l'acide chlorhydrique. Voici les résultats obtenus :

Fraction pétrée ou non magnétique

SiO_2	37.320	CoO	0.046
Al_2O_3	2.410-2.254	CaO	2.475
FeO	13.360	MgO	21.787
Fe_2O_3	17.975	K_2O	0.207
MnO	0.652	Na_2O	1.653
Cr_2O_3	vest.	P_2O_5	0.480
NiO	1.516-1.614	Eau et perte	0.119

Et avec ces chiffres et celles qui correspondent à la partie métallique proprement dite de la fraction magnétique, j'ai calculé aisément les données de composition totale de la roche qui devaient servir à la détermination de la constitution minéralogique suivant les normes aujourd'hui classiques pour ce genre de recherches.

Cette composition totale est synthétisée dans le tableau suivant :

Composition totale

SiO_2	34.33	K_2O	0,19
Al_2O_3	2.22	Na_2O	1.52
FeO	12.29	P_2O_5	0.44
Fe_2O_3	16.53	Fe	6.61
MnO	0.59	Ni	0,27
Cr_2O_3	vest.	Co	0.01
NiO	1.39	S	0.54
CoO	0.04	P	0.03
CaO	2.27	Eau et perte	0.69
MgO	20.04		

La labeur qui conduit à la classification du météorite etudié peut être suivie dans les tableaux suivants :

	Pour cent	Molécule	Apatite	Troïlite	Magnetite	Chromite	Orthose	Albite	Acmite	Diopside	Résidu	Hypersthène	Olivine
SiO_2	34.33	572	.	.	.	.	12	114	20	60	366	163	203
Al_2O_3	2.22	21	.	.	.	.	2	19	.	.	.	.	.
FeO	12.29	170	.	.	98	v.	.	.	.	**8**	64	26	64
Fe_2O_3	16.53	103	.	.	**98**	.	.	.	5	.	.	.	.
MnO	0.59	8	.	.	.	.	.	.	.	.	8	.	.
Cr_2O_3	v.	—	.	.	.	v.	.	.	.	.	.	.	.
NiO	1.39	18	.	.	.	.	.	.	.	.	18	.	.
CoO	0.04	0.5	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
CaO	2.27	40	10	.	.	.	.	.	.	30	.	.	.
MgO	20.04	501	.	.	.	.	.	.	.	**22**	479	137	342
K_2O	0.19	2	.	.	.	.	2	.	.	.	.	.	.
Na_2O	1.52	24	.	.	.	.	.	19	5	.	.	.	.
P_2O_5	0.44	3	3	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
Fe	6.61	—	.	17	.	.	.	.	.	.	.	.	.
Ni	0.27	—	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
Co	0.01	—	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
S	0.54	17	.	17	.	.	.	.	.	.	.	.	.
P	0.03	—	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
H_2O et perte	0.69	—	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Formule	Poids molec.	Espèce		Norme			
$K_2O, Al_2O_3, 6SiO_2$	556×2	: Ortoklas	1.11	F 11.06		Sal	11.06
$Na_2O, Al_2O_3, 6SiO_2$	524×19	: Albite	9.95				
$Na_2O, Fe_2O_3, 4SiO_2$	462×5	: Achmite	2.31				
CaO, SiO_2	116×30	Diopside	6.73	P **26.17**			
FeO, SiO_2	132×8						
MgO, SiO_2	100×22						
FeO, SiO_2	132×26	Hypersthène	17.13		P+O **56.63**		
MgO, SiO_2	100×137						
$2FeO, SiO_2$	102×64	Olivine	30.46	: O 30.46			
$2MgO, SiO_2$	70×342						
FeO, Fe_2O_3	232×98	: Magnetite	22.73	M 22.73		Fem	**88.70**
FeO, Cr_2O_3	224	: Chromite	v.				
$3CaO, P_2O_5$	310×3	: Apatite	0.93				
FeS	88×17	: Troïlite	1.49	A 9.34			
Fe_nNi_m		: Fernickel	6.92				
$(FeNi)_3P$		: Schreibersite					

$$\frac{Sal}{Fem} < \frac{1}{7}\ \text{Perfemic}\ \frac{POM}{A} > \frac{7}{1}\ \text{Persilicic}\ \frac{PO}{M} < \frac{7}{1} > \frac{5}{3}\ \text{Dopolic}$$

Classe — Sousclasse I — Ordre 2

$$\frac{P}{O} < \frac{5}{3} > \frac{3}{5}\ \text{Pyrolic}\quad \frac{CaO + MgO + FeO}{Na_2O} > \frac{7}{1}\ \text{Permilic}\quad \frac{MgO + FeO}{CaO} > \frac{7}{1}\ \text{Permiric}$$

Section 3 — Rang 1 — Section 1

$$\frac{MgO}{FeO} < \frac{7}{1} > \frac{5}{3}\ \text{Domagnesic}$$

Sousrang 2

Type : Travisose (1).

Si nous considérons maintenant les données obtenues dans l'analyse de la pierre météorique de « El Perdido » résumé dans le tableau suivant.

Composition chimique de « El Perdido »

SiO_2	35.091-34.500	MgO	18.397
Al_2O_3	**5.305**	K_2O	0.096
FeO	5.844-6.151	Na_2O	1.205
Fe_2O_3	17.994	Fe	6.571
MnO	0.431-0.440	Ni	0.550
NiO	0.695-0.798	SFe	**3.704**
CoO	2.220	H_2O et perte	1.897

et si nous rappelons que son identité avec le météorite de « Indio Rico » fut, à son heure, hors de doute, nous nous voyons forcément inclinés à admettre également que cette pierre metéorique de « Hinojo » est sœur des précédentes, c'est à-dire, que les trois doivent parvenir de fragments d'une même masse originaire, dans l'espace, sans que nous puissions assurer la simultanéité de leur chûte car nous ne connaissons d'aucune d'elles, la date; mais, aussi, sans négliger l'hypothèse qu'elles proviennent d'une explosion, à une énorme hauteur malgré qu'il y ait près de 230 km entre les gares de « Hinojo » et « El Perdido ».

Avant de terminer, je tiens à constater la valeur de la classification que mon vénéré maître, le docteur J. J. J. Kyle, donna jadis au météorite de « Indio Rico », car, malgrè la pauvreté du matériel bibliographique existant ici à cette époque, et du manque d'études systhématiques telles que celles que nous possédons aujourd'hui, il réussit à le placer dans le type *Pultuskosa* en le comparant à la pierre de Dhurmsala, trés proche, sous plusieurs points de vue, de celui que nous signalons au nôtre.

(1) Oliver Cummings Farrington, *Analyses of stone meteorites compiled and classified*, en *Field Museum of Natural History*, III, nº 9, Chicago, 1911.

NOTE SUR LE MÉTEORITE « EL MOCOVÍ » [1]

PAR LE Dr ENRIQUE HERRERO DUCLOUX

RÉSUMÉ

Après une description de ce météorite, l'auteur établit sa différence avec celui nommé « El Toba ». Il signale les caractéristiques de ce dernier. Il donne son analyse, et conclue qu'on ne peut admettre ce météorite dans le groupe I, *Siratik*, des ataxites.

« El Mocoví » a été trouvé par le bûcheron Arturo Medina, le 17 août 1925, à « Los Guanacos », de la colonisation Zuberbühler, à 15 km. au sud-est de la gare Gancedo, dans la région de « Campo del Cielo », jurisdiction de la « Gobernación del Chaco ».

Le docteur Antenor Alvarez le décrit ainsi : « cette masse ferrique sidérale, fragment du grand météorite du Chaco, à forme sphérique, mesure 73 cm. de long, 53 cm. de large et 61 cm. de hauteur; il pèse 732 kgr. ; sa surface est rugueuse, à petites cavités et prominences ; il se trouve revêtu d'une couche, ou croûte, de couleur obscure opaque, extrêmement mince et étendue comme du vernis ; on la considère comme produite par les températures élevées que le météorite a dû éprouver à son passage par l'atmosphère ; et cette couche l'a préservé de l'action destructive des agents téluriques, d'où l'état de conservation qu'il présentait quand on l'a trouvé, malgré les siècles d'intempérie sous des conditions les plus défavorables, qu'il a dû éprouver ».

« El Mocoví » prend, aisément, un polissage parfait, mais il se sépare quelque peu de « El Toba», quand on l'attaque par des réactifs tels que le chlorure mercurique, l'acide hydrochloroaurique, le sulfate cuprique, le trinitrophenol et les acides à concentrations diverses ; la surface inégale, rugueuse et granulaire, que le second offrait, prend, dans le premier, des caractères nouveaux ; car les lignes de

(1) Communication faite à l'Académie le 19 mai 1928. Version par C. C. D.

Neumann se distinguent presque à l'œil nû, et par leur fréquence, donnent parfois l'illusion de véritables figures de Widmanstatten que le microscope détruit, éloignant ainsi la possibilité d'admettre l'existence de *tenite* et de *plessite*. Au surplus, la complexité de la masse est plus évidente et peut être appréciée par la lumière tombant avec oblicuité; c'est une sorte d'agrégat de nombreux individus de forme irrégulière de grandeurs différentes, comme soudés par du *fer métallique* et composés, presque entièrement, de *Kamacite ;* avec des inclusions inégalement répandues de *troïlite* (dominante),

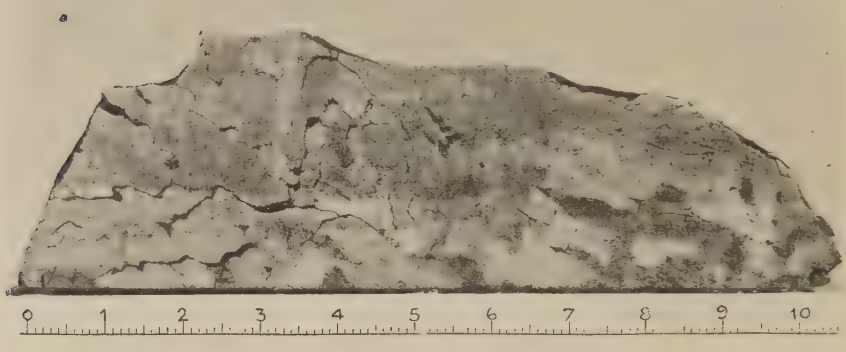


Fig. 1. — Photographie directe de la surface polie et corrodée

de *schreibersite* (petite quantité) et de graphite (peu), sans que cette afirmation puisse être considérée comme contradictoire aux données numériques de l'analyse minéralogique que je propose, où le sulfure figure en moindres quantités que le phosphure fer-nickelifère; car je fais ici référence à la masse observée et non aux échantillons analysés de *troïlite* de forme ellipsoïdale qui, par elle-même, est déjà considérable avec un grand axe de 21 mm. et un petit axe de 16 mm.

La densité même confirmerait pleinement, du reste, cette abondance de *troïlite* dans la masse principale, car ayant été déterminée avec de grands soins, elle m'a donné les chiffres suivants :

$$\text{Densité } 7.716 \div 7.672 \div 7.632$$

en opérant avec des fragments divers non moindres de 700 gr. chaque.

Les résultats analytiques relatifs à quatre échantillons divers, peuvent être ainsi résumés :

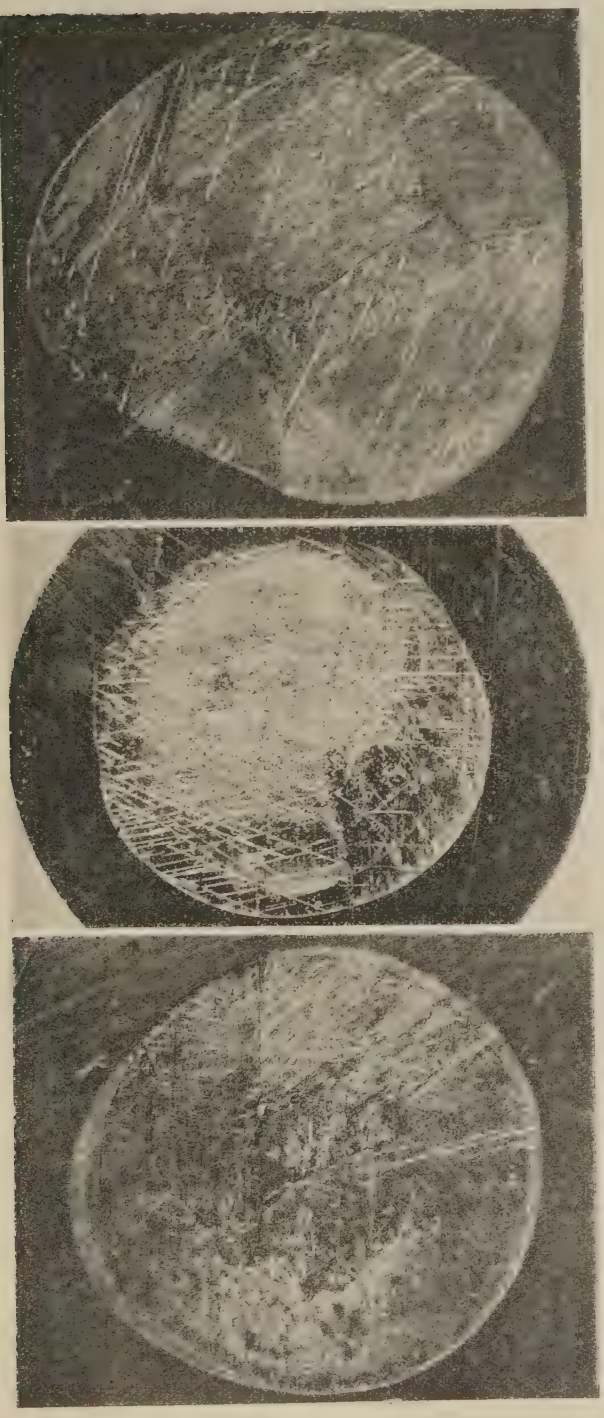


Fig. 2. — Figures obtenues par corrosion, montrant l'existence de différents individus dans la masse météorique

	1	2	3	4
Matière siliciqûe.	3.073	0.466	0.210	0.060
Fe.....	—	93.144	93.135	92.680
Ni.....	5.046	5.421	5.680	6.185
Co.....	0.248	0.296	0.304	0.312
C (graphitique)..	vest.	—	0.239	0.202
S.....	0.123	0.128	0.141	0.149
P.....	0.160	0.166	0.166	0.161
Cr.....	vest.	vest.	vest.	vest.
Mn.....	vest.	vest.	0.010	0.018

Métaux nobles (Ir, Ru, Os) 0.034 — 0.087.

Ce qui pourrait se traduire, d'après une composition minéralogique probable, en prenant pour type le troisième échantillon analysé, de la suivante manière :

Kamacite.....	$Fe_{14}Ni$	77.178
Troïlite.....	Fe_7S_8	0.357
Schreibersite.....	$(FeNiCo)_3P$	1.089
Chromite.....	Cr_2O_3FeO	vest.
Graphite	C	0.239
Fer.....	Fe	20.810
Partie silicique....		0.215

On ne peut affirmer qu'il existe de la *cohénite* ou *campbellite* de par la distribution irrégulière du graphite et du manque de sureté inévitable qu'il résulterait d'appliquer les méthodes classiques à fractions différentes, quoique l'on puisse supposer que, s'il en existait, ce ne pourrait être que dans de très faibles quantités.

Les métaux nobles ont été également signalés ici comme chez « El Toba », ce qui, par lui seul, constituera un argument précieux en faveur de la parenté étroite des deux sidérites.

Quant à la classification qui lui correspond, je réaffirme mes conclusions relatives à « El Toba » ; on ne peut admettre que ces deux sidérites rentrent dans le groupe I. *Siratik* des ataxites, qui dans le système Rose-Tschermack-Cohen correspond aux ataxites pauvres en nickel (groupe A), constituant un type spécial du groupe D, c'est-à-dire, des ataxites à traits cubiques, quoique les proportions de nickel soient très faibles vis-à-vis des quantités qu'offrent les sidérites que Farrington (1) place en ce lieu.

La Plata, Instituto de Investigaciones Químicas.

(1) A. Cummings-Farrington, *Catalogue of the collection of meteorites*, Publ. 188, *Geological Series*, III, n° 10, *Field Museum of National History*, Chicago, 1926.

RECEPCIONES Y DISTINCIONES

Recepción pública del ingeniero Eduardo Latzina, de los doctores Abel Sánchez Díaz y Raúl Wernicke y entrega de los premios municipales «Doctor Eduardo L. Holmberg», relativos a los años 1928 y 1929, a los doctores José Yepes y Pablo Groeber, el 13 de agosto de 1931.

En su sesión del 15 de junio de 1929 la Academia, con el *quorum* necesario, tomó en consideración las siguientes notas que se habían presentado en la sesión anterior del 31 de mayo de 1929.

Buenos Aires, 31 de mayo de 1929.

Señor Presidente de la Academia:

Tenemos el honor de dirigirnos a usted proponiendo a los señores ingenieros Eduardo Latzina, José A. Medina y doctor Teófilo Isnardi, como miembros titulares de nuestra Corporación.

La lista de los trabajos que se acompañan justifica la propuesta.

Saludamos a usted atentamente.

C. C. Dassen. — H. Damianovich. — P. T. Vignau. — Ángel Gallardo. — Félix Aguilar. — A. Sordelli. — M. Doello-Jurado.

RESEÑA DE LOS TRABAJOS DEL INGENIERO LATZINA

Publicaciones

Cálculo gráfico de los reguladores axiales.

La enseñanza técnica superior e intermedia en los principales países de Europa.

Reglamento para la enseñanza del dibujo técnico.

Regulación de los motores térmicos.

Turbinas de vapor.

Ensayos efectuados con el motor de vapor compound de 200 caballos, del laboratorio de máquinas de la Escuela Industrial de la Nación.

Poderes caloríficos de maderas argentinas. Ensayos efectuados en el laboratorio de máquinas de la Escuela Industrial de la Nación.

¿ Aparato o máquina ?

Hidráulica para industriales.

Versión española del *Tratado de matemáticas elementales,* por Gustavo Holzmüller, tres tomos.

Numerosas memorias impresas relacionadas con la enseñanza técnica intermedia y artículos sobre temas diversos publicados en diarios y revistas del país y del extranjero.

Acción directiva

Nombrado en 1910 director de la Escuela Industrial de la Nación, promovió la reforma de los planes de estudios de los cursos diurnos y nocturnos, obteniendo la implantación de cursos especiales de petróleo; propuso la organización de las especialidades de construcción naval y textil; organizó todos los laboratorios en forma de que en ellos pudieran efectuarse ensayos para las reparticiones técnicas nacionales y para particulares, y perfeccionó la enseñanza de la electrotécnica implantando laboratorios de electromecánica y electroquímica, un taller de galvanotécnica y otro especial para trabajos manuales de electricidad. Con la suma de 80.000 pesos que le acordó en 1912 el ministro Garro, instaló el laboratorio de máquinas — el primero que funcionó en el país — y que es actualmente el que dispone de más elementos para el estudio práctico de las máquinas. Introdujo importantes mejoras en el laboratorio de ensayos de materiales, dotándolo de nuevas máquinas y de diversas comodidades para el profesor y los alumnos; modernizó los departamentos de física y química, dotándolos de comodidades y elementos de trabajo para la enseñanza práctica.

Para que las prácticas industriales pudieran llevarse a cabo en forma eficiente, instaló plantas de frigorífico, cremería, aceites, tintorería, cerámica y jabonería, proveyendo a cada una de las correspondientes maquinarias.

Creó un museo tecnológico, el mejor de Sud América en su género.

Es también fundador de la biblioteca tecnológica de la Escuela, que cuenta hoy con 17.000 volúmenes, etc., etc.

Actuación universitaria

Su actuación universitaria como catedrático en las universidades de Buenos Aires y La Plata abarca 29 años; sería demasiado largo e innecesario detallarla aquí.

Omitimos la reseña de los trabajos del ingeniero Medina, por no haber éste aceptado el cargo para el que se le propuso y designó.

Omitimos también la del doctor Teófilo Isnardi porque la reservamos para cuando se incorpore a la Academia, lo que ocurrirá en una próxima sesión.

Buenos Aires, mayo 31 de 1929.

Señor Presidente de la Academia:

Tenemos el honor de dirigirnos a usted proponiendo al profesor doctor P. Abel Sánchez Díaz para el cargo de miembro titular de nuestra Corporación.

La lista de los trabajos del doctor Sánchez Díaz que elevamos adjunta, de acuerdo con nuestros estatutos, no muestra sino un aspecto de la labor desarrollada por nuestro candidato, desde que se graduara en nuestra Universidad hasta hoy, pero basta para demostrar que es elemento valioso para las funciones que están reservadas a nuestra Academia.

Con alta consideración.

E. Herrero Ducloux. — P. T. Vignau. — Ángel Gallardo. — H. Damianovich. — M. Doello-Jurado. — Félix Aguilar.

RESEÑA DE LOS TRABAJOS DEL DOCTOR SÁNCHEZ DÍAZ

Publicaciones

Aleaciones. El bronce calchaquí (1909).

Aleaciones indígenas (1910).

Reacciones catalíticas y su papel en la química inorgánica y orgánica (1915).

El Primer Congreso Nacional de Química (1919).

La fábrica de cemento San Martín (1919).

Fomento de la industria del acero (1919).

La Conferencia Económica Nacional (1919).

Arancel profesional (1919).

La Industria del Cemento Portland en la República Argentina (1919).

Los Gases asfixiantes y su empleo en la guerra (1920).

Un señalado progreso en los revestimientos metálicos: el procedimiento Schoop (1921).

Los peligros del hidrógeno en los dirigibles (1921).

Las bombas explosivas en Buenos Aires. Necesidad de leyes de represión (1921).

Aprovechamiento industrial del nitrógeno atmosférico (1921).

La adulteración de los cheques y el uso de la tinta china (1921).

Nuevos métodos de curtido en la industria argentina de los cueros (1922).

Quemaduras con ácido sulfúrico (1922).

Tintas indelebles y eliminación de escrituras. Datos para su estudio químico-legal (1922).

La Asociación Química Argentina en su primer decenio (1922).
La Industria del Azufre en Estados Unidos (1923).
Los Estudios de Candlot y el progreso de la industria del cemento (1923).
La tendencia profesional de los estudios químicos del país (1923).
La explotación del salitre de Chile, su importancia comercial (1923).
El caolín de Sijan (Catamarca) (1924).
La industria de los ácidos minerales en la República Argentina (1924).
La Cerámica argentina en la industria y en el arte (1925).
El plomo de Jujuy: su importancia industrial (1925).
Fomento de la industria del aceite de olivas (1928).
La fabricación industrial del carburante nacional (1928).

Actuación universitaria y profesional

Veinte años de actuación en el profesorado universitario; diez años en el desempeño como profesor titular de la cátedra de química tecnológica en la Universidad de La Plata; veinte años de ejercicio profesional en cargos técnicos, misiones oficiales, labores docentes, etc.

Buenos Aires, mayo 31 de 1929.

Señor Presidente de la Academia:

Los que suscriben, considerando que el doctor Raul Wernicke tiene en nuestro país una actuación destacada en el ramo de las ciencias físico-químicas, como lo demuestra la adjunta lista de trabajos de investigación científica realizados, y de los cargos de la índole desempeñados, tenemos el agrado de presentarlo para ocupar un lugar en nuestra Academia.

Saludan al señor Presidente con la mayor consideración.

H. Damianovich. — E. Herrero-Ducloux. — M. Doello-Jurado. — Félix Aguilar. — N. Besio Moreno. — Ángel Gallardo.

RESEÑA DE LOS TRABAJOS DEL DOCTOR RAUL WERNICKE

Los cambios de coloración de las soluciones de cobalto (1912).
Método de medidas de pequeñas tensiones, en colaboración (1915).
Tensiones de vapor del hielo a muy bajas temperaturas, en colaboración (1916).
Eliminación del arsénico de las aguas de la región de Bell Ville, en colaboración (1918).
Eliminación del vanadio de las aguas arsenicales de la región de Bell Ville, en colaboración (1918).
Sobre la naturaleza del antígeno heterogenético, en colaboración (1919).

Influencia de los azúcares sobre la producción de toxina diftérica, en colaboración (1919).

La teoría hidrotelúrica de Bischer y su aplicación a las regiones de bocio endémico en la Argentina (1919).

Relación entre los lipoides y los fenómenos de la inmunidad, en colaboración (1919).

Ensayos con la cámara desinfectante de Hartmann (1921).

Investigaciones sobre oligodinamia. Caso particular de la activación del agua destilada por el cobre y sus óxidos, en colaboración (1921).

Electrodiálisis del suero antidiftérico de caballo (1922).

Determinación de las bases totales del suero y demás líquidos orgánicos por electrodiálisis y otras aplicaciones de este nuevo método analítico (1923).

Propiedades físicas del líquido hidático, en colaboración (1922).

Método de preparación de la insulina (1924).

Acción de la insulina sobre reserva alcalina y pH de sangre del caballo, en colaboración (1924).

La electrodiálisis aplicada al análisis químico (1924).

Preparación de la insulina, en colaboración (1924).

Naturaleza del antígeno heterogenético, en colaboración (1924).

Determinación del pH en el jugo gástrico, en colaboración (1924).

Acción de la insulina sobre el pH de la sangre en el conejo, en colaboración (1924).

Sobre la precipitación de las proteínas antitóxicas del suero antidiftérico de caballo, por electrodiálisis (1925).

Electrodiálisis de sueros antitóxicos, en colaboración (1926).

Reacciones del oro coloidal con las proteínas. Comportamiento de la seroalbúmina de caballo electrodializada con oros coloidales dializados y sin dializar, en colaboración (1926).

Consideraciones sobre la reacción de Lange, en colaboración (1926).

Observaciones sobre el micrométodo de Hagedarn y Jensen de dosage de glucosa en sangre, en colaboración (1926).

La acción oligodinámica de la plata, en colaboración (1926).

Medición biológica de la Insulina, en colaboración (1927).

Algunos datos para la obtención del oro coloidal para la reacción de Lange, en colaboración (1927).

Acción oligodinámica de la plata, en colaboración (1928).

Ensayos de purificación del suero anticarbuncloso, en colaboración (1928).

Un microelectrodo de hidrógeno, en colaboración (1928).

Purificación del suero anticarbuncloso (II), en colaboración (1929).

En preparación :

a) Purificación de sueros antitóxicos por coagulación, en colaboración.

b) Purificación de sueros antitóxicos por absorción, en colaboración.

c) Nuevos ensayos sobre actividad oligodinámica.

Artículos, conferencias, etc.

Los fenómenos de electrósmosis y electrodiálisis y sus aplicaciones técnicas (1922).
La concentración de iones hidrógeno (1922).
Importancia biológica del ion hidrógeno, en colaboración (1922).
La concentración de iones hidrógeno (1923).
Los Coloides (1923).
Cambios de estado (1925).
Teoría de las soluciones (1925).
Guía de Trabajos Prácticos en Física Biológica, en colaboración (1925).
El Equilibrio Donnan (1925).
La Absorción (1925).
El motor humano (1926).

Actuación universitaria y profesional

Veinte años de actuación universitaria y otros tantos de ejercicio profesional en los más variados cargos.

Cumplidos los requisitos establecidos por los estatutos para esos nombramientos, fueron designados miembros titulares de la Academia el ingeniero Latzina y los doctores Sánchez Díaz y Wernicke.

Habiendo los electos aceptado el cargo, recién a fines del mes de julio, comunicaron tener listos sus trabajos de incorporación, fijándose finalmente para el día 13 de agosto de 1931 la recepción pública de los nuevos académicos, conviniéndose conjuntamente hacer entrega a los doctores José Yepes y Pablo Groeber, de los premios municipales «Doctor Eduardo L. Holmberg», relativos respectivamente a los años 1928 y 1929, según adjudicación que se le hiciese con anterioridad (1). Resolvióse invitar personalmente al señor Ministro de Justicia e Instrucción pública y al Intendente Municipal, y hacerlo con notas especiales a los Presidentes de Academia, Decanos de Facultades, Rector de la Universidad de Buenos Aires, Interventor de la de La Plata y Director del Departamento Nacional de Higiene.

El acto se realizó en el salón de grados de la Facultad de Ciencias calle Perú 222, que había sido adornado por la Intendencia Municipal para la circunstancia. Comenzó a las 18.15 horas, ante un numeroso público que llenaba totalmente el salón. En el estrado ocupaba la parte central el presidente de la Academia, ingeniero doctor Ángel

(1) Véase *Anales de la Sociedad Científica Argentina,* tomo CXI, página 238.

Gallardo, quien tenía a su derecha al doctor Adolfo Mujica, representante del Intendente municipal; luego estaban sentados los académicos recipiendarios: ingeniero Eduardo Latzina, doctor Abel Sánchez Díaz y doctor Raúl Wernicke. A la izquierda del presidente tomaron asiento el decano de la Facultad, ingeniero Luis Curutchet, y los doctores Pablo Groeber y José Yepes. Asistieron al acto los académicos E. Herrero Ducloux, Claro C. Dassen, Luis J. Dellepiane, Nicolás Besio Moreno, Enrique M. Hermitte, Martín Doello-Jurado, Mauricio Durrieu, Franco Pastore, Pedro T. Vignau, Félix Aguilar y Teófilo Isnardi. Vimos entre la concurrencia a los doctores Nicolás Lozana, Luis Agote, Bernardo Houssay, Gregorio Aráoz Alfaro, numerosos profesores y consejeros de la Facultad de Ciencias y de Medicina, y otras personas de figuración científica y universitaria. El rector de la Universidad, doctor Castex, pasó también a saludar los nuevos académicos. Excusó su inasistencia el señor Ministro de Justicia e Instrucción pública.

Inició el acto el presidente doctor Gallardo quien, a medida que fué entregando los respectivos diplomas a los recipiendarios, hizo el elogio de los mismos. Dijo lo siguiente:

Señores:

En un ambiente sereno y modesto desarrolla su acción la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Sin el prestigio de las viejas academias europeas, sin haberse revelado en su seno descubrimientos científicos trascendentales, nuestra Academia va preparando pacientemente los cimientos de la investigación científica argentina. Así, lenta y silenciosamente, se han elaborado en todas partes, los fundamentos de estas instituciones científicas desinteresadas, tranquilos puestos de refugio del pensamiento humano en medio de las agitaciones y angustias de la vida moderna.

La calma y desapasionamiento no deben confundirse con la indiferencia por los problemas de interés general. También se sirve a la patria en el estudio prolongado y metódico de algún punto de interés teórico o práctico, que podrá ser más tarde de aplicaciones útiles, o servir de solaz al espíritu.

Se hace también conocer el nombre argentino en los ambientes científicos extranjeros, aportando, aunque sea un diminuto grano de arena, a la obra incesante de la conquista de la verdad, e incorporando el pensamiento nacional al inmenso concierto intelectual del mundo. Recorriendo la bibliografía internacional de la ciencia, se encuentran con placer, y cada día con mayor frecuencia, algunas palabras argentinas que han trascendido de nuestras fronteras y han entrado a formar parte del acervo científico universal.

Pues si la ciencia no tiene patria, como tantas veces se ha dicho, los hom-

bres de ciencia la tienen y experimentan una profunda satisfacción patriótica al tratar de mejorar la contribución de su país a la obra común.

Asi como un árbol se viste anualmente de gala en su floración, interrumpe hoy la Academia su monótono y callado trabajo cuotidiano para incorporar en su seno tres nuevos académicos y entregar dos premios a los mejores trabajos sobre ciencias naturales publicados en esta ciudad durante los años 1928 y 1929.

Los nuevos académicos que hoy se incorporan son : el ingeniero Eduardo Latzina y los doctores Abel Sánchez Díaz y Raúl Wernike, tres hombres jóvenes y ya cargados de méritos, que la Academia ha considerado y aquilatado atentamente para determinar su elección.

Otros nuevos académicos, no menos meritorios, se incorporarán en una futura sesión, cuando hayan terminado sus trabajos reglamentarios de ingreso a la Academia.

El ingeniero Eduardo Latzina ha realizado una obra fecunda en la enseñanza y en el libro.

Nacido en Córdoba, estudió en Buenos Aires; graduándose de ingeniero civil en la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, con la medalla de oro, como alumno sobresaliente de su curso. Apenas recibido, se incorporó a las obras del Puerto militar, que dirigía el ingeniero Luiggi, donde permaneció pocos meses, pues fué llamado por la Facultad para que dictara, como profesor suplente, el curso de Teoría de la Elasticidad, durante la ausencia del profesor Duclout.

En 1905 fué nombrado profesor titular de Motores hidráulicos, Reguladores y Máquinas agrícolas, cátedra creada para la carrera de Ingeniería Mecánica, que se transformó más tarde en un curso especial de máquinas para la nueva carrera de Ingeniero Industrial.

En 1910, por retiro del ingeniero Krause, fue confirmado como titular en la cátedra de Máquinas para ingeniería civil.

Su principal esfuerzo lo consagró a la Escuela Industrial de la Nación, que lleva hoy el nombre de su fundador y organizador, el ingeniero Otto Krause, venerado maestro de nuestra generación, a quien reemplazó dignamente Latzina en la dirección de la Escuela, prosiguiendo sin desmedro alguno la tarea del fundador, de quien había sido colaborador eficaz.

En efecto, antes de recibirse de ingeniero, había obtenido su primer cargo docente en el Departamento industrial de la Escuela Nacional de Comercio, Departamento que después se transformó en la Escuela Industrial de la Nación.

Allí enseñó Latzina : Matemáticas, Dibujo de Máquinas, Estática gráfica, Elementos de máquinas, Mecánica, Electrotécnica, Hidráulica y Práctica en el laboratorio de máquinas.

Nombrado vicedirector en 1904, pasó a ocupar la dirección en 1910, vinculando su nombre a todos los progresos de la Escuela durante los últimos veinte años, que han sido realmente fecundos.

También ha dictado, en 1930, en la Universidad de La Plata, cursos de Tecnología mecánica y de Elementos de Máquinas y Mecanismos.

Ha escrito y publicado varios trabajos sobre las materias de su especialidad: reguladores, turbinas, bombas, calderas, poder calorífero de maderas argentinas, etc.

Es muy conocida y apreciada su traducción castellana de los textos alemanes de Matemáticas elementales del profesor Gustavo Holzmüller.

Habiéndose jubilado, jóven aún, el ingeniero Latzina ha de continuar sus estudios predilectos, dando a la publicidad los resultados elaborados durante su tarea docente y administrativa y en sus viajes a Europa. La Academia espera tener en él un activo y eficaz colaborador.

Recibid, ingeniero Latzina, el diploma que os acredita como miembro de esta Corporación.

El doctor Abel Sánchez Díaz es farmacéutico de la Facultad de Ciencias Médicas y doctor en química de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires, desde 1909.

Además de diversas suplencias y cursos parciales, es profesor de química industrial en esta Facultad y de Química tecnológica en la Universidad nacional de La Plata, de cuya Facultad de Química y Farmacia es actualmente interventor, después de haber sido decano desde 1923 a 1926.

Ha desempeñado y desempeña diversos cargos técnicos en la Oficina Química Nacional, en la División de Minas, Geología e Hidrología y como químico de la Policía de la Capital.

Ha tomado parte activa en varias sociedades y congresos científicos, tanto en el país como en el extranjero, destacándose su acción en la VIII Conferencia de Química Pura y Aplicada de Varsovia, en 1927; en el VII Congreso de Química Industrial de París y en los actos conmemorativos del Centenario de Berthelot, celebrados en París en 1927.

Presidió la Asociación Química Argentina de 1928 a 1929.

En diversas revistas científicas publicó numerosos trabajos sobre aleaciones, reacciones catalíticas, industria del acero, de cementos, del azufre, del salitre, del plomo, la cerámica, el aceite de olivas, etc.; sobre gases asfixiantes, bombas explosivas, adulteraciones de cheques y sobre la fabricación industrial del carburante nacional, asunto de gran atualidad.

El doctor Sánchez Díaz se encuentra en plena actividad científica y profesional, y su incorporación a nuestra Academia, cuyo diploma le entrego en este acto, nos asegurau un colaborador de primer orden.

También el doctor Raúl Wernicke es: doctor en química de nuestra Facultad de Ciencias desde 1912; profesor de Física en el Liceo Nacional de Señoritas y de Física y Química en la Escuela Normal de Lomas de Zamora; jefe de trabajos y profesor suplente en varias facultades; es profesor titular de Física en la Facultad de Agronomía y Veterinaria y encargado del

Curso de Físico-Química de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires.

Ha presidido en dos períodos, de 1924 a 1928, la Asociación Química Argentina, de la cual es socio fundador.

Es jefe, desde 1919, de la Sección físico-química biológica del Instituto Bacteriológico del Departamento Nacional de Higiene y ha tomado parte activa en diversas sociedades y congresos científicos. Presidió la excursión de universitarios y profesores realizada en Alemania y Austria en 1926, por iniciativa de la Asociación Química Argentina, habiendo sido becado para estudiar en Europa por el ministerio de Instrucción pública de 1913 al 1914.

Ha publicado numerosos trabajos científicos: sobre los cambios de coloración de las soluciones de cobalto, estudios sobre las pequeñas tensiones; eliminación del arsénico y del vanadio de las aguas de Bell Ville; sobre la naturaleza del antígeno heterogenítico; sobre la preparación de la insulina, y muchos otros sobre iones, sueros y acción oligodinámica de la plata y del oro.

Doctor Wernicke: tengo la satisfacción de entregaros el diploma de académico que habeis merecido por vuestros trabajos, y que ha de estimularos a continuarlos con el mismo o mayor entusiasmo que hasta ahora.

Antes de terminar estas palabras, que he tratado de hacer lo más breves posible, permitidme una expansión personal. A los títulos y antecedentes que he esbozado someramente, se agrega para mí el placer de que los nuevos académicos hayan sido alumnos míos, a los que profeso sincero afecto; de manera que esta ceremonia académica está impregnada para mí de una emoción casi paternal.

Una de las grandes satisfacciones de mi vida, es seguir atentamente la carrera ascendente de mis numerosos alumnos del Colegio Nacional, de la Facultad de Ciencias y de la Facultad de Medicina, durante treinta años de actuación docente.

En las más remotas regiones del país he encontrado, conmovido, antiguos alumnos que desarrollaban honestamente su actuación: unos al frente de obras públicas de importancia o de institutos científicos o de enseñanza; otros trabajando profesionalmente, con modestia y con perseverancia.

Aquí, en esta gran capital, varias instituciones científicas educacionales están dirigidas, o por lo menos cuentan con el concurso en cargos importantes de queridos ex alumnos, cuyos esfuerzos y triunfos me reconfortan en esta hora de declinación de mis fuerzas personales, demostrándome que la labor científica y docente, que ha sido la verdadera vocación de mi vida, queda en buenas manos, capaces de alcanzar resultados mucho más completos e importantes que los que yo haya podido vislumbrar.

Señores ingeniero Latzina y doctores Sánchez Díaz y Wernike, quedais reconocidos como miembros titulares de la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Buenos Aires.

Terminados los aplausos provocados por las palabras del señor Presidente y entrega de los diplomas, el doctor Gallardo cedió la palabra sucesivamente, al ingeniero Eduardo Latzina y doctores Abel Sánchez Díaz y Raúl Wernicke, quienes después de agradecer la distinción conferida y los conceptos vertidos por el señor presidente, hicieron una síntesis de sus trabajos de incorporación, que tratan respectivamente de: *Gasificación de maderas argentinas para la producción de energía con motores de gas pobre. Alquitrán de hulla. Factores que determinan la cualidad del agua utilizable en la obtención del oro coloidal por el método de Zsigmondy.*

Damos a continuación las síntesis de referencia.

Del ingeniero Latzina :

Gasificación de maderas argentinas para la producción de energía con motores de gas pobre, es el título de un trabajo de laboratorio que se relaciona con el problema de la economía de los combustibles.

El autor contempla la posibilidad de obtener un mejor rendimiento de nuestros bosques si, en lugar de destruirlos, se los somete a una explotación racional y metódica. Señala el mal aprovechamiento que tiene la madera que se quema en las calderas y el mayor rendimiento que se obtendría de ella gasificándola, para hacer funcionar motores de combustión interna. La gasificación industrial de la madera se realiza sin ningún inconveniente, y hoy se cuentan por millares los motores de gas pobre de leña instalados en todo el mundo.

El trabajo realizado por el autor comprende dos partes : la investigación experimental y el estudio económico. La primera se refiere a la determinación de los consumos de madera, con un motor de gas y otro de vapor. La segunda, tiene por objeto averiguar para ambos motores el precio de producción del caballo-hora, teniendo en cuenta los gastos totales de explotación.

Los experimentos se efectuaron en el laboratorio de máquinas de la Escuela Industrial de la Nación, y abarcaron las siguientes maderas : álamo, algarrobo, caldén, curupay, espinillo, guayacán, lapacho, ñandubay, quebracho blanco y colorado, sauce y urunday. Las pruebas comprendieron : la determinación de los poderes caloríficos de maderas y sus gases pobres ; la obtención de alrededor de 1500 diagramas térmicos y de trabajo, tomados de los motores de gas y de vapor; los análisis de los gases combustibles y de escape del motor, y los de todas las maderas y sus alquitranes. En estas pruebas se invirtieron cinco meses de trabajo de laboratorio.

Del estudio económico resulta evidente la superioridad del motor de gas pobre sobre el de vapor, cuando en ambos se utilizan desperdicios de madera cuyo precio no debe exceder de 15 pesos la tonelada. El autor considera

también la competencia que el motor Diesel hace al de gas pobre, y llega a las siguientes conclusiones :

1ª Todas las maderas ensayadas se prestan para la gasificación, unas más fácilmente que otras ;

2ª De estas maderas, las de mayor rendimiento en energía, son las de ñandubay, guayacán, algarrobo y quebracho colorado, para las cuales los ensayos de gasificación dieron consumos de 920, 980, 1100 y 1185 gramos por caballo-hora, respectivamente ;

3ª La madera de álamo, que abunda en las islas del delta, acusa igualmente buen rendimiento, pues 1230 gramos de este combustible pueden ser suficientes para desarrollar un caballo-hora ;

4ª De las maderas ensayadas, la mejor para combustión en calderas, es la de ñandubay. Le siguen por orden de importancia : quebracho colorado, urunday y algarrobo ;

5ª El rendimiento máximo en alquitrán corresponde al lapacho y al urunday ;

6ª El rendimiento económico de la instalación de gas pobre utilizada en los ensayos varió, según las maderas, entre 11 y 17,6 por ciento ; mientras que el de la instalación de vapor se mantuvo entre 6 y 9 por ciento solamente ;

7ª Las más altas temperaturas en el hogar de la caldera, se obtuvieron con madera de lapacho (1100°) ;

8ª Las cifras de evaporación referidas a vapor saturado de 100° y agua de 0°, están comprendidas entre 4,22 (ñandubay) y 3,06 kilogramos (caldén), por kilogramo de madera ;

9ª El caballo-hora producido por el motor resulta 82 por ciento más caro que con el motor de gas pobre, utilizando en ambos, desperdicios de madera ;

10ª El motor Diesel es más económico que el de gas pobre ;

11ª La ventaja del Diesel podría reducirse a un mínimo, y aun desvanecerse, en las provincias y territorios del norte, a condición de que los desperdicios de madera para gasificación se obtengan a 10 pesos la tonelada.

Del doctor Sánchez Díaz :

El trabajo del doctor Sánchez Díaz tiene por objeto considerar la forma en que varía la composición del alquitrán de hulla y también algunas de sus propiedades físicas, según sea el procedimiento industrial seguido para su obtención. Ha aprovechado con ese fin los elementos de que pudo disponer en los laboratorios de la usina Corrales de la Compañía Primitiva de Gas, donde desde hace años se vienen realizando diversos estudios de investigación con el propósito de registrar las variaciones que se operan en la fabricación del gas del alumbrado y de los productos derivados de la misma industria, efectuando una serie de ensayos en los aparatos de prueba allí instalados.

Después de hacer una rápida reseña de los últimos estudios llevados a cabo para conocer la composición de las hullas y de las interpretaciones científicas dadas al complejo proceso que se opera durante su descomposición pirogenada para explicar la posibilidad de formación de los cuerpos que en número mayor de doscientos se ha comprobado que existen en el alquitrán de hulla, el doctor Sánchez Díaz se concreta a considerar un sólo aspecto del problema técnico industrial que representa la obtención del alquitrán, como producto complementario de la fabricación del gas del alumbrado. Estudia así las diferencias de composición y otros caracteres que presenta el producto obtenido en retortas horizontales o verticales, haciendo notar la singular influencia que en ello tienen una serie de factores: la temperatura de destilación, la carga de los aparatos, el grado de humedad del carbón, el estado del material, etc., explicando los fenómenos de cracking que se producen en cada caso.

Al referirse a varios cuadros de análisis en que se registran comparativamente tales diferencias, señala también la forma en que varía la proporción de naftalina, de carbón libre, de fenoles y ácidos carbólicos, etc., que tienen particular importancia por las diversas aplicaciones que se hace del alquitrán entre nosotros.

Concluye su trabajo el doctor Sánchez Díaz haciendo una breve descripción de los métodos analíticos usados en la industria y aceptados oficialmente en casi todos los países, de acuerdo con las normas fijadas como « standard » por comisiones oficiales de Inglaterra y Estados Unidos.

Del doctor Wernicke:

Hace más de 30 años que Zsigmondy propuso un método para obtener soluciones rojas de oro coloidal reduciendo sus sales en medio alcalino con soluciones diluidas de formol. Tanto este autor como sus discípulos y todos los investigadores que hasta la fecha se han ocupado del estudio de este interesante método de obtención de aurosoles tropezaron con la dificultad de obtener una calidad de agua destilada que constantemente proporcionara los resultados deseados, sin llegar a establecer la causa de los fracasos. Se pensó siempre que el agua contenía impurezas no revelables que malograban los resultados; pero cuanto más se empeñaban en purificar el agua tanto peores eran los resultados obtenidos. Finalmente llegaron a la conclusión de que convenía operar con agua obtenida en condiciones óptimas de pureza, a la que debía dejarse estacionar en recipientes apropiados, durante varias semanas, antes de ser utilizada; pero nunca se aclaró qué efecto tenía este estacionamiento.

El autor, tras largas investigaciones ha podido establecer que este estacionamiento sólo es eficaz si tiene lugar en contacto con el aire ambiente, y tiene por objeto introducir vestigios de impurezas en el agua, que la hacen apta para proporcionar buenos aurosoles.

Estas impurezas son substancias reductoras, de cuya presencia basta un contenido muy inferior a milésimos de milígramos por litro, para que el agua dé resultados positivos en el método de Zsigmondy. Ha llegado a comprobar que bastan algunos cienmilésimos de milígramo de hidrógeno sulfurado por litro para que sus efectos favorecedores sean perceptibles, cantidades comprendidas dentro del grado de impureza del agua más pura corrientemente obtenida en los laboratorios, redestilándola en contacto con el aire, pues alcanza por lo general, a ser del orden del décimo de milígramo por litro. Por otra parte, el aire del laboratorio contiene corrientemente hidrógeno sulfurado, óxido de carbono, substancias orgánicas y otras materias de acción reductora que fácilmente se disuelven en agua mantenida en su contacto.

Destruyendo en el agua estacionada las subtancias reductoras que ha incorporado en su seno por contacto con el aire, pierde su capacidad de dar buenas soluciones de oro colaidal, rojas, diáfanas, pero la recupera tan pronto se le agregan vestigios de sulfuro sódico.

Finalmente, el autor llama la atención, sobre las ínfimas proporciones de substancias, que pueden influir en forma tan decisiva en ciertos procesos físicoquímicos y el especial interés que estos pequeñísimos factores, activos en sistemas coloidales, ofrece para el estudio de los fenómenos vitales, pues éstos sólo se manifiestan en medios coloidales y se caracterizan por los grandes efectos que pueden provocar pequeñas causas. También llama la atención sobre la severa y escrupulosa autocrítica que debe poner en juego el investigador en el descubrimiento de agentes que inadvertidamente pueden intervenir en forma decisiva en los fenómenos que estudia, incorporándose en proporciones insospechadas y aparentemente despreciables.

Los tres nuevos académicos fueron muy felicitados.

Acto continuo el presidente doctor Gallardo dijo lo siguiente :

Señores :

En ocasión del 75° aniversario del nacimiento del sabio argentino Eduardo L. Holmberg, el Concejo Deliberante Municipal instituyó un premio al mejor trabajo sobre ciencias naturales, publicado dentro de cada año, en la ciudad de Buenos Aires. La adjudicación del premio era confiada a la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, la que aceptó con entusiasmo colaborar en el grato propósito de honrar al decano de nuestros naturalistas vivientes.

En efecto, el doctor Holmberg, hoy casi octogenario, ha sobresalido con extraordinario talento en varias ramas de las ciencias naturales. Dotado de brillantes dotes literarias y de un exquisito gusto artístico, ha desarrollado una obra múltiples, que recuerda las actividades de las grandes figuras del

renacimiento. No es necesario recordar sus sabias y atrayentes lecciones, tanto en la Escuela Normal como en la Universidad, sus pintorescas y amenas conferencias públicas, su labor en la organización y dirección del Jardín Zoológico, pues son por todos conocidas y apreciadas.

El premio, que honra y perpetuará el nombre de este genial precursor de los estudios de la naturaleza argentina, consiste en una artística medalla de oro con el perfil del doctor Holmberg, un diploma y una suma de dinero en efectivo.

Se discierne al mejor trabajo sobre ciencias naturales publicado en esta ciudad, durante el año, por un autor argentino, o extranjero con dos años de residencia en ella, sin necesidad de que el autor se presente a optar el premio, pues la Academia estudia la producción aparecida, dentro de las condiciones indicadas, para elegir entre dichos trabajos aquel que considere acreedor al premio.

Será halagüeño saber que el año último se han considerado por la Academia cerca de un centenar de trabajos, lo que demuestra el aumento de la producción científica en esta materia.

Con la presente adjudicación el premio ha sido ya otorgado tres veces.

Por el año 1927, lo obtuvo el paleontólogo argentino Lucas Kraglievich.

El del año 1928 ha sido atribuído al joven naturalista argentino doctor José Yepes, profesor normal en ciencias, desde 1922, y doctor en ciencias naturales de la Universidad de Buenos Aires, desde 1927.

Además de cursos libres de zoología dictados *ad honorem*, y de ser jefe de trabajos prácticos de zoología en esta Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, es jefe de sección en el Museo de Historia Natural de Buenos Aires, encargado de las colecciones de mamíferos actuales.

El doctor Yepes es miembro de varias de nuestras sociedades de ciencias naturales y ha publicado varios trabajos zoológicos, además de uno sobre *Sistemática y distribución de los desdentados argentinos*, que le han valido el premio que ahora le entrega el señor secretario de la Intendencia.

El premio correspondiente al año 1929 ha sido adjudicado al doctor Pablo Groeber, nacido en Estrasburgo en 1885, quien hace 20 años que estudia la geología de nuestro país como geólogo de la Dirección de Minas, Geología e Hidrología.

El doctor Groeber estudió en Estrasburgo, Gottingen y Munich, recibiéndose de doctor en ciencias en Estrasburgo, en 1907, con una tesis sobre *Faunas del carbonífero inferior*.

Ha desempeñado puestos científicos en universidades alemanas y en la de Bruselas y efectuó una importante expedición al Asia central, acompañado en parte de ella por el explorador G. Merzbacher.

Desde 1911 trabaja en nuestro país, habiendo estudiado y visitado la cordillera de Mendóza y del Neuquén, el centro del Chubut, el norte de San

Juan, la región de Nahuel-Huapí, la de Orán, del norte de Jujuy y parte de Entre Ríos y del sur de Buenos Aires. También ha estudiado parte de Chile para conocer mejor las vertientes occidental de los Andes.

Estos estudios han dado motivo a numerosas publicaciones de gran interés, en particular su trabajo de síntesis sobre las líneas fundamentales de la geología del Neuquén, sur de Mendoza y regiones adyacentes, que le ha valido el premio «Holmberg» para 1928.

Muy interesante es su estudio sobre las causas de la creciente extraordinaria del río Colorado y sus estudios de toponimia y costumbres araucanas.

El doctor Groeber es profesor de geografía de América en el Instituto Nacional del Profesorado secundario y de matemáticas en la Escuela Superior de comercio (sur).

Puede verse, por esta rápida e incompleta reseña, cuán importante es ya la obra científica desarrollada por el doctor Pablo Groeber en nuestro país, y cuán merecido es el premio que ahora se le entrega.

Los premios municipales fueron entregados por el doctor Mujica, en representación del señor Intendente Municipal : el del año 1928, al doctor José Yepes y el relativo al año 1929, al doctor Groeber, quienes en breves y oportunas palabras agradecieron la distinción.

El doctor Groeber dijo que ella importaba para él un compromiso más para continuar el estudio de la geología argentina, que viene realizando desde tantos años atrás. El doctor Yepes manifestó que, siendo más joven, lo consideraba como un poderoso estímulo para trabajar con ahinco en la investigación científica, dedicando a ella todos sus esfuerzos y su inteligencia.

Con lo que terminó el acto desarrollado, en un cuadro y ambiente sencillo, pero severo y despejado.

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES FOURMIS DE L'ARGENTINE

PAR LE DOCTEUR F. SANTSCHI

Monsieur le docteur Carlos Bruch m'ayant envoyé un lot de fourmis de la République Argentine, dont quelques formes sont nouvelles et d'autres intéressantes par leur répartition géographique. Je donne ici le résultat de cette courte étude et remercie vivement l'expéditeur.

Sousfamille des **PONERINAE** Lepel.

Prionopelta bruchi Sants.

Loreto; Misiones (Dr. A. Ogloblin).

Holcoponera brasiliensis Em. v. *calcarata* Sants.

Légère variété avec seulement 14-15 stries mésoépisternales et 32 entre les yeux. La dent de l'appendice souspétiolaire un peu moins accusée. Pour le reste semblable.

Iguazú; Misiones (Alberto Breyer). Forme nouvelle pour l'Argentine, le type est de São Paulo, Brésil.

Neoponera crenata Rog. st. *confusa* Sants v. *lata* Sants.

Loreto; Misiones (Dr. A. Ogloblin). 1 ☿. Le type de cette variété est de Formosa, Chaco austral.

Ponera argentina Sants.

La Paz, Dep. San Javier; Córdoba (C. Bruch) ☿.

Ponera opaciceps Mayr v. *pampana* Sants.

Loreto; Misiones (Dr. A. Ogloblin) ☿.

Anochetus mayri Em. st. *neglectus* Em.

La Paz, Dep. San Javier; Córdoba, 15, XII, 1928 (C. Bruch). Variété un peu plus grande que *australis* Em.

Sousfamille des **DORYLINAE** Leach

Eciton (Labidus) praedator Sm.

Posadas; Misiones (A. Breyer) ☿ ♀.

Eciton (Acamatus) sulcatum Mayr.

Olivos; Buenos Aires, 2, III, 1930 (C. Bruch) ♂.

Eciton (Acamatus) swainsoni Shuck.

Iliar, Dep. Belgrano; La Rioja (M. Gómez) ♂.

Sousfamille des **MYRMICINAE** Lepel.

Clé analytique des variétés de «Pogonomyrmex cunicularis» Mayr ☿.

1. 1. Noeud du pétiole mousse au sommet, sa face antérieure plus haute que la moitié de la hauteur de la face déclive postérieure. 2.
   — Noeud du pétiole, à sommet aigu, sa face déclive antérieure pas plus haute que sa face postérieure. 3.
2. Sculpture du thorax plus grossière, serpigineuse, tête plus claire que le thorax. 5.
   — Sculpture du thorax formée de rides plus fines et anastomosées. 4.
3. Épines épinotales plus longues que le grand diamètre de l'oeil. sp. *cunicularis* Mayr.
   — Épines épinotales très rapprochées, pas plus longues que le grand diamètre de l'oeil. v. *brevispinus* Sants.
4. La crête bordant la face déclive de l'épinotum uni l'épine supérieure à l'inférieure. st. *pencosensis* For.
   — Cette crête descend de l'épine supérieure et passe en dehors de l'inférieure. v. *dubius* For.
5. Long. 7 à 8 mm. Épines épinotales aussi longues que leur intervalle. st. *serpens* Sants.
   — Long. 8,5 à 9 mm. Épine épinotale plus longue que leur intervalle supérieur. v. *carnivora* Sants.

Pogonomyrmex cunicularis Mayr st. *pencosensis* For. v. *dubius* For.

Iliar, Dep. Belgrano; La Rioja (M. Gómez) 4 ☿. Les côtés bordant la face déclive de l'épinotum sont doubles comme chez *cunicularis* type, ainsi que l'indique Forel, mais la taille est aussi grande que chez *pencosensis*. Du reste il y a de nombreux passages entre ces deux formes.

Pogonomyrmex cunicularis Mayr v. **brevispinus** n. var.

Diffère nettement du type par ses épines épinotales très courtes, pas plus longues que le grand diamètre de l'oeil, confluentes à la base. Le pétiole est distinctement plus étroit, le postpétiole un peu plus long que large derrière. Dos du mésonotum légèrement convexe, et sommet du pétiole mousse, du reste comme chez le type.

Une ergatogyne a une impression métanotale assez forte, le scutellum indiqué par une légère suture surélevé devant. Les épines plus longues que chez l'ouvrière normale.

Estación Sosa; Entre Ríos (Mac Donagh) 3 ☿, 1 ♀ et 1 ♂.

Pheidole bruchi For.

Iguazú; Misiones (A. Breyer) ☿.

Pheidole nitidula v. **daguerrei** n. var.

☌-Long. 3,7 mm. Brun foncé; gastre noir; joues, mandibules et tarses, jaune brunâtre. Forme de la tête et sculpture comme chez la var. *richteri* For., mais avec la coloration foncée de la var. *pampana* Sants.

☿ Long. 2 mm. Noire ou presque noire. La tête est un peu moins large que chez *pampana*, plus large que chez *silvicola*. Épines très petites.

Rosas; Buenos Aires (J. Daguerre).

Variété intermédiaire entre *richteri* et *pampana*, diffère de toutes les autres variétés de cette espèce par la couleur.

Pheidole obtusopilosa Mayr.

Rosas; Buenos Aires (J. Daguerre) ☿, ☌. Variété plus foncée que le type.

Crematogaster (Orthocrema) quadriformis Rog.

Olivos; Buenos Aires (C. Bruch) ☿.

Solenopsis (Diplorhoptrum) parva Mayr.

Loreto; Misiones (Dr. A. Ogloblin) ☿.

Solenopsis (Diplorhoptrum) basalis For. v. *major* For.

La Plata; Buenos Aires (C. Bruch) 4 ☿.

Solenopsis (Euophthalma) metanotalis Em. v. **picturata** n. var.

♀ Long. 5 mm. Trigonum, parapsides mésonotales, métanotum et gastre, moins sa base, brun noir. Une petite tache devant l'ocelle médian, angles postérieurs de la tête et base du gastre brunâtres. Le reste rouge ferrugineux. Métasternum et épinotum réticulés-ponctués; la face déclive de l'épinotum striée en travers. Quelques fines stries sur les lobes frontaux et les joues, le reste lisse et luisant. Une pilosité dressée, pas très longue, assez clairsemée, plus abondante sous la tête. Pubescence oblique, fine, espacée de deux fois environ sa longueur.

Tête un peu plus longue que large, plus large derrière les yeux, les angles postérieurs arrondis, le bord postérieur convexe. Yeux ovales, obliques, aussi grands que le tiers médian des côtés. Sillon frontal distinct. Épistome fortement bidenté avec une légère sinuosité en dehors. Mandibules de quatre dents dont trois fortes et une petite à l'angle interne. Mésonotum ne dépassant pas le pronotum. Angle de l'épinotum très arrondi, sa face déclive subbordée. Pétiole un peu plus haut que long, bien plus haut et brèvement pédiculé que chez la ☿. Noeud du postpétiole environ deux fois plus large que long; vu de face il paraît semicirculaire, les angles latéraux mousses et dirigés en bas. Gastre un peu plus long et large que le thorax. Les antennes et les ailes manquent.

☿. Outre la couleur fondamentale roux ferrugineux du type, cette variété se distingue par la tendance à s'obscurcir. La tête a le tiers ou les trois quarts postérieurs brunâtres ainsi que souvent le dessus du pronotum et des deux noeuds. Le gastre est entièrement noir. L'angle de l'épinotum est moins accentué que chez le type et plus que chez la var. *emiliae* Sants. Le postpétiole, vu front au sommet, donc d'un peu en avant, est de moitié plus large que long, tandis que vu de dessus il paraît aussi large que long. Chez le type *metanotalis*, le gastre, moins sa base, est brun noirâtre, le reste d'un roux ferrugineux concolor.

Rosas; Buenos Aires (J. Daguerre). ☿, ♀. La Plata (C. Bruch).

Solenopsis (Euophthalma) metanotalis Em. st. *shiptoni For. v. steigeri* Sant.

À ma description initiale (1916) et à celle de W. S. Creighton (1930), il y a lieu d'ajouter : la taille peut atteindre 1,8 à 2 mm. L'épistome a souvent une très petite dent en dehors des médianes et portant un long poil. La tête varie de largeur; celle dessinée par Mr. Creighton correspond aux plus petits exemplaires, elle est plus large chez les grands. Le postpétiole est, vu dans son grand axe environ 2 $^1/_2$ à 3 fois plus large que long. La pilosité blanchâtre est très longue et abondante partout, mais surtout sur le gastre. Ce caractère différencie nettement cette variété de *shiptoni* et des autres formes de *metanotalis*.

Wasmannia auropunctata Rog. v. *rugosa* For.

Loreto; Misiones (Dr. A. Ogloblin). ☿, avec *Pheidole triconstricta* v. *hebe* Sants. ou var. un peu plus petite. ☿.

Leptothorax (Goniothorax) spininodis Mayr.

Loreto; Misiones (Dr. A. Ogloblin) 2 ☿.

Leptothorax (Goniothorax) spininodis Mayr v. *genualius* Sants.

Loreto; Misiones (Dr. A. Ogloblin) ☿.

Cryptocerus (Cryptocerus) iheringi Em. st. **pampaensis** n. st.

☿. Long. : 7, 5 à 7,8 mm. (tête fléchie). Noir; angles antérieur de la tête parfois jusqu'aux yeux, face externe des tibias et tarses rouge ferrugineux. Une petite tache en dehors du clypeus et, chez les plus grands ☿, la face externe des tibias jaunâtres. Tête, dessus du pronotum et du mésonotum, luisants et lisses entre la ponctuation pubescentifère. Le gastre est très finement et densement ponctué entre les points pilifères qui sont moins profonds que sur le thorax et dans lesquels la pubescence est couchées, blanchâtre et lancéolée avec une fine impression médiane. Forme du corps comme chez *iheringi* (vid. Emery 1894, *Bol. Soc. Ent. Ital.,* XXVI, pl. III, fig. 13-14) et n'en diffère que par l'épinotum dont la face basale n'a que deux dents latérales, la petite de l'angle antérieur manquent.

☿. Long : 5 mm. Couleur du ☿, mais les arêtes frontales d'un jaune assez pâle avec le bord roussâtre. Mate. La pubescence du gastre

est plus longue et moins large que celle du thorax, ainsi que chez le ♀. L'épine de l'angle antérieur du pronotum plus saillante que la suivante (le contraire chez le type) et l'angle antérieur de l'épinotum simplement lobé, sans la dent qui se voit chez le type. Il y a en outre une petite impression à fond strié située au milieu de bord basal du gastre et qui est bien moins distincte chez le ♀. Pour le reste comme chez *iheringi*.

Monte Nievas; Pampa (J. Belsak).

Cette race fait passage au *C. ridiculus* Sants., mais le ♀ de cette dernière espèce est encore plus grand, la crête pronotale colorée: les angles postérieures de l'épinotum armés d'une dent plus longue, plus relevée et nettement tronquée au sommet.

Strumigenys (Strumigenys) bruchi For.

Loreto; Misiones (Dr. A. Ogloblin) 3 ☿.

Strumigenys (Strumigenys) crassicornis Mayr.

Loreto; Misiones (Dr. A. Ogloblin), 3 ☿.

Strumigenys (Strumigenys) saliens Mayr.

Loreto; Misiones (Dr. A. Ogloblin), 2 ☿.

Mycetophylax emeryi For. st. *arenicola* For.

La Paz, Dep. San Javier; Córdoba (C. Bruch), 6 ♀.

Cyphomyrmex rimosus Mayr st. *transversus* Em. v. *pencosensis* For. (Fig.: 3, 4, 8, 9).

(= *C. rimosus* v. *pencosensis* For. 1914).

Cette forme a été comparée au *C. rimosus* v. *fusculus* Em. par Forel; mais, en réalité, elle n'est qu'une simple variété de *transversus* Em. dont elle ne diffère que par la couleur plus sombre. Tantôt le corps entièrement brunâtre ou noirâtre, tantôt le thorax est plus roussâtre comme les appendices. Les tubercules du mésonotum un peu moins saillants et l'angle de l'épinotum plus fortement tuberculé.

La ♀ a le postpétiole environ trois fois plus large que long, l'épinotum nettement denté. La tête est plus large que chez *fusculus* et le scape épais, ne dépassant pas l'angle postérieur de la tête. Le reste comme l'ouvrière.

Le ♂ est facile à distinguer du *fusculus* (fig. 9). Brun ferrugineux

foncé, appendices et bout du gastre roux un peu brunâtre. Mat. Gastre submat. Pubescence squamiforme du thorax un peu moins large que chez la ☿. Pubescence du gastre courte, tronquée, non squamiforme. Bords postérieurs de la tête faiblement concave, bisinué avec les angles dentés. Les lobes frontaux divergent assez fortement en arrière, pour que leur angle postérieur recouvre un peu l'oeil. Celui-ci est un peu moins grand que chez *fusculus*. Bord antérieur de l'épistome légèrement échancré. Mandibules à 5 à 6 dents. Dent latérale du pronotum aussi grande que les dents de l'épinotum.

Échancrure postérieure du scutellum plus large que long avec une forte gouttière dessus.

Córdoba: Alta Gracia (C. Bruch), ☿, ♂. Tanti Viejo (Durione), ☿. La Paz, Dep. San Javier (C. Bruch), ☿. Santa Fe: Fives Lille (C. Bruch), ☿, ♀.

Cyphomyrmex rimosus Mayr st. *fusculus* Emery, 1922 (Figs.: 1, 2, 7, 10) (*C. deformis* v. *fusca* Emery, 1894).

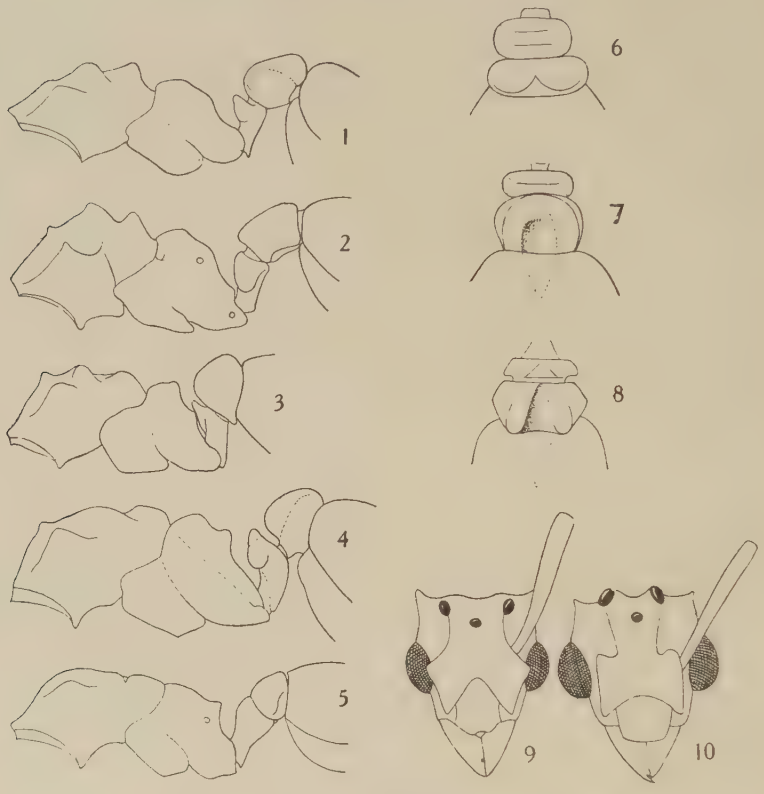
Cette forme décrite sur des exemplaires de Santa Catharina (Brésil) a également été trouvée en Argentine. Elle est ainsi caractérisée:

☿. Brun noirâtre; souvent le thorax et le gastre brun ferrugineux; les pattes jaune roussâtres. Elle diffère de *rimosus*, non seulement par sa taille un peu plus forte, mais par les tubercules du thorax plus accusés, surtout les latéraux du pronotum qui saillent nettement sur la ligne droit des côtés du thorax vus de dessus. L'angle de l'épinotum est indiqué par un léger tubercule et le postpétiole moins large que chez *rimosus*. Il n'est que d'un tiers plus large que long, arrondi devant avec une gouttière moins complète que chez *transversus*.

♀. Long: 3 mm. Noire ou brun noir, appendices roussâtres. Tête comme chez *rimosus*. Le scape dépasse de son épaisseur l'angle postérieur de la tête. Tubercules latéraux du pronotum triangulaires, denticulés. Postpétiole environ deux fois plus large que long. Ailes brunes.

♂. Noir ou brun noirâtre. Mandibules, bout du funicule, articulations des pattes et bout du gastre, roussâtres. Reste des appendices d'un brun plus ou moins clair. Mat, le gastre luisant. Pubescence blanche, fine, courte et assez abondante sur le thorax (espacée d'environ une longueur de poil). Un peu plus longue et espacée sur le gastre. Quelques poils au bout de celui-ci. Bord postérieur de la tête

transversal avec une forte saillie des ocelles et les angles plus faiblement dentés que chez *transversus*. Yeux plus grands que chez ce dernier. Lobes frontaux très développés et parallèles. Mandibules bidentées au bout. Angles du pronotum fortement dentés; ces dents, diri-



1, *Cyphomyrmex rimosus* st. *fusculus* Em. ☿ Exemplaire de Five Lille. Thorax et pédoncule; 2, *Ibid.* ☿ Exemplaire de Blumenau; 3, *C. rimosus* st. *transversus* Em. ☿ type reçu de Emery; 4, *C. rimosus* st. *transversus* v. *pencosensis* For. Exemplaire de Alta Gracia; 5, *C. bruchi* Sants. ☿ type de La Plata; 6. *C. bruchi* Sants. ☿ pédoncule vu de dessus; 7, *C. rimosus* st. *fusculus* Em. ☿; 8, *C. rimosus* st. *transversus* v. *pencosensis* For. ☿; 9, *C. rimosus* st. *transversus* v. *pencosensis* For. tête du ♂; 10, *C. rimosus* st. *fusculus* Em. tête du ♂.

gées un peu en avant, mousses au bout, sont plus grandes que celles de l'angle de l'épinotum. Scutellum assez fortement incisé en triangle. Postpétiole environ deux fois plus large que long avec une impression derrière moins accusée que chez *transversus*.

Fives Lille; Santa Fe (V. Weiser), ☿.

Brésil: Blumenau; Encano Alto (Reichensperger), ☿, ♀, ♂.

Cyphomyrmex bruchi Sants. (Figs. : 5, 6).

Cette espèce est facile à distinguer des autres formes de l'Argentine par le profil faiblement sinué du thorax, chez l'ouvrière et aussi par ses deux noeuds pédonculaires, de longueur presque égale, le post-pétiole étant 2 $^1/_2$ fois plus large que long. Les figures ci-incluses aideront à dicerner cette espèce.

La Plata; Buenos Aires (C. Bruch).

Trachymyrmex tucumanus For.

La Paz, Dep. San Javier; Córdoba (C. Bruch), ☿.

Acromyrmex laticeps Em.

Iguazú; Misiones (A. Breyer), ☿.

Atta polita Em. st. *saltensis* For.

Desvío, kilómetro 511; Santa Fe (M. Gómez).

Sousfamille des **DOLICHODERINAE** For.

Dorymyrmex (Conomyrma) bituber Sants.

La Paz, Dep. San Javier; Córdoba (C. Bruch), ☿.

Iridomyrmex humilis Mayr st. *angulatus* Em. v. *gallardoi* Brèth.

La Paz, Dep. San Javier; Córdoba (C. Bruch), ☿, ♀, ♂.

Forelius rufus Gall.

Loreto; Misiones (Dr. A. Ogloblin), ☿.

Sousfamille des **FORMICINAE** Lepel.

Brachymyrmex nigricans Sants.

San Luis del Palmar; Corrientes (J. Bosq), ☿. Variété à tête plus roussâtre.

Brachymyrmex australis For. v. *curtus* Sants.

Posadas; Misiones (A. Breyer), ☿.

Myrmelachista (Decamera) gallicola Mayr.

Loreto; Misiones (Dr. A. Ogloblin), ☿.

Paratrechina (Nylanderia) silvestrii Em.

San Luis del Palmar; Corrientes (J. Bosq), ☿.
Loreto; Misiones (Dr. A. Ogloblin), ☿, ♀.

Camponotus (Myrmoturba) punctulatus Mayr st. *imberbis* Em.

Corrientes (C. Lizer y Trelles), ☿.

Camponotus (Myrmoturba) borelli Em.

Iliar, Dep. Belgrano; La Rioja (M. Gómez), ☿, ♀.

Camponotus (Myrmoturba) substitutus Em. v. *coloratus* For.

Iliar, Dep. Belgrano; La Rioja (M. Gómez), ☿.

LAS POSICIONES FUNDAMENTALES DE LAS ESTRELLAS AUSTRALES

Y EL PRIMER CATÁLOGO DE CÓRDOBA (1)

Por el Dr MEABE L. ZIMMER

RÉSUMÉ

Les Positions fondamentales des étoiles australes et le premier Catalogue de Córdoba. — Après quelques antécedents sur les instruments dont a disposé l'Observatoire de Córdoba pour remplir son but au sujet des positions fondamentales de la zone comprise entre 24 et 31 degrès de déclinaison australe, l'auteur indique comment cet observatoire réalise sa mission; il fait une description détaillée des instruments dont il dispose et des méthodes de travail. Les corrections des montres donnent lieu à plusieurs observations, de même que les difficultés de la théorie de la Lune. L'auteur indique de qu'elle façon l'Observatoire fixe l'heure exacte au public; puis il s'occupe du *Premier Catalogue fondamental* de Córdoba. La Voie lactée, les courants d'étoiles, etc. donnent lieu aussi a d'intéressantes considérations.

A principios de este siglo, el « Comité International de la Carte du Ciel », asignó al Observatorio Nacional Argentino la zona entre los 24 y 31 grados de declinación austral. El doctor Thome, entonces director del Observatorio, comprendió que para que los resultados finales tuvieran la exactitud deseada por ese Comité sería necesario determinar con el círculo meridiano las posiciones de las estrellas de *repère* para reducir las placas astrográficas. El aparato de que disponía el doctor Thome era anticuado. Había sido adquirido por el doctor Gould de los señores Repsold e Hijos, de Hamburgo, en 1865, y había sido intensamente usado desde entonces, por espacio de 30 años o más. El anteojo sólo tenía una abertura de 150 milímetros, y mu-

(1) Conferencia dada en el local de la Sociedad, el 3 de octubre de 1929. Fué ilustrada con proyecciones luminosas.

chas de las estrellas de *repère*, especialmente las más débiles, jamás fueron observadas con un círculo meridiano. Para hacerlo, fué necesario un instrumento con una abertura mayor. Además el instrumento sólo tenía un círculo graduado y para trabajos más refinados es conveniente que existan dos. Por otra parte, su uso continuo por más de 30 años había gastado los muñones, y para hacer observaciones de alta precisión sería necesario pulirlos de nuevo. En el día de su construcción fué considerado una obra maestra, tanto en su diseño como en su ejecución; pero después de 30 años casi no hay instrumento que no sea anticuado. Nadie, en la actualidad, pensaría competir en una carrera automovilística con un coche construído en el año 1900. Lo mismo sucede con los aparatos astronómicos.

El doctor Thome trató de poner el viejo instrumento en condiciones para el nuevo trabajo, y entre otras cosas le aplicó un micrómetro automático, consiguiendo así mejorarlo notablemente; pero aparentemente no llenaba sus aspiraciones, como luego veremos.

El profesor J. E. Kapteyn, el famoso astrónomo holandés, demostró en el año 1904 lo que había sido sospechado ya por el doctor Kobold; es decir, que la gran masa estelar no se mueve ni aproximadamente al azar, como hasta entonces generalmente se había supuesto, sino que tiende a seguir dos corrientes bien definidas. Este aserto aumentó notablemente el ya crecido interés en los problemas de los movimientos estelares, e inmediatamente los investigadores empezaron a pedir mejores y más numerosos movimientos propios.

La gran inferioridad, tanto en número como en precisión, de estos movimientos propios de las estrellas del hemisferio sur, con respecto a los del norte, era generalmente reconocida.

Pesaba así, sobre los observatorios de este hemisferio, la ineludible obligación de desarrollar bien concebidos programas de observaciones fundamentales, para mejorar los movimientos propios de las estrellas australes; y, dentro de lo posible, llegar a igualar la exactitud de los del norte. El doctor Thome, movido e impulsado por el deseo de que la zona astrográfica llenara las condiciones de exactitud esperadas, y, al mismo tiempo, de contribuir en la medida de lo posible a mejorar los movimientos propios de las estrellas australes, se convenció finalmente, después de numerosas experiencias, que el viejo círculo meridiano no era adecuado para este fin, y decidió sabiamente abandonarlo y proveer al Observatorio del mejor instrumental que la ciencia y la técnica modernas podían ofrecer. Con este fin, encargó un nuevo Repsold y un péndulo Riefler número 155. Sin em-

bargo, el doctor Thome no estaba destinado a usarlos, pues su fallecimiento acaeció antes de que llegaran a Córdoba. El nuevo instrumento llegó en el año 1910, y el doctor Perrine, que había sido nombrado director el año anterior, lo instaló inmediatamente y efectuó algunas experiencias para obtener datos sobre su estabilidad. En 1913 — cuando me incorporé al personal del Observatorio — el doctor Perrine, quien estaba vivamente interesado en comenzar trabajos fundamentales, deseó que emprendiera la determinación de posiciones de las estrellas australes, siguiendo métodos rigurosamente fundamentales. Con este fin, había encargado ya otro péndulo Riefler número 330, y otros aparatos auxiliares que llegaron al Observatorio en esa época.

El instrumento fué construído por A. Repsold & Söhme, de Hamburgo. Es idéntico al de Río de Janeiro, La Plata, Santiago de Chile y al del Observatorio de Hamburgo, en Bergedorf. Está totalmente descrito en el *Primer catálogo fundamental de Córdoba,* de manera que no hay necesidad de una mayor explicación. A pesar de esto quisiera llamar vuestra atención sobre sus características más notables. Este nuevo instrumento difiere radicalmente de los antiguos Repsold en que está hecho totalmente de hierro fundido, mientras que aquéllos eran de bronce. El hierro fundido tiene un coeficiente de dilatación mucho menor que el bronce, y es mucho más rígido lo que es causa, sin duda, de la mayor estabilidad encontrada en el nuevo tipo. Otro detalle que lo distingue de otros modelos es el aparato reversivo semiautomático. Distintamente de otros instrumentos de esta clase en los cuales los contrapesos están arriba de los tambores de soporte; en éste se encuentran debajo, en el sótano. Esto en sí es una conveniencia, pero no fué ella la causa principal de la innovación. Fueron colocados debajo para permitir el uso del aparato reversivo. Es tan sencillo y eficaz en su manipulación, que cualquier persona, por inexperta que sea, puede invertir el aparato en 40 segundos más o menos. Este aparato hace posible comprobar a menudo la colimación por medio de inversiones al observar estrellas circumpolares. Las correcciones instrumentales deben ser determinadas, claro está, por los métodos más variados posibles. Esta innovación ofrece otro método para determinar la colimación, por lo tanto, es una ventaja y especialmente en trabajos de gran precisión. Afortunadamente la colimación del Círculo es notablemente estable. Ninguna variación apreciable ha sido observada durante el período en que el instrumento ha estado en uso.

El conjunto presenta una apariencia por demás elegante; y, tanto en

conveniencia como en estabilidad, deja poco o nada que desear. Hay sin embargo, un detalle que permite ser perfeccionado, y espero dentro de poco poder hacerlo. Está dotado de un aparato para el registro semiautomático de los tránsitos en el cronógrafo, y diseñado con el objeto de eliminar la personalidad del observador de las observaciones de A. R. Es llamado por Repsold, micrómetro impersonal; pero la experiencia muestra que no llena la finalidad para que fué creado. Reduce en la mayoría de los casos la ecuación personal, pero no la elimina del todo, y la parte que queda es tan difícil de determinar, como en los antiguos métodos. Algo mejor es necesario. Lo que hace falta es un aparato que registre automáticamente las observaciones, eliminando así completamente el factor humano, que es al presente un obstáculo tan grande para llegar a resultados libres de errores sistemáticos. El instrumental moderno ha llegado a tal grado de perfección, que justifica la creencia de que podrán ser obtenidos resultados de un grado bastante superior, si tuviéramos un medio de eliminar la Ecuación Personal de los Resultados. Experiencias que he hecho recientemente en el Observatorio y en el Laboratorio Físico de la Universidad de Michigan, me han demostrado que tal aparato es posible, pero extremadamente difícil de hacerse práctico. Muchas dificultades han sido vencidas ya, y las restantes espero que lo serán pronto, de manera que pueda ser puesto en uso.

Este aparato en teoría es sencillo, pero en la práctica da lugar a situaciones tan llenas de dificultades, que sobrepasan los límites de la imaginación.

El principio en que está basado es muy simple. Consiste en substituir el ojo humano por una célula fotoeléctrica con la cual, sin duda, estarán ustedes familiarizados. Los medios para adaptarlo al fin propuesto son algo complicados, y el describirlos aquí nos llevaría demasiado lejos.

Cuando el aparato esté perfeccionado, lo que esperamos será en breve, y nuestros instrumentos hayan sido equipados con él, cualquier persona, aun en el caso de no haber tenido una preparación técnica previa, podrá hacer observaciones muy superiores, a lo menos en el sentido fundamental, que las que puede realizar hoy día el más experto observador. Esto lo librará de la rutina de la observación y le permitirá dedicar su tiempo a los problemas más importantes de la investigacion. Para la determinacion de diferencias de longitud, este método será de gran valor, ya que no habrá necesidad de un intercambio de observadores. No es suficiente mejorar el Círculo Meridiano,

ya que por más perfecto que sea, será de escaso valor, a lo menos para la determinación de la A. R., sin su inseparable compañero el reloj.

Quisiera distraer la atención de ustedes por algunos minutos, para decirles algunas palabras sobre lo que considero la más perfecta instalación para el mantenimiento de la hora exacta del mundo hoy en día. No es porque nuestros relojes sean mejores que los de otras instituciones, sino porque las condiciones naturales de nuestra pieza de relojes son tales que les permiten funcionar mejor. Durante los primeros años los dos relojes del Riefler, en sus cajas herméticamente cerradas, fueron guardadas en la pequeña pieza del ala sur del inmenso soporte del Círculo Meridiano. La pieza se mantenía a una temperatura lo más constante posible por medio de una estufa eléctrica, controlada por un sensible termóstato. Este arreglo en general daba resultados satisfactorios, pero, como se dependía de la corriente eléctrica que suministraba la compañía de Luz y Fuerza de Córdoba, se comprobaba ocasionalmente que dicha corriente había sido interrumpida por espacios que variaban de algunos minutos a varias horas. Por otra parte el corta-corriente automático, por causas imprevistas, se descomponía, ocasionando cambios de algunos grados de la temperatura ambiente de la pieza. Estos cambios, como es de suponer, afectaban de inmediato la marcha de los relojes, siendo doblemente molestos, puesto que frecuentemente ocurrían en el curso de una serie de observaciones. Por estas razones se empezó a buscar el medio de construir una pieza exclusivamente para los relojes, cuya temperatura permaneciera constante sin ayuda de ningún aparato auxiliar.

La Oficina Meteorológica Argentina, que tiene una estación en un ángulo del terreno primitivo del Observatorio, ha llevado a cabo, por espacio de varios años, una serie de experimentos con el fin de determinar la temperatura del subsuelo a varias profundidades. Sus experimentos demostraron que prácticamente toda variación diurna en la temperatura desaparece a una profundidad de 50 centímetros; y que a una de 10 metros la temperatura permanece constante durante todo el año. Aprovechando esta condición natural hemos construído una pieza cerrada para los relojes, debajo del edificio principal del Observatorio, a dicha profundidad.

La pieza está construída de cemento armado impermeabilizado y tiene una forma exagonal con el fin de ofrecer varias paredes para colocar los relojes, de manera que los péndulos se muevan en diferentes planos. Esto se hizo para evitar las posibles sincronizaciones, que podrían acontecer si se movieran en el mismo plano.

El péndulo de Riefler número 330 se mueve en el plano del meridiano y el del número 155 en ángulo recto con el anterior. Se entra a esta pieza por medio de una escalera, colocada en el tubo cilíndrico de 80 centímetros de diámetro, igualmente construído de cemento armado. La pieza está casi herméticamente cerrada por dos discos pesados de hierro, sostenidos en sus lugares correspondientes contra empaquetaduras de plomo; uno en la entrada del tubo y el otro en la de la pieza. Cuando se desea entrar a la pieza estos discos deben correrse a un costado sobre el muñón, provisto para este fin.

Los relojes marchan eléctricamente y están sincronizados con otro que se encuentra en la pieza de observación. Éste señala en cualquier momento el tiempo exacto de aquéllos, y como están conectados eléctricamente con el cronógrafo, no hay necesidad de entrar en la pieza en que se hallan. Esto, por otra parte, sólo se hace en casos excepcionales, como ser temblores, los cuales bajo el punto de vista astronómico son desgraciadamente demasiado frecuentes en Córdoba.

Los relojes se hallan en cajas herméticamente cerradas; y, por medio de una bomba, la presión que señala un barómetro colocado en su interior, puede ser cambiada a voluntad. Variando la presión puede modificarse la marcha del reloj al grado que se desee.

La temperatura de la pieza es absolutamente constante. Es natural suponer que relojes de tal grado de excelencia, marchando en condiciones tan perfectas, den resultados uniformes por un largo período de tiempo; y tal es el caso, como luego se verá. Juzgando los resultados finales expuestos en el *Primer catálogo fundamental de Córdoba,* los cuales superan en precisión a cualquiera de los obtenidos hasta el presente, estoy ampliamente autorizado para sostener que el conjunto de nuestras instalaciones Círculo meridianas, que he acabado de describir, son las mejores del mundo.

Los detalles de los resultados del programa fundamental, en que he puesto gran empeño con ayuda de gran parte del personal del Observatorio, dedicándole una labor continuada de 16 años, está completamente detallado en el expresado catálogo, de manera que no llamaré vuestra atención sobre ellos.

Siempre se ha comprobado en trabajos astronómicos, que cuando las observaciones han sido mejoradas, se han revelado invariablemente nuevos e interesantes fenómenos. Nuestros trabajos no han incurrido en excepciones a esta regla. Durante el proceso de la primera serie de observaciones, realizadas en el año 1913 con el objeto de comprobar la buena marcha del instrumento, se reveló un fenóme-

no curioso. Se observó que las correcciones del reloj hechas a las 6 horas o próxima a ella, eran sistemáticamente más pequeñas que aquellas, efectuadas a las 18 horas. Esta inesperada comprobación fué ampliamente estudiada, y aún lo es, desde que hasta el presente no se ha llegado a una explicación satisfactoria de dicho fenómeno. Para ilustrar este punto, tomemos las observaciones hechas del 13 al 16 de marzo inclusives de 1917. En las columnas 6^h y 18^h se encuentran las correcciones para las tardes y mañanas, respectivamente. A simple vista se observa que existe una marcada diferencia sistemática entre las correcciones vespertinas y matutinas.

Correcciones al reloj en 1917

Fecha	6^h	18^h	Diferencia	Resultados
Marzo 13.....	—.085	+.039	—.124	—.006
» 14.....	—.074	+.036	—.110	+.008
» 15.....	—.082	+.036	—.118	.000
» 16.....	—.083	+.039	—.122	—.004
		Promedio.....	—.118	±.004

Se les ocurrirá sin duda a ustedes, que desde que estos Δts son derivados de los grupos de estrellas separados por 12 horas de A. R., una parte a lo menos de la diferencia se debe a errores sistemáticos de A. R. Este podría ser el caso; pero si así fuera, seis meses más tarde, cuando los grupos de estrellas de los cuales hemos determinado los Δts están al revés con respecto a la mañana y la tarde, deberíamos encontrar que esta diferencia entre mañana y tarde es numéricamente igual pero de signo contrario. Este no es el caso. A lo sumo, sólo una pequeña parte de esta diferencia puede ser atribuída al error periódico en la A. R. de las estrellas usadas. Su causa debe ser buscada en otra parte.

Nuestro estudio indica que la marcha del reloj tiene una variación diurna más o menos definida, que de alguna manera desconocida está en relación con la longitud del Sol, o, lo que es lo mismo, la posición de la Tierra en su órbita.

Esta dependencia de la marcha del reloj a la longitud del Sol es más evidente, haciendo un estudio de la corrección del reloj, durante el período de un año.

Generalmente hay varios cientos de Δts disponibles, en años en que los relojes no sufren las consecuencias de disturbios sísmicos.

Desde octubre de 1919 a octubre de 1920, fueron hechas alrededor de 15.000 observaciones para investigar el efecto matutino-vespertino, con varios cientos de determinaciones independientes de la corrección del reloj. Un análisis prolijo de estos Δts demostró que podían ser exactamente representados por la fórmula siguiente :

$$\Delta t = -16^s.495 - {}^s.0811t + {}^s.0001902t^2 + {}^s.3172 \operatorname{sen} 2\Theta - {}^s.2303 \cos 2\Theta + {}^s.0205 \operatorname{sen} 5\Theta + {}^s.0567 \cos 5\Theta.$$

Con esta fórmula podemos entonces computar un Δt para cualquier día del año, y, como se lo hace, sólo varía con el observado en un $^s.02$ como promedio.

En 1923 hubo otro período entre febrero 6 y noviembre 22 en el cual los relojes no fueron molestados por causa alguna conocida, y los resultados presentaban las mismas características que los del período de 1919-1920.

La siguiente fórmula representa los Δts observados en 1923, con la misma exactitud que en 1920

$$\Delta t = -4^s.297 + {}^s.05136t - {}^s.0001080641t^2 - {}^s.143 \operatorname{sen} 2\Theta - {}^s.056 \cos 2\Theta - {}^s.043 \operatorname{sen} 4\Theta + {}^s.044 \cos 4\Theta.$$

En la cual t representa el número de días contados desde el principio del año, y Θ la longitud verdadera del Sol.

Los términos que dependen de la longitud del Sol, en parte, a lo menos, pueden ser debidos a los métodos imperfectos para computar los efectos de la nutación. El término dependiente del cuadrado del tiempo (t^2), se sospechó al principio que se debía a un alargamiento gradual de los péndulos. Éstos son hechos de acero niquelado, siendo una aleación algo inestable. Sin embargo, cuando se encontró que este término tenía signo contrario a los resultados de 1923, y como ambos relojes demostraban precisamente el mismo cambio, esta teoría se hizo altamente improbable. De un estudio de las series interrumpidas desde 1920 hasta 1929, se hizo aún más improbable, desde que en estas series parece haber una variación periódica más o menos regular en el signo del coeficiente de t^2.

Si las investigaciones que actualmente se hacen confirman esta periodicidad supuesta en el coeficiente del término del t^2 probaría, sin lugar a dudas, que la causa no está en los mismos relojes, sino que se trata de una fuerza exterior que actúa sobre el péndulo. Sólo se presentan dos causas que puedan explicar el fenómeno : o bien, una variación de la rotación de la Tierra alrededor de su eje, o un

desplazamiento periódico del centro de gravedad. Cualquier variavariación de la rotación de la Tierra produciría, es claro, un cambio correspondiente en la fuerza de gravedad, de tal modo que no es fácil separar un fenómeno del otro. La solución completa del fenómeno exigiría tal vez la cooperación de varios observatorios separados más o menos por 180° de longitud aproximadamente en la forma que lo están las estaciones internacionales de latitud.

La Luna, como ustedes saben, siempre ha sido el miembro recalcitrante del sistema solar.

Nunca fué posible hacerla conformar con las teorías. Las observaciones de la Luna no corresponden con los lugares predichos.

Por mucho tiempo se supuso que esto se debía a omisiones de algunos términos en la teoría de la Luna.

El profesor Brown, de la Universidad de Yale, quien pasó muchos años en la preparación de nuevas tablas lunares, tomando en cuenta muchos términos que antes habían sido omitidos, últimamente nos proveyó de los medios para predecir la posición de la Luna con mucha mayor precisión de lo que antes era posible. Pero aun con estas nuevas tablas, la Luna no se conforma con la teoría, y por ningún medio se ha logrado que lo sea. Últimamente, Brown y algunos otros investigadores, adelantaron la teoría de que tal vez después de todo, la causa no esté en la Luna, sino que sea debida a las irregularidades de la rotación de la Tierra ; o, en otros términos, que la rotación uniforme de la Tierra alrededor de su eje, que hemos supuesto siempre ser nuestro reloj perfecto, graciosamente donado por la naturaleza, no es tal vez tan perfecto como hasta ahora se había creído. Si resultara de esto que nuestros relojes, confeccionados por el hombre, han llegado ya a una perfección tal que pueden notarse variaciones en el reloj obra maestra de la naturaleza, sería una ocasión para admirarse de lo que ha logrado el hombre.

Pido a ustedes sin embargo, que no me interpreten mal. No sostengo que esto se haya hecho. Al contrario, es necesario investigar muy mucho aún para que esto pueda sentarse como un hecho establecido. Pero tal cosa se prevee, y si resultara que la rotación de la Tierra es variable a tal grado, nuestros relojes con el tiempo demostrarán el hecho.

Nunca, hasta ahora, en la historia de la astronomía se han obtenido marchas tan uniformes por períodos tan extensos como éstas. El valor astronómico, que tienen tales marchas, es de gran importancia en trabajos fundamentales y no necesitan comentario alguno.

Hora del más alto grado posible de precisión, es, desde luego, una necesidad para la astronomía, y está empezando a serlo en todo el mundo. En el comercio moderno se demanda la hora aproximada al segundo, cuando antes una aproximación de cinco minutos bastaba a sus necesidades. En el Observatorio de Córdoba no pasa un día sin que se soliciten centenares de pedidos de la hora exacta. Tan numerosos son estos llamados, que prácticamente absorben todo el tiempo de un empleado, cuya misión es la atención del teléfono y dar la hora oficial.

Hace pocos meses se me ocurrió la idea de que se podría usar un autómata para contestar los pedidos de la hora exacta, y como resultado tenemos un muñeco, que contesta fielmente y con precisión todos los pedidos de la hora, con prontitud y esmero.

El mecanismo es bastante simple, pero no es oportuno explicarlo en este momento. El aparato es completamente eléctrico y está sincronizado con el reloj y conectado a la línea telefónica.

Cuando alguna persona desea la hora exacta, llama al número del aparato telefónico y escucha un momento hasta que el reloj llega al minuto exacto y cierra el circuito poniendo en movimiento el aparato que a su vez, da por teléfono la hora y minutos exactos y corta la comunicación, poniendo de esta manera la línea en condiciones para un nuevo llamado.

Suponiendo que ustedes estuvieran en Córdoba y desearan conocer la hora exacta, tendrían que llamar simplemente al número correspondiente al aparato, llamado « telehora », y escuchar un momento. Si en el momento que llaman faltasen 10 segundos para las 11 horas, al finalizar los 10 segundos el reloj cerraría el circuito poniendo en operación al « telehora », que exactamente a las 11 diría con voz clara y fuerte : « son las once en punto ».

En seguida que esté terminado el nuevo Observatorio será instalado este aparato. Se puede hacer éste tan económicamente que ahorrará al Observatorio alrededor de 2500 pesos anuales, además del ahorro que implica la no necesidad del empleado que actualmente atiende los pedidos y que podría ser destinado a fines de mayor importancia.

Será aún de mayor utilidad al público, desde que el aparato funcionará continuamente durante las 24 horas del día. No dudo que pronto se instalará un aparato similar en la oficina telefónica central, aquí en Buenos Aires, de modo que cuando alguno de ustedes quiera la hora exacta sólo tendrá que llamar al número del aparato, sin molestar a nadie.

Aunque nuestros instrumentos son los mejores que la ciencia y la técnica pueden producir, ellos por sí solos no son suficientes para obtener posiciones estelares del más alto orden de precisión.

Además del mejor instrumental posible, es necesaria una consagración ilimitada de parte del observador. Como antes he dicho, nuestras posiciones son superiores a cualquiera de las obtenidas hasta ahora en otras partes del mundo, pero aisladas, nada nos dicen de los movimientos propios. El único método conocido para obtener un sistema homogéneo de estos movimientos esparcidos en todo el firmamento, es aquel que ha estado en uso desde el descubrimiento del primer movimiento propio, a fines del siglo XVIII. Consiste en comparar una serie de observaciones precisas de C. M., como las del *Primer Catálogo fundamental,* con una serie similar separada por un espacio de 50 años o más. Las primeras series del hemisferio norte, que son suficientemente exactas para esta finalidad, son las de Bradley hechas en 1755, mientras que las primeras del hemisferio sur, son las efectuadas en la Colonia del Cabo, más o menos en el año 1830. En esta forma las estrellas del hemisferio sur están, por lo menos, 75 años atrasadas con respecto a las del norte, y sólo el tiempo podrá mejorar esta debilidad de los movimientos propios de las estrellas australes.

Cuando se fundó el Observatorio, en el año 1872, solamente habían transcurrido unos 40 años desde que se confeccionara el primer catálogo de precisión en el hemisferio sur.

No había corrido suficiente tiempo, pues, para que fuera menester que Gould hiciera la determinación de movimientos propios.

Aunque se encontraba entonces en condiciones de hacer observaciones de alto grado, no podían esperarse determinaciones de movimientos propios sino de un raro número de estrellas, puesto que el catátogo de 1830 era de un grado muy inferior de precisión, y también, porque los movimientos propios en general son tan pequeños que sólo unos cuantos de los más grandes podían determinarse en un período tan reducido de tiempo.

Gould eligió entonces el plan más acertado, es decir, hacer una inmensidad de observaciones de un regular grado de precisión de la gran masa estelar en el Cielo austral, con la idea de formar una base que, observada de 50 a 100 años después, daría miles de movimientos propios.

Actualmente casi lo contrario es lo mejor. Lo que la ciencia necesita en esta época no es una gran masa de observaciones de un valor mediocre, sino pocos programas bien planeados, observados y redu-

cidos con el mayor cuidado posible, de manera que se pueda producir un sistema completamente libre de errores sistemáticos, y que servirá como una sólida base de la cual no sólo se pueda volver remotándose a los primeros catálogos, sino que permita a los astrónomos la determinación de movimientos estelares, con absoluta confianza, en los 50 ó 100 años posteriores.

Hasta ahora sólo se ha demostrado que una cantidad enorme de trabajo entra en la formación de dicho catálogo, y la paciente pericia que el astrónomo debe realizar en su preparación para obtener resultados altamente precisos, sin mencionar de ninguna manera a qué serán destinados los movimientos propios, o de qué manera han contribuído para nuestro conocimiento del gran universo estelar en que nos encontramos.

Se calcula que la Vía Láctea contiene 50 billones de estrellas. El primer uso a que fueron destinados los movimientos propios, fué la determinación del movimiento del sistema solar a través de este laberinto de cuerpos celestes. El mayor de los Herchel, en 1783, con sólo 13 movimientos propios, los únicos conocidos en esa época, ejerciendo una pericia, podría decirse genial, pudo fijar el punto hacia el cual se movía el Sol con sus planetas, entre esta inmensidad de estrellas. Este punto no está muy lejos del aceptado hoy día, después de un siglo y medio de investigaciones. Muchísimo trabajo ha sido literalmente prodigado a este problema. De una u otra manera ha ocupado la atención, prácticamente, de todos los grandes astrónomos, desde Herchel, a quien se le considera «el padre de la astronomía moderna».

Gran parte del trabajo hecho con el fin de esclarecer este problema, si bien ha aumentado nuestro conocimiento y ha fijado con mayor precisión el ápice y velocidad del movimiento solar, nos ha demostrado al mismo tiempo los casi invencibles obstáculos que representa el problema para su resolución.

El gran interés que éste ha despertado durante el último siglo y medio, se ha encaminado no tanto a encontrar el punto exacto en el Firmamento al que se dirige el Sol y la velocidad en que marcha, aunque en sí esto es interesante, sino más bien su aplicabilidad a las investigaciones de los movimientos estelares, desde que para encontrar los movimientos reales de las estrellas su movimiento debe ser previamente eliminado.

Varios investigadores dedicados a estudiar los movimientos propios han descubierto grupos de estrellas con movimientos iguales y

paralelos, revelando así el hecho de que están estrechamente asociados y que en realidad forman un grupo que se mueve.

Están extensamente distribuídos en el Cielo, y no están más próximos cada uno entre sí de lo que lo están muchas otras estrellas no relacionrdas con el grupo.

No hay nada que en apariencia lleve al casual observador a suponer que están más íntimamente relacionados entre sí, que con cualquier otro grupo de estrellas, pero su asociación es revelada por sus movimientos en comunidad.

El más notable y el mejor estudiado de estos cúmulos movibles es aquel de la constelación de Tauro, descubierto por el profesor L. Boss, más o menos por el año 1906 cuando estaba preparando su famoso P. G. C. Encontró un grupo de unas 39 estrellas distribuídas en un área de unos 15° cuadrados del Cielo, con movimientos iguales y paralelos qne parecían convergir en un punto.

Las líneas paralelas parecen, es claro, convergir en un punto, lo mismo que sucede cuando se observan los rieles de una línea férrea. De un estudio de sus movimientos propios pudo determinarse con precisión el punto al cual convergen las estrellas. No sólo se determinó el punto de convergencia, sino que se pudo conjuntamente con la velocidad radial de cualquiera de ellas, encontrada por medio del espectroscopio, determinar los movimientos reales del cúmulo y las distancias de separación de cada una de las estrellas componentes, como también su distancia a la Tierra.

Esto se hizo con tal precisión que las coloca entre las estrellas, cuyas determinaciones de distancias son las mejores obtenidas de todo el Cielo.

Él ha calculado que más o menos al final de 60.000.000 de años habrán de encontrarse tan lejos en el espacio, que se presentarán a un observador en esa época en una forma similar a un verdadero cúmulo.

La única razón por la cual no se presenta así actualmente, es que debido a que están tan próximas, las distintas estrellas aparecen demasiado apartadas las unas de las otras. En este gran cúmulo de Hércules las estrellas están tan agrupadas que parecen estar en contacto, pero en realidad no están más próximas que las que se encuentran en la vecindad del Sol, las cuales vemos a nuestro alrededor.

La estrella más próxima al Sol que conocemos es Próxima Centauri, la que se encuentra a una distancia tan enorme que para poder expresarla es menester buscar una unidad mayor que la comúnmente

usada para medir las distancias terrestres. Una de las unidades más convenientes de que se valen los astrónomos para expresar estas enormes distancias es el « año de luz ».

La luz, como ustedes saben, marcha con una velocidad de 300.000 kilómetros por segundo — una velocidad que daría ocho vueltas alrededor de la tierra en un segundo.

Próxima Centauri, que es la estrella más cercana a la Tierra, está sin embargo, tan lejos que la luz tarda cuatro años y medio para llegar a ella.

Tal vez podría apreciarse mejor esta distancia enorme, expresándola en kilómetros. Para ello todo lo que habría que hacer es multiplicar la cantidad de 10.000.000.000.000, que es el número de kilómetros que la luz recorre al año, por 4,5.

Esta es la estrella más próxima al Sol. El gran cúmulo ω Centauro contiene miles y miles de estrellas. No tenemos por qué suponer que cada una de ellas esté más próxima a cualquier otra, de lo que lo están las más cercanas a la Tierra y las que las circundan al Sol. Shapley encuentra que esté cúmulo está a una distancia de 21.000 años de luz de la Tierra.

Algunas autoridades podrán cambiar en algo esta cifra, pero este es el valor generalmente aceptado. El agrupamiento de tantas estrellas en un espacio tan reducido es simplemente una ilusión óptica debida a la distancia. Si estuviéramos situado más o menos al centro de este cúmulo, veríamos las distintas estrellas de que se componen separadas por distancias tan enormes como las de las diversas estrellas que rodean la Tierra. No nos apercibiríamos de que nos encontramos en el centro de tal núcleo de estrellas. El hecho es, sin embargo, de que nos encontramos en el centro de un cúmulo similar, según Shapley.

Esto fué sospechado hace mucho por Gould y últimamente fué confirmado por Shapley por medio del estudio de sus movimientos propios.

Recordarán ustedes que al principio mencioné que el profesor Kapteyn demostró en 1904 que la gran masa de estrellas tiende a moverse en dos corrientes bien definidas. Comprenderemos mejor esto si imaginamos dos grandes cúmulos, tales como acabamos de ver, marchando en el espacio con velocidades que varían de veinte a cien kilómetros por segundo, de manera que después de un período de muchos años se encontrarán en una colisión de frente.

No habría un gran choque como se podría suponer.

Cada estrella de éstas está separada por una distancia tan enorme y son tan insignificantemente pequeñas en comparación con el espacio ocupado por el cúmulo que prácticamente no habría una probabilidad de que chocasen.

Cada cúmulo continuaría tranquilamente su curso y con el tiempo se compenetrarían completamente de la misma forma que pasaría si dos mangas de langostas se encontrasen de frente. Cada manga continuaría pacíficamente su curso y en poco tiempo empezarían a separarse.

Si no fuera por la ley de gravitación universal de estos grupos harían exactamente lo mismo, pero una vez que estuvieran bien compenetrados no podrían separarse y empezarían a girar alrededor de su centro común de gravedad y darían lugar a una formación estelar muy parecida a una nebulosa espiral.

La primera de estas espirales fué descubierta alrededor del año 1845 cuando Lord Rosse empezó a utilizar su gran reflector.

Se discutió mucho al principio si estas espirales eran realmente nebulosas o simplemente agregados de estrellas. Pero pronto se descubrieron otras, y con la llegada del espectroscopio y los grandes reflectores su verdadera naturaleza fué gradualmente determinada. El doctor Perrine, trabajando con el reflector Crosley en el Observatorio de Lick, llegó a la conclusión de que debería haber por lo menos 500.000 nebulosas de esta clase. Hoy en día se estima que debe haber más de un millón. Gran parte del conocimiento que tenemos de estas espirales se ha obtenido por medio del gigantesco telescopio de Mount Wilson.

Es el mayor del mundo, teniendo un espejo de 2 metros de diámetro. Fotografías de larga exposición que fueron tomadas con este instrumento han reducido actualmente la parte exterior de esta gran espiral de la constelación de Andromeda a estrellas. No puede haber más dudas respecto a la naturaleza de estas espirales. Son claramente inmensos agregados de estrellas semejantes a nuestro sistema de la Vía láctea.

El concenso de las opiniones actuales, es según creo, que son verdaderos universos, lo mismo que el nuestro; pero completamente independientes, estando separados de él por un gran océano de vacío, lo mismo que Sud América está separada de Europa por el gran Océano Atlántico. No insistiré sobre este punto ya que hay algunas autoridades que creen que son dependientes de nuestra Vía láctea.

No es de importancia ahora saber si son verdaderamente univer-

sos-islas, como se los llama, o si son dependientes de nosotros. En un punto creo que todos estamos de acuerdo; es decir que están a enormes distancias. Esta gran espiral de Andromeda es la más próxima que se conoce, sin embargo, según mantiene Hubble, la luz que impresionó la placa de esta fotografía partió en su largo recorrido a la Tierra hace aproximadamente un millón de años. Conociendo la distancia, fácilmente se deduce el tamaño de la nebulosa.

Actualmente se sabe que contiene millones de estrellas, y este hecho conjuntamente con su gran distancia y dimensiones haría suponer que se trata de un universo-isla, pero como dijimos anteriormente, no insistiremos en la cuestión ya que está lejos de ser solucionada. Está generalmente admitido que nuestro sistema es también un espiral, pero mucho mayor, y en un todo similar a esta gran nebulosa, de Andromeda. Si pudiéramos alejarnos ahora a una distancia de un millón de años de luz veríamos mirando atrás nuestro propio sistema o Vía láctea proyectado en el Firmamento apareciendo muy semejante o una nebulosa espiral.

Si pudiéramos ahora hacer otro viaje a la misma distancia, pero en un plano paralelo a nuestra Vía láctea, la veríamos de perfil semejante a un disco o reloj.

Que nuestro sistema tiene forma de disco era sabido desde los tiempos de Hershel, pero sus dimensiones han sido considerablemente aumentadas durante los últimos pocos años.

El diámetro que pasa por el plano de la Vía láctea estímase entre 50.000 y 300.000 años de luz. No se ha encontrado aún ninguna espiral que sea, ni aproximadamente del tamaño de nuestro Universo. Shapley ha dicho justamente que si estas espirales son universos islas, entonces nuestra Vía láctea es un continente. De una mirada casual a una de estas espirales, creo que casi cualquiera estaría inclinado a concluir *a priori* que está girando alrededor de su centro de gravedad. Si estuviéramos en el centro de tal espiral, debemos encontrar, como generalmente se supone, que tal es el caso. Durante los últimos dos o tres años, dos jóvenes astrónomos Linblad, de Suecia y Oort, de Holanda, han demostrado con el estudio de los movimientos propios de miles de estrellas que la Vía láctea está en rotación y que hace una vuelta completa de 200 millones de años. Este período de rotación es más o menos del orden que debemos suponer ya que si giran sólo cuatro veces más rápido la fuerza centrífuga sería tan grande en la periferia que las estrellas que se encontraran en ella serían expelidas al espacio.

Por otra parte se ha comprobado que el centro de gravedad alrededor del cual gira la masa estelar está situado en la constelación Sagitario. Estamos ahora en condiciones de comprender por qué Kapteyn encontró las estrellas de nuestra Vía láctea moviéndose en dos corrientes.

Si nuestra hipótesis de que la gran nebulosa espiral o sistema de la Vía láctea fué formada por una colisión de dos cúmulos que empezaron a girar alrededor de un centro común de gravedad, fuera verdadera, encontraríamos justamente lo que ha sido observado, es decir, que está en rotación y que hay dos corrientes de estrellas bien definidas que se mueven en direcciones más o menos opuestas. Pero no debemos suponer que tal hipótesis haya sido demostrada. Casi nada se conoce actualmente respecto a la formación de estas nebulosas. Muchos siglos habrán de pasar, sin duda, antes de que este problema sea resuelto; pero al hacer tales hipótesis y proceder a demostrar su veracidad o falsedad se progresa.

Lo que acabo de exponer es una breve reseña de nuestra moderna concepción del Universo. No sólo hemos tenido que modificar considerablemente nuestra primitiva concepción en lo que se refiere a sus dimensiones, sino que nuestra escala de tiempo ha tenido que ser completamente reformada también.

Sabemos ahora que un millón de años es un reducido período en la existencia de una estrella. Ustedes se habrán maravillado seguramente de cómo millones de estrellas de las cuales nuestro Sol es típico, pueden seguir irradiando energías en forma de luz y calor al espacio, en cantidad de miles de toneladas por segundo en billones de años, sin aparente disminución de sus masas.

El Sol irradia al espacio 120 billones de toneladas anualmente; pero a pesar de esto, la fuente de su interior es tan inextinguible que podrá seguir haciéndolo por billones de años aún.

Según la teoría de la relatividad de Einstein la materia y la energía son intercambiables.

Me gustaría decirles algo de esta mágica fuente de energías encontrada en el interior de las estrellas donde la temperatura sobrepasa 40.000.000° y donde se cree que la materia se transforma completamente en la energía, de acuerdo con esa teoría; pero he ocupado ya demasiado vuestro tiempo y paciencia. Debo ocuparme, pues, en llegar al final.

Lo único que quería hacer constar es que el conocimiento que tenemos de este maravilloso sistema estelar, ha sido descubierto en

gran parte debido al estudio de los movimientos propios. Hasta ahora han desempeñado un importante rol en nuestro estudio del Universo, y es lógico suponer que aún seguirán desempeñándolo por muchos años.

Como conclusión quiero presentarles una copia del *Primer Catálogo fundamental de Córdoba*, que espero resultará útil en el estudio ulterior de estos problemas de cosmografía, la solución completa de los cuales tengo la seguridad que serán de incalculables beneficios a la humanidad.

Mis anhelos se verían realmente cumplidos, si esta modesta contribución a la ciencia resultara aceptable a los dos colaboradores en la fundación del Observatorio nacional argentino — el doctor Benjamín Gould, su primer director, y el ilustre presidente don Domingo Faustino Sarmiento, en cuya administración y como coronación a sus esfuerzos, tuvo nacimiento.

ESPECTROS DE ABSORCIÓN EN LA REGIÓN ULTRAVIOLETA

DE MEZCLAS DE ALCALOIDES

SISTEMA : CLORHIDRATO DE MORFINA, CLORHIDRATO DE COCAÍNA

Por el doctor LUIS A. BONTEMPI

RÉSUMÉ

Spectres d'absorption, dans la région de l'ultra-violet, de mélanges d'alcaloïdes. — L'auteur démontre que, à ces spectres, correspond une longueur d'onde qui se place en une position intermédiaire entre celles des composants : le chlorhydrate de morphine et le chlorhydrate de cocaïne. Ces spectres aident à connaître, du moins qualitativement, le mécanisme de l'absorption du système étudié, ainsi que la prépondérance de certains groupes moléculaires, tels que le radical benzoïque.

Estudiando los espectros de absorción en la región ultra-violeta de distintos alcaloides y anestésicos en función de diversos factores: disolventes, temperatura, acción de la alcalinidad, recipientes de vidrio, etc., se nos ocurrió observar el comportamiento de una mezcla de los mismos. Dicha observación es el objeto de la presente nota.

Revisada la bibliografía a nuestro alcance sólo hemos hallado un trabajo de V. Brustier (1) al cual nos hemos de referir después.

La técnica empleada es la descrita por Damianovich y Williams (2) y usada por nosotros en experiencias anteriores. La sola variante ha sido emplear en la fuente luminosa, en vez de la bobina de Rhumkorff, el transformador F. 282 (1/4 Kw) de la casa A. Hilger Ld., que nos daba en el secundario una tensión de 15.000 volts, con dos condensadores cilíndricos en paralelo con 0,004 mf. de capacidad to-

(1) V. Brustier, *Contribution à l'étude spectrographique de l'absorption des rayons ultra-violets par les alcaloïdes et les glucosides* dans *Bull. Soc. Chim. de France*, tomo XXXIX-XL, página 1527, 1926.

(2) Damianovich y Williams, *La Espectrofotometría Ultravioleta*, en *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, tomo XCVIII, página 241, 1925.

tal, obteniendo así la chispa condensada entre electrodos de Jones.

La mezcla de alcaloides estudiados fueron el clorhidrato de morfina y el clorhidrato de cocaína, cuya pureza comprobamos determinando sus constantes físicas. Las soluciones han sido hechas en agua bidestilada con un Ph = 6,9.

Las curvas que traducen la absorción selectiva están determinadas: en las ordenadas por el logaritmo de las intensidades de la luz

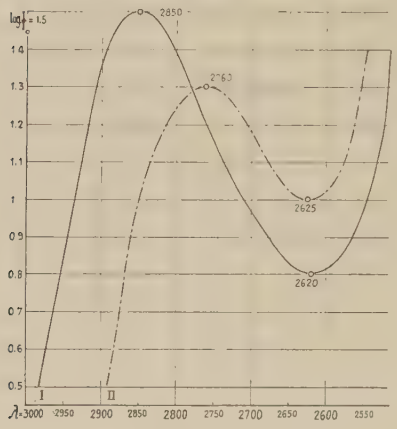


Fig. 1. — I, HCl. Morfina : 1/7000
II, HCl. Cocaína : 1/6000

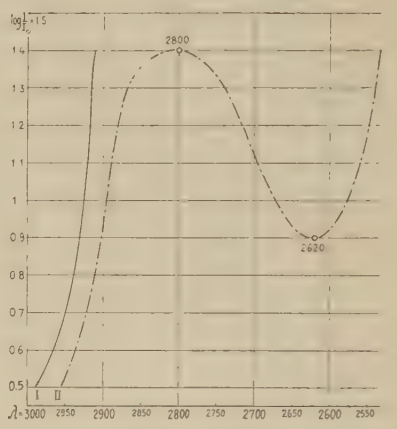


Fig. 2. — I, HCl. Morfina (1/3000) + HCl. Cocaína (1/3000) → dil. total 1/6000; II, HCl. Morfina (1/6000) + HCl. Cocaína (1/6000) → dil. total 1/12000.

entrante y saliente de la cuba con la solución ($\log I/I_0$) y en las abscisas por las longitudes de onda (λ).

Comenzamos por determinar los espectros de absorción del HCl.M (1) sol. 1/7000 y HCl. C (1) sol. 1/6000 (fig. 1). El espectro de absorción de estas dos subtancias ha sido estudiado por Henri y Gompel (2), por Debbie y Fox, el de HCl. C (3), por Castille (4), por Hartley (5) y por nosotros el del HCl. M (6).

(1) Las letras M y C reemplazan las fórmulas de la morfina y cocaína respectivamente.

(2) Henri et Gompel, *Comptes rendus*, tomo CLVI, página 1541, 1913, y tomo CLV, página 1423, 1913.

(3) Debbie and Fox, *J. Chem. Soc. London*, tomo CIII, página 1193, 1913.

(4) Castille, *Bull. Acad. Roy. Belgique*, tomo V, página 193, 1925.

(5) Hartley, *Kayser Handbuch der Spectroscopie*, tomo III, página 551.

(6) L. A. Bontempi, *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, tomo XCIX, página 209, 1925.

Hecha la mezcla del HCl . M 1/3000 + HCl . C 1/3000 para obtener una dilución total de 1/6000 y determinado el espectro desapareció la curva de absorción selectiva para transformarse en absorción lineal (fig. 2, curva I); esto implica, de inmediato, que a esa dilución los caracteres selectivos de absorción del HCl . M y HCl . C han desaparecido, ninguna de las dos substancias se manifiesta a pesar de que la dilución total es igual en un caso y aproximada en el otro a las diluciones de la figura 1.

Seguimos diluyendo y al llegar a 1/6000 para HCl . M y 1/6000 para HCl . C, dilución total 1/12000, obtuvimos la curva II (fig. 2), cuyo

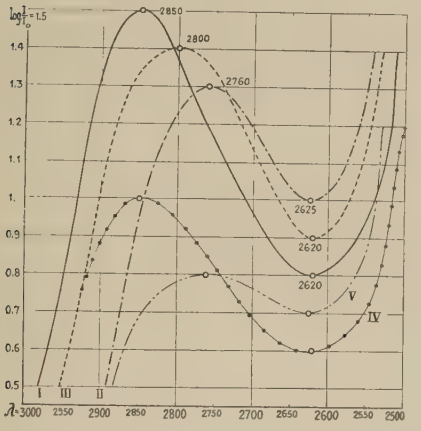


Fig. 3. — I, HCl. Morfina : 1/7000; II, HCl. Cocaína : 1/6000; III, Mezcla HCl. Morfina (1/6000) + HCl. Cocaína (1/6000) → dil. total: 1|12000; IV, HCl. Morfina : 1/12000; V, HCl. Cocaína : 1/12000.

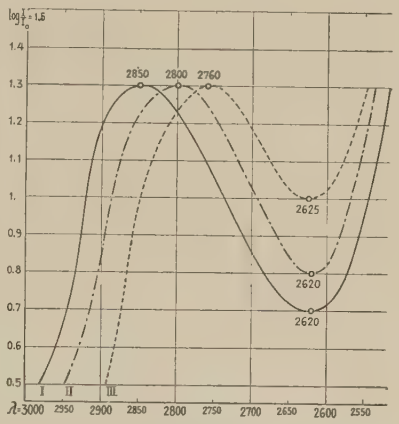


Fig. 4. — I, HCl. Morfina : 1/9000; II. Mezcla partes iguales HCl. Morfina + HCl. Cocaína → dil. total : 1/14200; III, HCl. Cocaína : 1/6000.

máximo (2800 λ) no coincide con ninguno de la figura 1 (2850 λ para HCl . M y 2760 λ para HCl . C); el mínimo (2620 λ), en vez, es igual que para el HCl . M.

A la dilución 1/12000 hicimos nuevos espectros de absorción de ambos alcaloides, para descubrir alguna concordancia con el espectro de la mezcla. En la figura 3 las curvas IV y V traducen esta nueva concentración. Como se ve, no hay coincidencia.

Las curvas IV y V mantienen sus máximos y mínimos con las curvas I y II de las mismas substancias insertas en la misma figura, a pesar de la mayor dilución, lo que apoya el postulado de K. Schäfer (1): « El desplazamiento paralelo de las curvas de absorción hacia

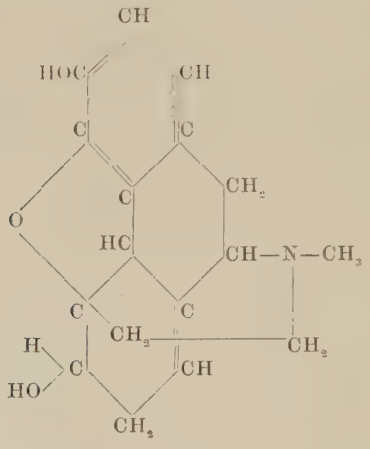
(1) Citado por R. Dietzel, *Anales Soc. Esp. Física y Quím.*, t. XXV, pág. 55, 1927.

abajo indica una disminución de la concentración de la substancia, mientras el desplazamiento hacia arriba implica un aumento».

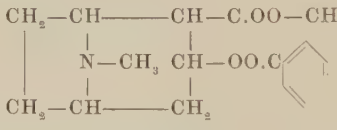
En la figura 4 se han trasladado todas las curvas a la posición $1{,}3 = \log I/I_0$ para mejor comparar los máximos, los mínimos y la amplitud de la absorción.

La aparición de una nueva curva de absorción señala la formación de una nueva substancia absorbente, si no como especie química definida, por lo menos como «agrupación vibratoria absorbente» según la expresión V. Henri (1).

Conociendo la fórmula de la morfina, según Knorr-Hörleim,



y de la cocaína (éter metílico de la benzoil ecgonima)



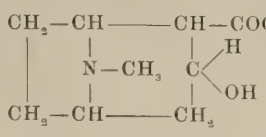
veamos cómo podemos acercarnos para explicar el espectro de absorción dado por la mezcla.

La morfina posee un espectro de absorción semejante a la codeína (metil-morfina), según Henri y Gompel (2); mientras el de la cocaína es casi idéntico al del ácido benzoico

(1) V. Henri, *Études de photochimie*, páginas 22 y siguientes, París, 1919.

(2) Henri et Gompel, *Comptes rendus, loc. cit.*

que es uno de sus componentes, conforme lo han demostrado Henri y Gompel (1), Debbie y Fox (2). En cuanto a la ecgonina



su espectro de absorción, estudiado también por Henri (3) no se acerca en nada al de la cocaína, no presenta bandas. Es parecido en cambio al espectro de la tropina a cuya familia de alcaloides pertenecen ambos, según puede apreciarse en la figura 6.

Luego, el espectro de absorción de la morfina, no está condicionado por ningún componente aislable de su molécula, mientras la cocaína lo es por el ácido benzoico parte integrante de su constitución.

Determinamos entonces el espectro del ácido benzoico cuya curva es la I de la figura 5. Su máximo corresponde a $\lambda = 2730$ y su mínimo a $\lambda = 2600$. La diferencia con la curva del HCl . C, cuyo máximo pasa por $\lambda = 2760$, es del orden estudiado por Henri y Gompel.

A continuación mezclamos sol. 1/16000 ac. benzoico con sol. 1/8000 HCl . M dilución total 1/24000 y su comportamiento nos da la curva II figura 5, que es distinta a la del ac. benzoico como también a la de la mezcla HCl . C + HCl . M curva III de la misma figura. Es idéntica, en vez, a la curva del HCl . C figuras 1 y 4.

Esta identidad induce a confirmar que el espectro de absorción HCl . C sólo se debe al grupo benzoico, y podemos agregar que el grupo benzoico predominará cualquiera sea el resto molecular que lo acompaña, lo que se confirma no sólo por la curva II que indicamos sino también por los espectros de absorción del benzoato de etilo y de la aconitina (acetil-benzoil-aconina) estudiados por Brustier (4).

La no igualdad de las curvas II y III (fig. 5) con respecto al máximo y a su amplitud de banda, ya que en su mínimo coinciden a distintos valores de log I/I_0, permite señalar la pequeñísima influencia de la molécula de ecgonina.

(1) Henri et Gompel, *Comptes rendus, loc. cit.*

(2) Debbie and Fox, *loc. cit.*

(3) Henri, *International Critical Table,* tomo V, página 369.

(4) Brustier, *loc. cit.*

Nos quedaría por realizar la mezcla ecgonina + HCl . M, como hubiese sido necesario, pero el no poder conseguir tal substancia nos ha privado de ilustrar mejor los espectros comparativos.

Se observa también en las curvas de la figura 5 que las bandas de absorción van aumentando de la I a la III, desplazándose hacia la región de mayor λ; lo que nos dice que al disminuir el número de vibraciones la agrupación molecular vibratoria ha aumentado en complejidad.

Brustier, en el trabajo citado, determina el espectro de absorción

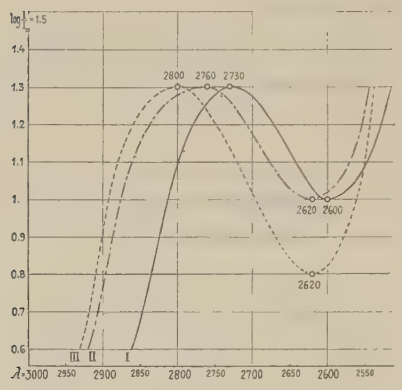


Fig. 5. — I, Sol. ácido benzoico : 1/12200; II, Mezcla de ácido benzoico (1/16000) + HCl. Morfina (1/8000) → dil total : 1/24000; III, Mezcla de partes iguales de HCl. Morfina + HCl. Cocaína → dil. total : 1/14200.

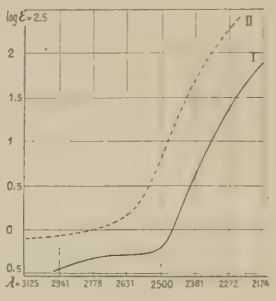


Fig. 6. — I, Ecgonina; II, Tropina (Henri, *International Critical Table*, t. V. pág. 369)

de una mezcla de HCl . M y narcotina. La narcotina posee una banda de absorción mayor que el HCl . M en el ultra-violeta. La mezcla da una banda mayor que el HCl . M y menor que la narcotina. Y Brustier concluye que: « en una mezcla de dos alcaloides donde uno posee sobre el otro una acción absorbente mayor en la región ultra-violeta, si esta acción se produce en la misma región del espectro, el espectro del primero es el que aparece. »

Tal es lo que acontece en nuestro caso: el HCl . C absorbe más en el ultra-violeta que el HCl . M y la mezcla da una banda intermedia, confundiéndose con el HCl . C en el caso especial arriba expuesto de la mezcla ác. benzoico + HCl . M.

Quedaría por determinar la estructura del complejo absorbente que origina la curva III figura 5. Aplicando la técnica y el método

indicados por V. Henri (1) podríamos acercarnos a su conocimiento con las aproximaciones que él señala; pero no nos es posible por carecer del prisma compensador de cuarzo, para las medidas de la dispersión en el ultra-violeta, ideado por el citado investigador.

CONCLUSIONES

1ª El espectro de absorción de una mezcla de alcaloides en la región ultra-violeta determina un nuevo espectro de absorción cuya banda ocupa una posición intermedia entre las de los componentes;

2ª Para que aparezca esta nueva banda de absorción la solución de la mezcla debe poseer una dilución mayor que la del doble de cada espectro componente, lo que indica la formación de una agrupación molecular con fuerte poder absorbente;

3ª En la mezcla HCl . C + HCl . M estudiada, el nuevo espectro está condicionado por el grupo ác. benzoico;

4ª El método espectrográfico usado permite caracterizar una mezcla de substancias por comparación con espectrogramas de soluciones tipo. La curva III (fig. 5) identifica 7 mgr. % de cada uno de los alcaloides, pudiendo aumentarse la sensibilidad preparando diluciones mayores que nos darían siempre los mismos máximos y mínimos de las curvas variando sólo el valor de log I/I_0;

5ª Los datos de la presente nota ayudan a mostrarnos el mecanismo, por lo menos cualitativamente, de la absorción en el sistema estudiado y la preponderancia de ciertos grupos moleculares como el del ác. benzoico.

Estudiados así los fenómenos de absorción, permitirán quizá, descubrir, sumados a los muchos ya conocidos, una aditividad en los espectros de absorción del ultra-violeta que aún no se ha constatado.

Me hago un deber agradecer a los doctores Horacio Damianovich y Adolfo T. Williams las indicaciones oportunas para el mejor éxito de este trabajo; como también al doctor Orsini F. F. Nicola por la gentil ayuda prestada por su laboratorio particular.

Facultad de Ciencias Exactas de Buenos Aires.

(1) V. Henri, *Photochimie*, páginas 31 y siguientes; páginas 189 y siguientes.

BIBLIOGRAFÍA

Por C. C. D.

Molino Torres, Alejandro, *Conferencias de matemáticas.* VI. Conferencias entre conjuntos infinitos : VII. El continuo bidimensional. Un folleto (14 × 20) con 53 páginas y 8 figuras. VIII. Un apéndice a la conferencia VI, con 8 páginas y una figura. Buenos Aires. Tomás Palumbo, 1931.

En el tomo 105, página 228 de estos *Anales*, nos hemos ocupado de las cinco primeras « Conferencias » del ingeniero Molino Torres ; observamos allí que el autor discurre sobre el infinito como si fuese finito, cayendo así en inevitables paradojas y sofismas. Lo mismo ocurre con las dos conferencias que acaba de publicar.

Toda su discusión está basada en malentendidos, queriendo tratar conjuntos indefinidos con el criterio con que se trataría un conjunto finito.

Dos conjuntos finitos son igualmente numerosos si existe o puede establecerse entre sus elementos una correspondencia biunívoca ; pero puede hablarse también de una correspondencia biunívoca entre conjuntos « infinitos », a pesar de que entonces es imposible agotar todos los elementos, uno después del otro ; es lo que pasa precisamente si consideramos, por un lado, la serie indefinida de los números enteros aritméticos 1. 2. 3... y por otro, la de todos los números racionales que, como se sabe, responden a la fórmula $p : q$, en la que p y q son primos entre sí, siendo q un número entero aritmético (0 : 1, correspondiendo a 0)

¿ Qué significa decir que estas dos series infinitas tienen igual potencia : sencillamente que a cualquier número aritmético 1, 2, 3, 4, ... de la serie natural, puede hacerse corresponder un determinado (único) número racional y viceversa. *Nada más.* Si ello se demuestra, se acabó toda discusión que no sea metafísica. Ahora, que ello parezca paradojal y se quiera buscar el *busilis* de esta aparente paradoja, es otra cuestión : habrá que tener cuidado entonces de no extraviarse.

Por lo demás, como lo veremos más adelante, la explicación del sofisma es aquí sencillo.

Consideremos, primero, las fracciones tales que el valor aritmético de p, o sea, como se expresa, tales que $|p|$, sumado con q, dé como suma 1; luego, las fracciones en que esta suma sea dos; luego que sea 3, etc., y pongamos en fila, unos a continuación de otros en orden creciente a estos números; obtendremos la serie indefinida siguiente:

$$\frac{0}{1}; -\frac{1}{1}, \frac{1}{1}; -\frac{2}{1}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; -\frac{3}{1}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{3}{1}; -\frac{4}{1}, -\frac{3}{2}, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}; \ldots$$

Es obvio que, siguiendo así, encontraremos cualquier número fraccionario, que se nos dé, y una sola vez. Pero entonces, haciendo corresponder a cada una de estas fracciones el número ordinal de la serie que acabamos de escribir, quedará establecida una correspondencia biunívoca entre los elementos de las dos series infinitas en cuestión, o sea: la de los números fraccionarios y la de la serie natural de los enteros. Pues eso es lo que se quería demostrar; en otros términos: se indica un entero cualquiera y queda de hecho indicada la fracción correspondiente (o, por lo menos, cómo se puede, con paciencia, hallarla); viceversa, se da la fracción, y queda indicado el entero (o cómo hallarlo).

Puede, sin duda, cavilarse el caso considerando, por ejemplo, que, en una recta, entre dos puntos cuyas abscisas tienen valores naturales: 1, 2, 3, ... (todos aislados y separados unos de otros por distancias iguales o superiores a 1), existen infinitos puntos de abscisas racionales (que forman, como se dice, un conjunto denso; o sea, que existen una infinidad de ellos en todo segmento de recta por pequeño que este sea), de modo que parece verdaderamente paradojal la posibilidad de la correspondencia biunívoca hallada. Pero es que esa correspondencia es ajena al orden y naturaleza de los elementos puestos en correspondencia. La paradoja se produce cuando se quiere tomar en consideración en las dos series el orden, de acuerdo con los grandores. El camino hacia adelante queda siempre abierto en una y otra serie, si queremos cerrarlo en una de ellas, admitiendo, por ejemplo un último término, un infinito actual, caeremos en la paradoja. Es muy sabido que la noción de lo infinito importa, por su naturaleza misma, una indeterminación: la ausencia de límites. Podemos imaginar la repetición indefinida de un mismo acto y de allí derivar la noción de la «serie indefinida de las números enteros y aun definir, con esta última, la noción de «infinito» a la manera de Julio Tannery, alegando que esa noción se reduce a decir que «después de un número entero hay otro». Pero ese infinito potencial es el que los filósofos llaman un «devenir». Puede considerarse el infinito asi entendido como una variable cuantitativamente capaz de sobrepasar todo límite fijado de antemano, pero no como algo que ha sobrepasado todo límite. Pretender concebir «todos» los números enteros reunidos en un conjunto es querer

apoyarse, como dijimos ya, en un bastón que tiene una sola punta. Suponer un infinito « actual » importa una contradicción intrínseca : es como si, después de suponer un espectador en un balcón mirando pasar la gente, se admitiese luego que se ve pasar a sí mismo. *Notio contradictiones involvens.*

La conferencia VII del ingeniero Molino Torres sobre el continuo bidimensional padece de las mismas confusiones que la VI. En las series indefinidas no hay límites y no cabe entonces decir que tienden o no hácia un mismo límite.

Es de lamentar que el distinguido autor cuyo espíritu crítico es, por lo demás, digno del mayor encomio entre la masa de profesores que carecen de él, se ejerza sobre bases equivocadas, es decir, considerando el problema bajo un aspecto que no es el que corresponde. Decir que dos series indefinidas tienen igual potencia no significa que tengan igual número de elementos (como si se tratase de conjuntos finitos), expresión que sería contradictoria con la premisa, ya que se trata de series indefinidas, sino que *existe una regla o una manera de hacer corresponder un elemento que se especifique de una con uno único de otro y viceversa, sin preocuparse de nada más.*

Severi, Francisco, *Elementos de geometría*, versión española de la segunda edición italiana, por T. Martín Escobar. Tomo II. Un volumen (12 × 18), en 8, 373 páginas, con numerosas figuras en el texto. Editorial Labor, Barcelona, 1931.

Al ocuparnos del primer tomo de esta versión (véase *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, tomo CIX, pág. 379), hemos señalado la índole de este libro de texto del profesor Severi. En el prólogo que acompaña el segundo tomo, se vuelve a recordar los criterios directivos de estos elementos. « Tener a la vista el origen histórico y buscar el fundamento psicológico de cada teoría, y sobre todo las nociones de sentido común de donde esta teoría nace, para encontrar la vía didácticamente más oportuna ».

El capítulo I se ocupa de las proporciones; y a pesar de que el autor indica en el prefacio haber perfeccionado la exposición del tema, encontramos más de una objeción que hacer. Por ejemplo, después de definir la « razón » entre dos magnitudes homogéneas por la igualdad $nA = mB$, en la que n y m son números enteros (n° 2), sigue luego hablando de razones (n^{os} 5 y 82), cuando no es ya posible encontrar una igualdad de esa clase : « Diremos que las razones AB : AC, A′B′ : A′C′ son iguales, cuando todo valor aproximado, por defecto o por exceso de una cualquiera de *estas razones*, es un valor aproximado por defecto o, respectivamente, por exceso, de la otra » (pág. 22). Pero ¿qué son *esas razones* AB : AC, ahora que no puede aplicarse la definición dada? Habrá, quiérase o no, que recurrir al llamado postulado de los límites o que modificar el lenguaje.

Al recorrer el libro, muchas son las negligencias por el estilo que hemos notado al pasar; sólo retendremos aquí dos o tres más. En el número 33 se

habla de triángulos que tienen los ángulos « ordenadamente iguales », como si esta frase tuviera sentido. En algunas partes (nº 76) el « área » de una figura es su extensión ; en otras (nº 107) es la medida de esa extensión.

En la página 61 se recurre a la intuición, para definir de la siguiente manera la noción de semejanza de figuras : « Dos figuras planas F y F′ se llaman semejantes, cuando entre sus puntos existe una correspondencia biunívoca tal que la razón entre la distancia que separa dos puntos de F, y la que separa los dos puntos correspondientes de F′ no cambia, de cualquier modo que se cambien los pares de puntos considerados ». Parece bien poco recomendable tal definición, así deducida de la simple intuición. Fuera de implicar una infinidad de condiciones, la intuición no basta para convencer de que puedan efectivamente cumplirse ; es el caso de observar que es bien fácil probar, con un raciocinio sencillo, la posibilidad de la existencia de esas figuras, y recién entonces es lícito traer la definición de las mismas. En esta cuestión, pues, se abusa manifiestamente de la intuición ; mientras que, en cambio, no se recurre a ella para la definición de « diedro ». Sobre ese particular, todas las observaciones que hicimos al comentar el tomo I respecto de la definición de « ángulo », pueden repetirse aquí respecto de la definición de « diedro » : si alguna noción es bien intuitiva, es la rotación de un plano alrededor de un eje ; sin embargo, el autor no hace uso de ella a pesar de que forzosamente deberá invocarla más adelante, cuando hable de ángulos diedros mayores de media vuelta o de vuelta entera.

Nos bastará con lo dicho para lamentar ciertos descuidos en el libro que nos ocupa. Por lo demás, ese libro sigue, más o menos, la rutina de siempre relativamente a las teorías. No se ha preocupado el autor de buscar la unificación de las teorías, enlazando por ejemplo la geometría plana con la radial y la esférica, buscando la economía del pensamiento y la unidad, base de toda ciencia, y que no está en modo alguno reñida con la intuición.

Si se tratase de un autor de menos volumen que el profesor Severi, no hubiésemos insistido sobre estas cuestiones ; pero, cuando se nos trae traducciones al castellano de maestros extranjeros eminentes, lo menos que podremos exigir es que sean tan meritorios como los buenos que ya existen entre nosotros, escritos en nuestro idioma y en nuestra tierra.

Por lo demás, el texto del profesor Severi tiene sus méritos, dentro del principio que le sirvió de base. Entre los numerosos ejercicios que trae, muchos parecen nuevos ; y no faltan tampoco algunas nociones complementarias para los alumnos más aventajados y aficionados a las matemáticas.

NOTAS VARIAS

Profesor Pablo Barbarin

A consecuencia de un exceso de fatiga mental, falleció en París, el 28 de septiembre próximo pasado, el profesor don Pablo Juan José Barbarin, miembro correspondiente de nuestra Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Siendo tan reciente el artículo publicado en el número de ese mismo mes de septiembre de los *Anales* (págs. 167 a 208) con motivo de su incorporación a dicha Academia, y de su trabajo titulado *Pour le Centenaire de la Géométrie non-euclidienne,* trabajo que ha hecho conocer en conferencia pública el Director de estos *Anales* — nos remitimos, por ahora, a ese artículo donde consta una biografía del extinto. Ulteriormente publicaremos la nota biográfico-necrológica especial con la que la Academia rendirá un homenaje a su memoria.

Comisión Nacional de Fomento Industrial del Ministerio de Agricultura

Creada por decreto del Gobierno en fecha 15 de enero de 1931, con el propósito de propender a la adopción de medidas que favorezcan el desarrollo industrial del país dentro de las conveniencias de la economía nacional, ha resuelto esa Comisión solicitar de todas las entidades industriales y comerciales le hagan llegar cualquier sugestión respecto de las medidas requeridas por las industrias o la producción de cada región y la posibilidad del establecimiento u organización de nuevas industrias. En ese sentido se ha dirigido especialmente aquella Comisión a la Sociedad Científica Argentina cuya Junta Directiva da, por medio de la presente, traslado a los señores socios y lectores, a sus efectos.

ANALES DE LA ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS
FÍSICAS Y NATURALES DE BUENOS AIRES

RENSEIGNEMENTS CHIMIQUES SUR LE « GYMNOCALYCIUM GIBBOSUM » (HAW.) PFEIFF. [1]

PAR LE DOCTEUR ENRIQUE HERRERO DUCLOUX

RÉSUMÉ

L'auteur poursuit, dans ce travail, l'étude des cactacées argentines initiée, auparavant, par celui de l'*Echinopsis eyriesii* (Turpin) Zucc. Il établit que le *Gymnocalycium gibbosum* (Haw.) Pfeiff. contient, en de très faibles proportions, des substances de nature alcaloïdiques étant, par sa composition minérale, très différent du *Echinocactus Williamsii* Lehm. Les alcaloïdes qu'il contient se trouvent combinés avec l'acide malique et l'on ne peut révéler la présence d'acide oxalique. Considérés comme de la famille des dérivés de l'anhaline, aucun ne possède des fonctions phénoliques. L'auteur distingue deux alcaloïdes : le premier possède des réactions et des caractères qui rappelent l'anhalonine et la lophophorine et il est, peut-être, un mélange de deux alcaloïdes ; l'autre rappelle la mescaline. Le pouvoir toxique de ce cactus n'est pas connu.

La présente étude est la deuxième de la série de recherches entreprises par l'auteur sur les cactées argentines — la première se rapportant au *Echinopsis eyriesii* (Turpin) Zucc. Jusqu'alors la bibliographie argentine ne comportait sur cette famille botanique aucune étude qui signalât la présence de principes actifs (2) et cela constitue l'origine de mon plan de travail, qui a été initié sur les genres les plus

(1) Communication faite à l'Académie, dans sa séance du 28 septembre 1929. (Version par C. C. D.)

(2) L. LEWIN, *Phantastica, Die betaubende und erregenden Genussmittel.* Berlin, 1924.

rapprochés de ceux du Mexique et de la zone australe des États Unis. Soit le groupe des alcaloïdes que Lewin place, dans son œuvre originale *Phantastica* (1), à la tête des *Sinnestauschungsmittel*, soit des ilusionogènes.

Le matériel d'étude a été soumis préalablement à l'examen du professeur J. F. Molfino, qui a bien voulu prendre à sa charge la délicate et difficile corvée de la classification botanique; car, ces temps derniers, de très profonds changements se sont produits dans la systématique de cette famille — qui comprend jusqu'aux cactus de l'Amerique du Nord, cités plus haut, comme cela est demontré dans le livre de Rouhier (2) — et il me fallait appuyer sur une base solide du point de vue botanique, si je ne voulais pas m'exposer à travailler sans la possibilité d'une corrélation et d'une comparaison de résultats positifs ou négatifs.

Dans le cas présent, tous les exemplaires venaient d'Olavarria (province de Buenos Aires), et ils ont été identifiés par M. Molfino comme étant le *Gymnocalycium gibbosum* (Háw.) Pfeiff., espèce que Spegazzini (3) considère comme étant le *Echinocactus Ottonis* Lehm.

A la recherche des principes actifs, j'ai commencé par une analyse immédiate de ces cactus et je donne une exposition des résultats, dans l'ordre suivi :

ANALYSE IMMÉDIATE

Elle a été faite sur des plantes entières, à système radiculaire très borné ou nul, parfaitement lavées, en déterminant l'humidité sur des quantités allant jusqu'à un kgr.; j'ai obtenu, pour l'*humidité*, 100 à 105° C, le chiffre moyen de 92,100 pour cent.

Je préparai alors le matériel en poudre et toutes les déterminations furent faîtes sur de la matière sèche, sauf celle de réaction et de ferments solubles.

Je n'insiste pas sur les méthodes analytiques employées car je les ai déjà détaillées dans d'autres travaux antérieurs de caractère phy-

(1) Juan A. Domínguez, *Contribuciones a la materia médica argentina*. Buenos Aires, 1928.

(2) Alexandre Rouhier, *Le Peyotl (Echinocactus, Williamsii* Lem.*), La plante qui fait les yeux émerveillés*. Paris, 1927.

(3) Carlos Spegazzini, *Contribución al estudio de la flora de la Sierra de la Ventana*, 26. Buenos Aires, 1896. Britton A. Rose, *The cactaceæ*, III, 158.

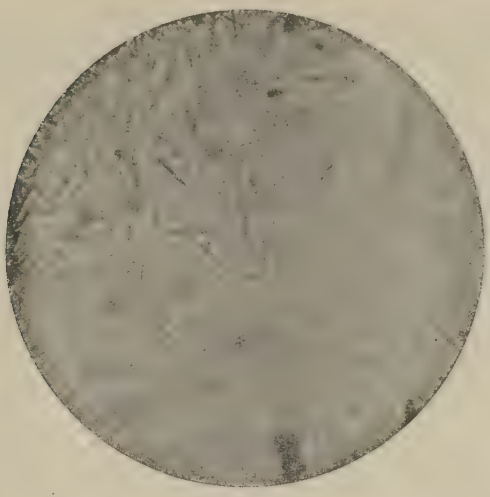


Fig. 1. — Formes cristallines qui paraissent dans l'extrait éthéré + HCl

Fig. 2. — Alcaloïde α + HCl cristallisé dans $C_2H_5.OH$ par une évaporation très lente

Fig. 3. — Alcaloïde α + HCl dans $CH_3.OH$

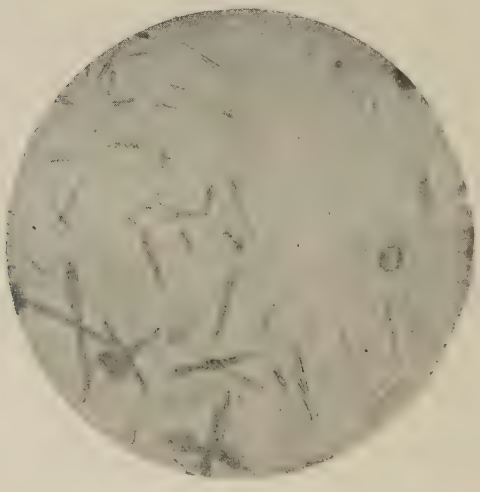


Fig. 4. — Alcaloïde α + H_2SO_4 cristallisé dans $C_2H_5.OH$

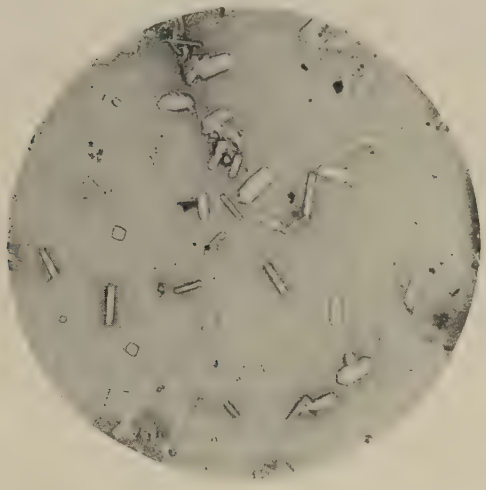


Fig. 5. — Alcaloïde $\beta + H_2SO_4$ cristallisé dans $C_2H_5.OH$

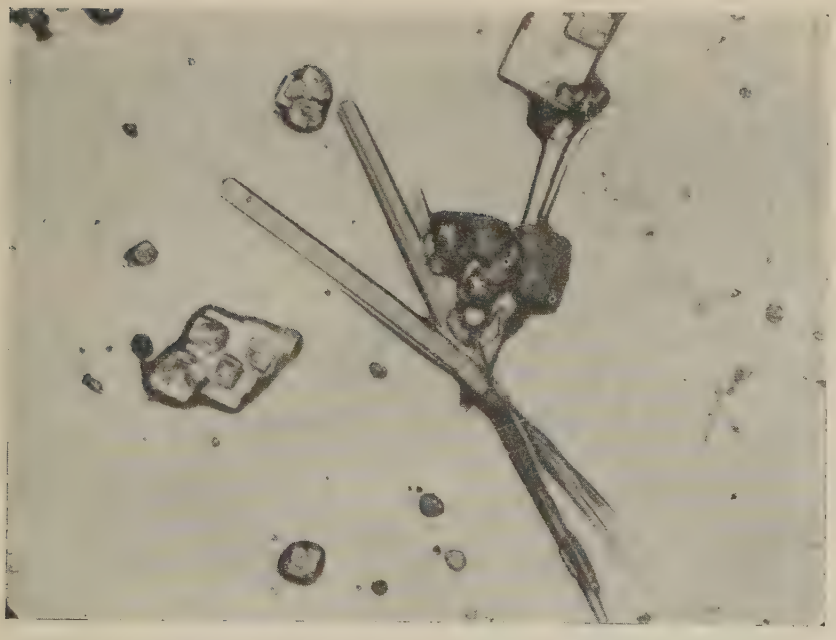


Fig. 6. — Tables de l'alcaloïde α qui s'est combiné au [I + IK] (Bouchardat)

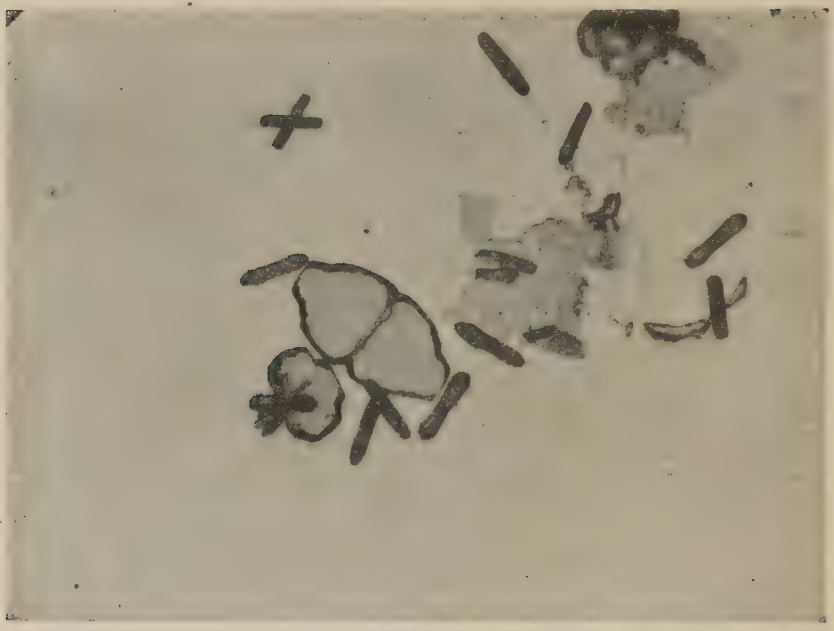


Fig. 7. — Formes doubles de l'alcaloïde $\alpha + (NO_3)_2Hg$ (Millon)

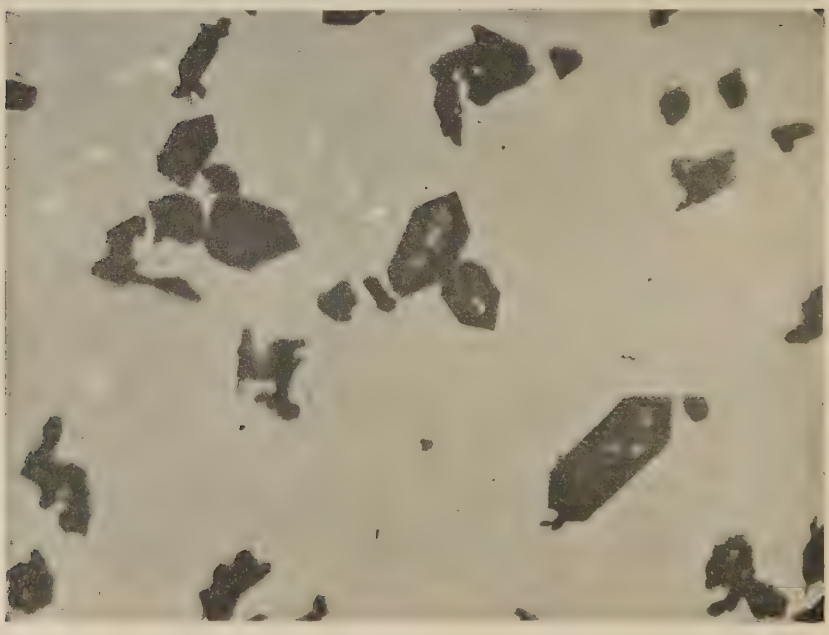


Fig. 8. Picrate de l'alcaloïde α sous forme de tables et de conglomérat

tochimique (1). Je me limite, maintenant, à présenter les résultats obtenus :

Indice P_H du suc	4,6-5,0
Cathalase	existe
Oxydases	existe
Peroxydases	existe
Lypase	douteuse

	Mat. sèche	Mat. fraîche
Cendres totales	12,22	0,97
Nitrogène total	1,42	0,11
Nitrogène albuminoïde	0,47	0,04
Produits du fractionnement :		
Matières solubles dans CCl_3H (cire, graisse, colorants, résines, alcaloïdes	2,16	0,17
Matières solubles dans $(C_2H_5)_2O$ (pigments, acides organiques, alcaloïdes)	0,16	0,01
Matières solubles dans CH_3OH (acides organiques, résines, sucres, subst. minérales)	7,46	0,59
Matières solubles dans H_2O (gommes, corps pectiques, albuminoïdes et sels)	23,16	1,75
Matières solubles dans $H_2O + H_2SO_4$ (amidon, albuminoïdes et sels)	23,40	1,87
Matières solubles dans Na (OH) et H_2O, $Br + NH_3$ (cutoses, subst. pectiques, lignine, albuminoïdes)	28,89	2,33
Cellulose pure	14,77	1,18

On a fait quelques déterminations complémentaires sur les cendres, de sorte à favoriser les comparaisons. Voici les chiffres obtenus.

	Dans 100 gr de cendres	Mat. sèche %	Mat. fraîche %
Cendres solubles	19,54	2,344	0,187
Cendres insolubles	80,46	9,650	0,772
SiO_2 et sable	39,77	4,772	0,381
Fe_2O_3 et Al_2O_3	16,66	1,999	0,159
P_2O_5	0,78	0,093	0,007
TiO_2	V	V	V
MnO	V	V	V
CaO, CO_2	24,45	2,934	0,234
MgO, CO_2	5,54	0,664	0,053
SO_3, CaO	1,49	0,178	0,014
(KNa) O, CO_2	12,50	0,150	0,012
(KNa) Cl	0	0	0

(1) *Revista del Museo de La Plata. Revista de la Facultad de ciencias químicas, passim.*

Constatons le fait que cette analyse sommaire démontre déjà une différence profonde entre notre matériel et les cactus nordaméricains dont nous avons parlé plus haut.

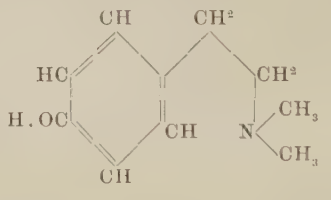
PRINCIPES ACTIFS

L'examen des extraits directs au chloroforme et à l'éther obtenus par l'analyse sommaire, nous fournirent des résultats capables d'admettre l'existence de substances alcaloïdiques dans le matériel étudié, quoique en quantités extrêmement bornées.

Conséquemment, je fis un extrait alcooliqiie (alcool à 70°) du matériel desséché correspondant à cinq kgr. de substance verte ou fraîche, suivant le procédé de Heffter (1) modifié par Kauder, adopté aujourd'hui par ceux qui recherchent les alcaloïdes dans les cactées comme les « mescal-buttons » ou peyotles.

J'ai cru convenable adopter l'attitude d'un investigateur qui eut à faire à ce genre de cactus, me maintenant durant tout le procès d'extractions toujours attentif aux variations des résultats partiels en formation, tenant compte que la famille des alcaloïdes du peyotl, quoique nombreuse, possède des membres doués de solubilité qui aide son fractionnement, et de fonctions chimiques qui permettent de les distinguer en deux groupes bien signalés tout en conservant leurs liens de parenté inconfondibles.

En effet, des études de Ernest Späth, on déduit que les alcaloïdes du peyotl auraient comme origine la molécule de l'anhaline



qui, par une complication fonctionnelle croissante, donnerait les termes suivants :

(1) Heffter, *Ber. d. Chem., Ges.*XXVII, 2975 (1894) ; XXIX, 221 (1896) ; XXXI, 1193 (1898) ; XXXIV, 3008 (1901) ; XXXVIII, 3634 (1905). Kauder, *Arch der Pharm.* ; CCXXXVII, 190 (1899) ; *Chem. Central.* I, 1244 (1899).

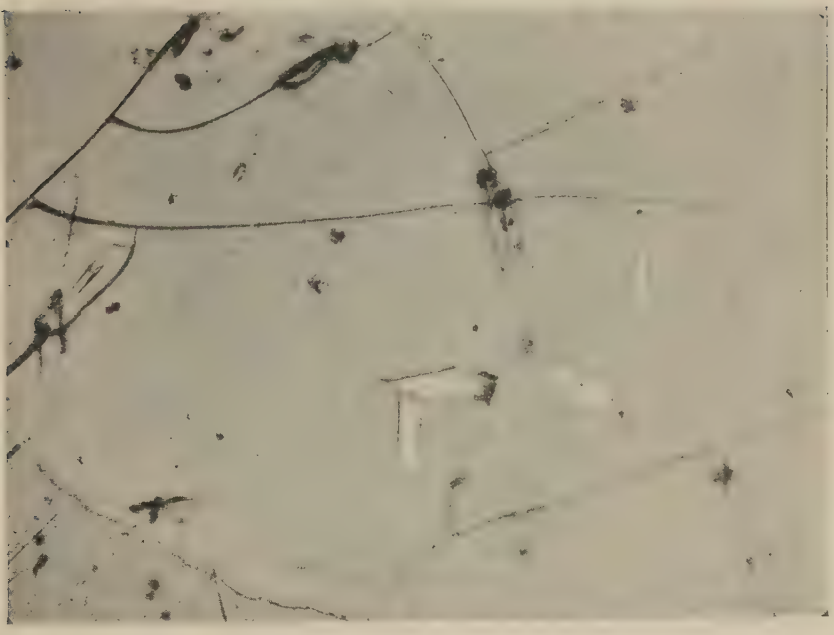


Fig. 9. — Tables de tannate de l'alcaloïde α à précipité amorphe

Fig. 10. — Chloroaurate de l'alcaloïde α à précipité amorphe

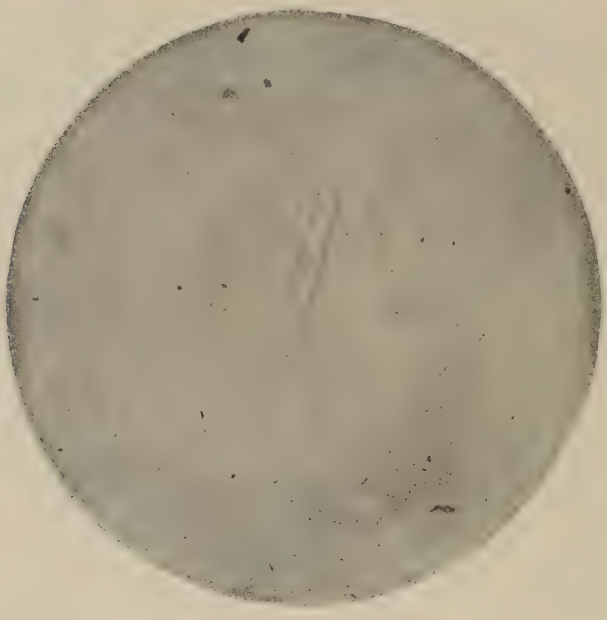


Fig. 11. — Tables et aiguilles de l'alcaloïde $\alpha + H_2SO_4$ par l'évaporation très lente de la solution aqueuse

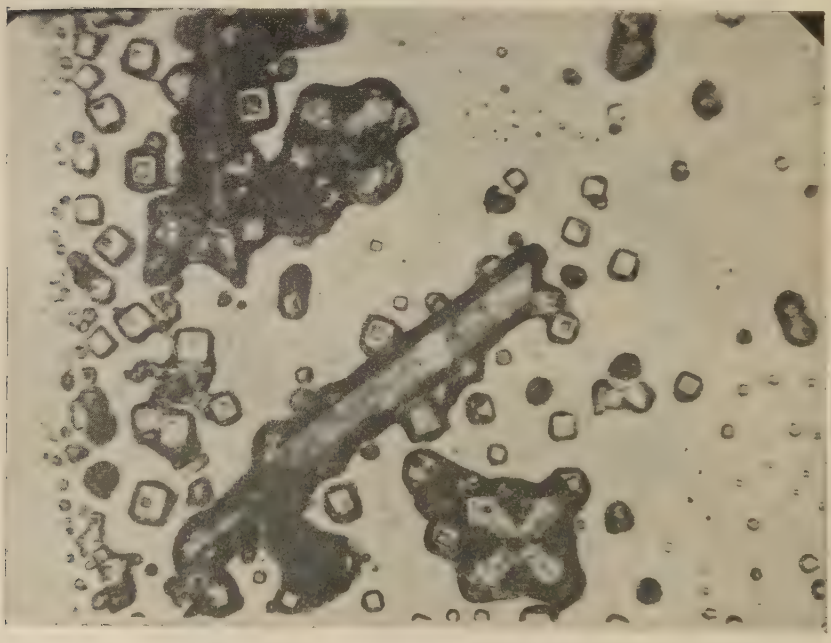


Fig. 12. — Tables de l'alcaloïde $\alpha + [I_2Hg, 2IK]$ (Mayer)

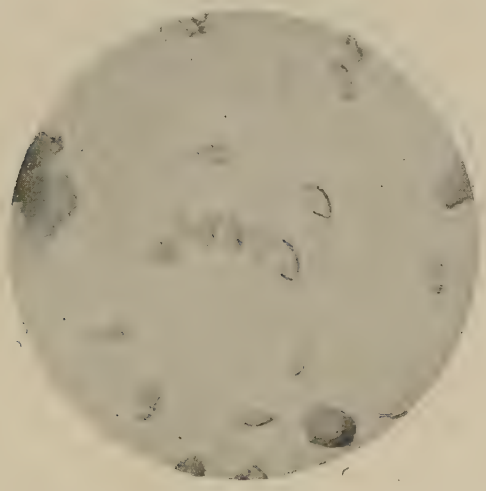


Fig. 13. — Cristaux de l'alcaloïde α + $(NO_3)_2Hg$ (Millon)

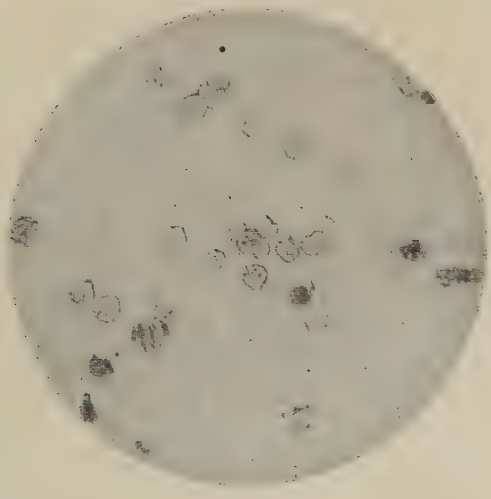


Fig. 14. — Conglomérats de picrate de l'alcaloïde α

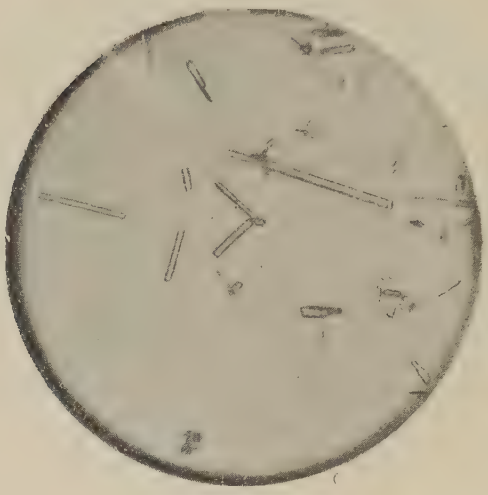


Fig. 15. — Picrate de l'alcaloïde α sous forme de prismes

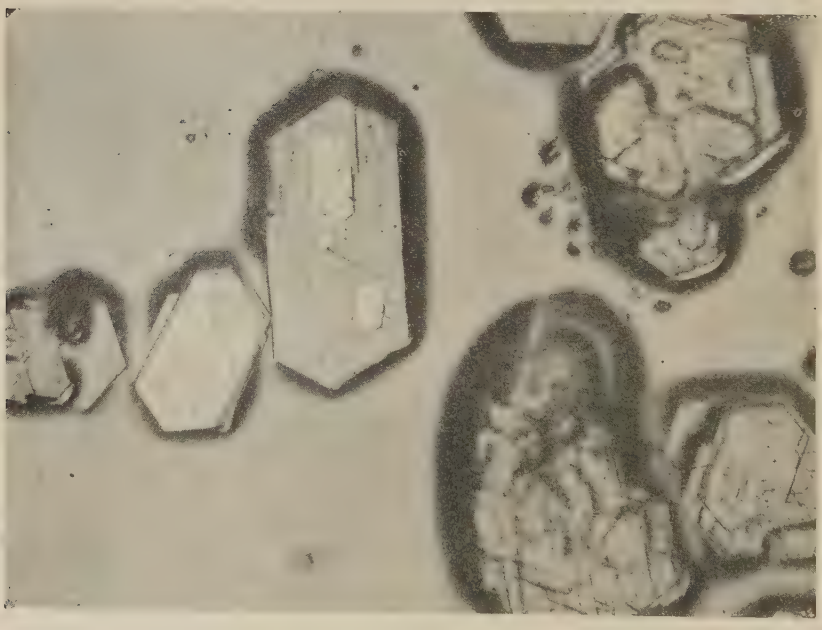


Fig. 16. — Tables et agrégats cristallins de l'alcaloïde α avec le réactif de Tanret

Mescaline	$C_{11}H_{17}O_3N$
Anhalamine	$C_{11}H_{13}O_3N$
Anhalonidine	$C_{12}H_{17}O_3N$
Peyotline	$C_{13}H_{19}O_3N$
Anhalonine	$C_{12}H_{15}O_3N$
Lophophorine	$C_{13}H_{17}O_3N$

qui permettraient, d'après leur solubilité dans l'éther et le chloroforme, d'obtenir deux groupes :

α) Extrait éthéré : anhaloline, peyotline et lophophorine.

β) Extrait chloroformique : mescaline, anhalamine et anhalonidine ; et, dans ces derniers, seuls possèdent fonctions phénolique la peyotline du premier groupe, la anhalonine et la anhalamine du second.

Comme toutes les réactions caractéristiques de la fonction phénoliques (1) ont été négatives, en opérant sur les résidus cristallins que l'on obtenait et en les isolant à travers les phases du processus d'extraction, je conclûs que le *Gymnocalycium* étudié se comportait comme s'il ne contenait rien de peyotline, d'anhalamine et d'anhalonidine, rendant ma tâche plus commode, sans doute ; ce qui, en réalité, aurait été ainsi si le rendement eût correspondu à celui des cactus de peyolt ; mais, dans le cas, et même en admettant que les chiffres données par les auteurs que nous avons cité se rapportassent à de la matière sèche, le rendement fût 20 fois moindre que pour les « mescal-buttons ».

Cette circonstance me mit dans le cas de devoir opérer sur des quantités très réduites, des principes isolés ; et, comme il fallait practiquer des essais d'exploration, des réactions chromatiques, de précipitation, et de détermination de constantes physiques, je ne pus arriver à analyser sa composition élémentaire, ce que j'espère pouvoir réaliser sur un nouveau lot de cactus de même provenance ; la richesse en nitrogène devait être déterminée comme donnée préliminaire d'orientation sur l'hypothèse d'exister une parenté entre ces alcaloïdes et ceux du peyotl ; le maximum et le minimum de contenu de nitrogène correspondant à :

Mescaline	$C_{11}H_{17}O_3N$	N 6,63 %
Peyotline	$C_{13}H_{19}O_3N$	N 5,90 %

c'est-à-dire que, pour les poids dont je pouvais disposer (0.05^g), il me fallait évaluer des quantités de nitrogène qui oscilaient entre

(1) J. Giral y Pereira, *Análisis orgánico funcional*, 120. Madrid, 1913.

0,0032 et 0,0029 grammes, où les erreurs même possibles de l'analyse élémentaire microchimique ôtaient presque toute valeur à la détermination.

C'est pour celà que je me décidai de présenter modestement mes résultats, désignant tout simplement par les noms de alcaloïde α et de alcaloïde β aux deux principes, quoiqu'en soupçonnant que, pour le premier, une étude ultérieure me permettra de séparer deux alcaloïdes que dans la présente je n'ai pu le faire d'une façon satisfactoire.

ALCALOÏDE α

Provenant de l'extrait étheré obtenu par l'épuisement avec de l'éther de l'extrait alcoolique (privé d'alcool par distillation et d'une grande partie de résines par filtration) alcalinisé avec de l'ammoniaque, l'alcaloïde α fut isolé à l'état de chlorure et de sulfate, vu sa résistance à cristaliser sous des formes définies à l'état libre.

Le sulfate a été choisi pour déterminer les constantes physiques de l'alcaloïde.

Voici les résultats :

Couleur	incolore
Dichroïsme	nul
Relief	moyen
Extinction	droite
Teinte de polarisation	basse
Biréfringence	+
Indice de refraction moyen	1,552
Axes optiques	2
Point de fusion	188-190°
Forme cristalline	Prismes aciculaires rhombiques

Solubilité : $H_2O > C_2H_5OH > (C_2H_5)_2O > C_6H_6$

Les réactions colorées et celles de précipitation correspondent aussi au sulfate, sauf indication spéciale.

Acide sulfurique : en couche superposée, anneau brun obscur.

Acide nitrique : en couche superposée, anneau jaune fort.

Mélange sulfonitrique : en couche superposée, anneau jaune fort supérieur et jaune vert inférieur fugace.

Bouchardat : précipité vert sale. Résidu cristaux en agrégat de plaques exagonales et aiguilles en faisceaux, quelques tables. Par évaporation très lente, prismes aciculaires longs, gris ou bleu clair

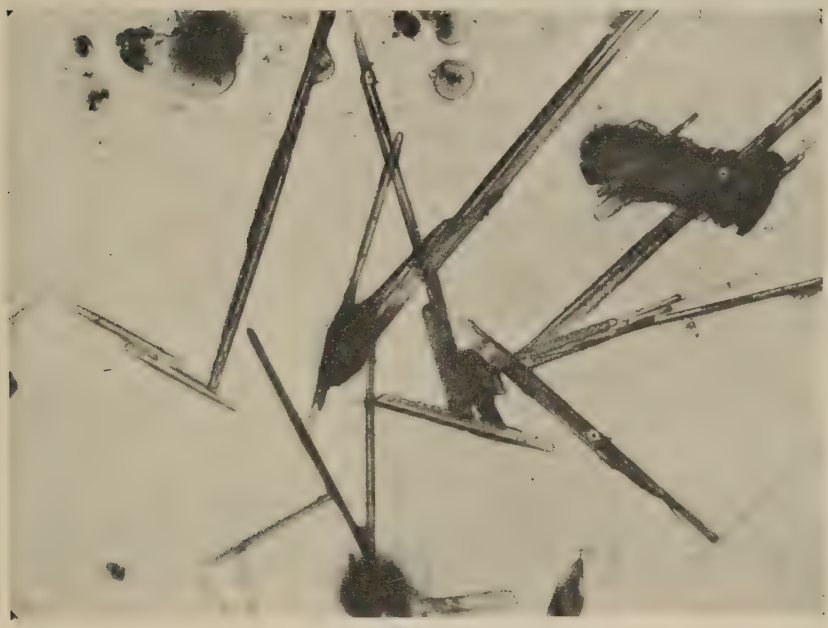


Fig. 17. — Chloroaurate de l'alcaloïde α à précipité amorphe

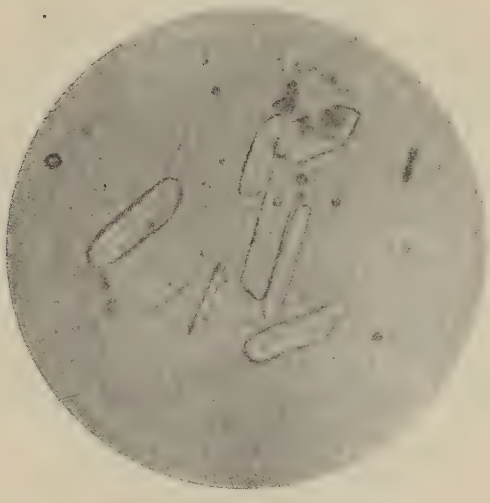


Fig. 18. — Perchlorate de l'alcaloïde α

Fig. 19. — Fluosilicate de l'alcaloïde α

Fig. 20. — Cristal de sulfate de l'alcaloïde β

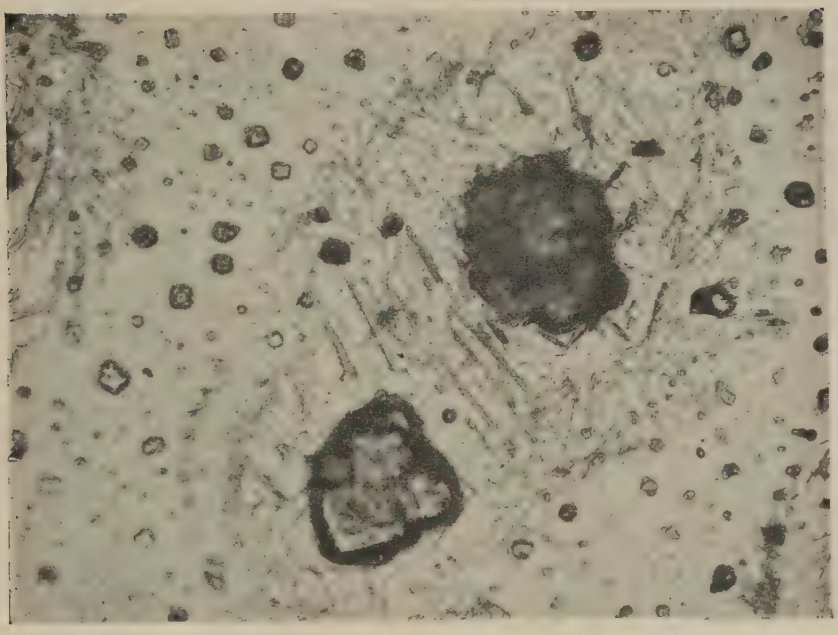


Fig. 21. — Faisceaux d'aiguilles de l'alcaloïde β par le réactif de Dragendorff sur des cristaux de réactif à précipité amorphe

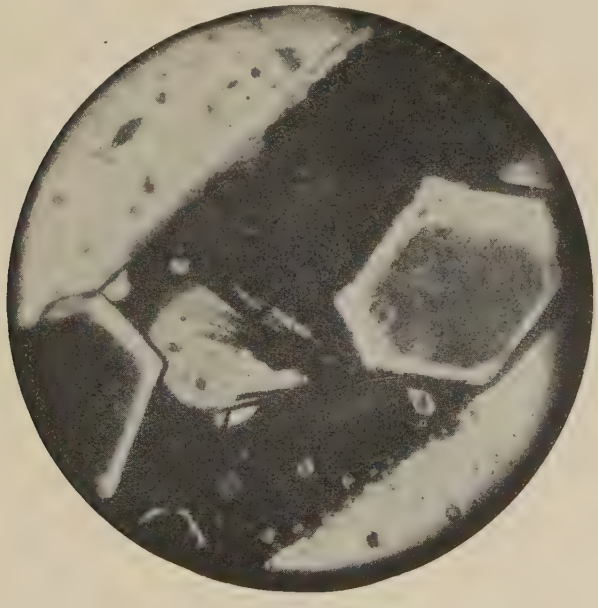


Fig. 22 — Tables et aiguilles de l'alcaloïde $\beta + (I_2Hg, 2IK)$

Fig. 23. — Prismes et tables de l'alcaloïde ♀ + Cl_3Hg

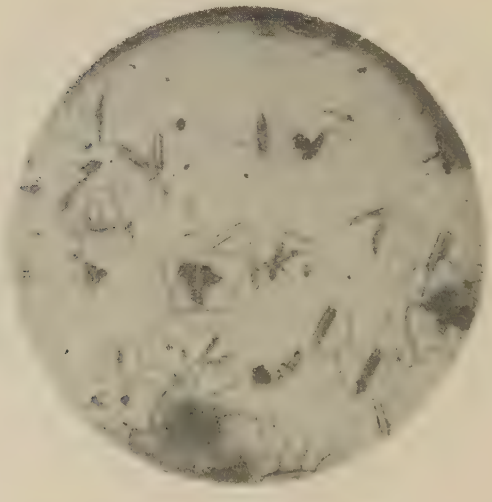


Fig. 24. — Tannate de l'alcaloïde ♀

non dichroïques, relief moyen, teinte basse, extinction droite et biréfringence positive.

Dragendorff : Précipité rouge vif. Résidu prismes isolés longs avec les cubes du réactif, peu de relief, teinte basse, extinction droite, biréfringence négative.

Mayer : Précipité blanc sale. Résidu de prismes isolés longs, peu de relief, extinction droite, teinte basse et biréfringence négative.

Millon : Couleur rose → rose foncé → groseille. Cristaux isolés et en macles, relief moyen, teinte moyenne, extinction suivant l'axe majeur à signe variable.

Acide picrique : Précipité microcristallin. Résidu variable selon la vitesse d'évaporation : tables et prismes, et agrégats curieux en boules de plaques et d'aiguilles.

Acide gallotanique : Précipité amorphe jaunâtre. Résidu amorphe avec de petits cristaux isolés en macles et en groupes qui semblent de petits prismes.

Tanret : Précipité jaune sale. Résidu cristallin d'agrégats de tables exagonales et de grandes tables à fort relief, incolores, à dicroïsme très faible, de teinte basse, extinction droite et biréfringence positive.

Marmé : Précipité qui se redissout. Résidu de petites tables isolées et groupées en macles ; il se forme ensuite une masse d'aiguilles qui bloquent tous les cristaux.

Acide chlooraurique : Précipité amorphe et réduction très lente. Résidu cristallin arborescent et prismes petits, jaunes avec des zones de précipité amorphe.

André : Précipité jaune. Résidu cristallin ; les formes arborescentes dominent.

Chlorure mercurique : Précipité blanchâtre.

Schlagdenhaufen : Couleur rouge profond → foncé → jaune foncé. Précipité pulvérulent.

Schulze : Précipité jaune foncé pulvérulent qui se forme lentement.

Godeffroy : Précipité jaune. Résidu amorphe avec de très petites tables grises.

Javorowshy : Précipité jaune amorphe.

Frohde : Rouge brun → brun sale. Sur du chlorure il donne le bleu verdâtre-violacé → brun → verdâtre sale.

Buckingham : Bleu violacé → bord verdâtre → tout bleu → verdâtre → brun clair.

Sonnenschein : Brun → brun clair.

Fraude : Résidu cristallin de prismes et d'aiguilles prismatiques à fort relief et teinte très élevée.

Mandelin : Brun violacé → brun clair.

Acide hydrofluosilicique : Résidu cristallin, aiguilles en étoiles et faisceaux radiés ; prismes longs à relief moyen, avec teinte moyenne, extinction oblique ($\pm$ 42°) biaxiales et de biréfringence positive.

Acide trichloracétique : Résidu d'aiguilles très fines, isolées et en étoiles.

Acide chromatique : Pricipité jaunâtre. Résidu cristallin arborescent très teint et grandes tables exagonales bleu clair, fort relief et teinte moyenne ; sections perpendiculaires à l'axe optique.

Acide pichrolonique : Précipité jaunâtre. Résidu complexe sous formes cristallines.

Acide hydrochloroplatinique : Précipité amorphe, réduction partielle. Résidu d'aiguilles droites et courbes, isolées et en faisceaux parallèles à relief moyen et teinte élevée, avec des tables exagonales et tables courtes jaune orange de peu de relief et teinte base.

ALCALOÏDE β

Provenant de l'extrait chloroformique obtenu par l'épuisement au chloroforme du liquide déjà épuisé par l'éther (de sorte à séparer l'alcaloïde α) et privé, préalablement, de cet éther.

On a préparé les combinaisons chlorhydrique et sulfurique, donnant la préférence au sulfate pour la détermination des constantes physiques. Voici les résultats :

Couleur	incolore
Dichroïsme	nul
Relief	fort
Extinction	droite
Teinte de polarisation	moyenne
Biréfringence	+
Indice de réfraction moyenne	1,544
Axes optiques	2
Point de fusion	160 à 162°
Forme cristalline	Tables prismatiques rhombiques

Solubilité : $H_2O > C_2H_5OH > (C_2H_5)_2O > C_6H_6$

Les réactions chromatiques furent faites sur le sulfate, et seulement par exception sur le chlorure, tel qu'il est indiqué dans ce qui suit :

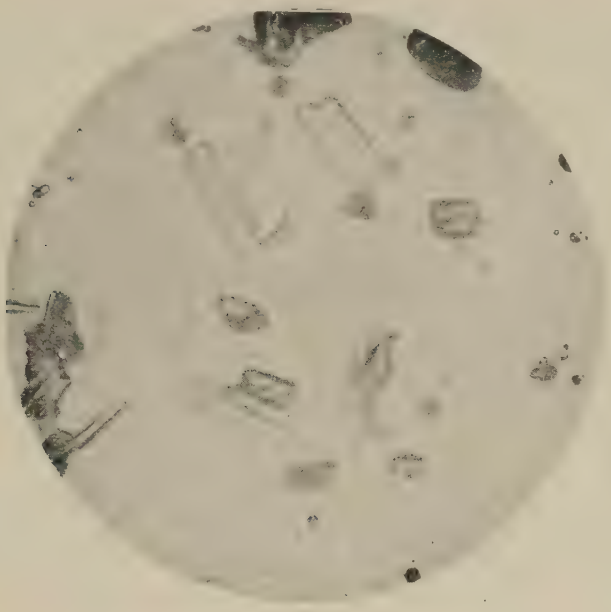


Fig. 25. — Cristaux de l'alcaloïde 2 avec R. de Tanret

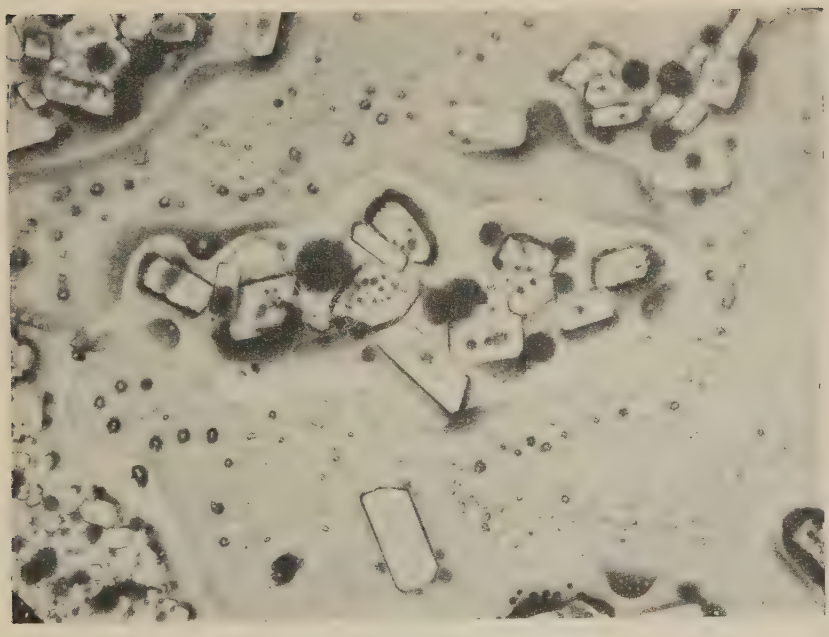


Fig. 26. — Perchlorate de l'alcaloïde 2

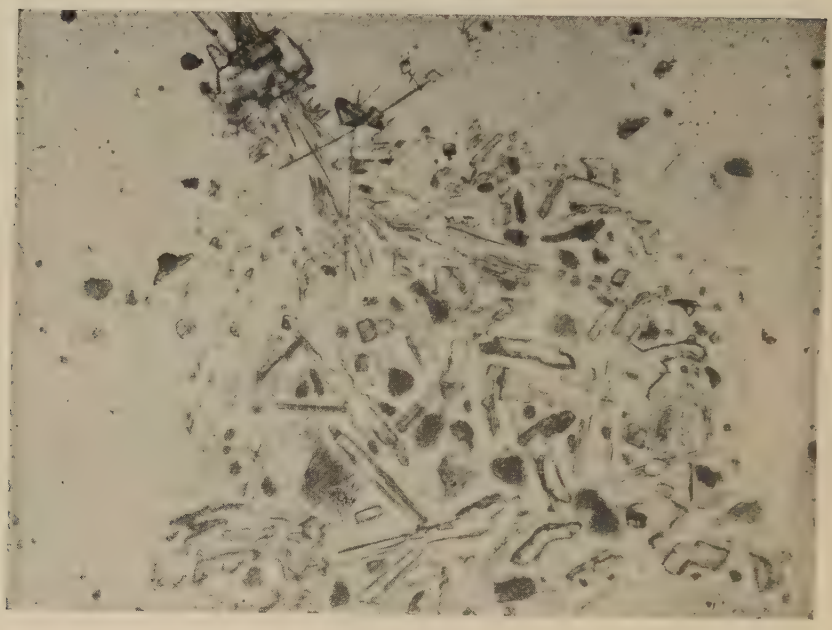


Fig. 27. — Trichloroacétate de l'alcaloïde ⅔

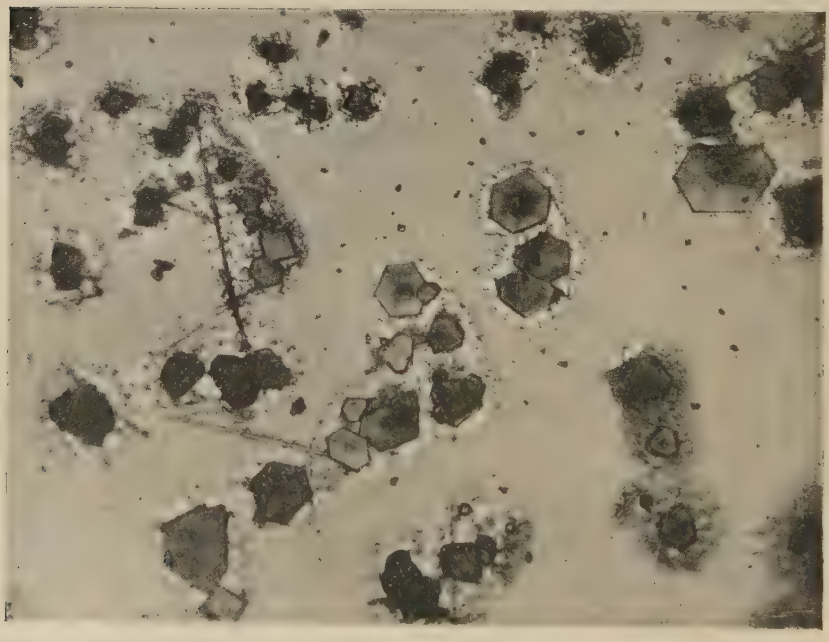


Fig. 28. — Chloroplatinate de l'alcaloïde ⅔

Acide sulfurique : En couche superposée, jaune brun → brun obscur.

Acide nitrique : En couche superposée, anneau rougeâtre → rouge vif → jaune foncé.

Mélange sulfonitrique : Comme l'acide nitrique.

Bouchardat : Pricipité jaune brun, à zone centrale bleu verdâtre. Résidu cristallin de tables et tables aciculaires.

Dragendorff : Précipité rouge. Résidu d'aiguilles en faisceaux et prismes en faisceaux et étoiles rougeâtres.

Mayer : Précipité jaunâtre. Résidu de longues aiguilles incolores en arcs et spirales biréfringentes.

Millon : Précipité blanchâtre jaunâtre → rougeâtre. Résidu de cristaux en tables aciculaires en croix et groupées, à fort dicroïsme (jaune clair et bleu), extinction droite, biréfringents et teinte moyenne.

Acide picrique : Précipité microcristallin. Résidu complexe où dominent les prismes aciculaires isolés en massifs.

Acide galotanique : Précipité amorphe blanchâtre.

Tanret : Précipité blanchâtre. Résidu de cristaux typiques prismatiques biréfringents de teinte basse de polarisation.

Marmé : Précipité blanc sale. Résidu cristallin en tables et tables aciculaires.

Acide chloraurique : Précipité jaune brun, avec réduction lente partielle. Résidu de longues aiguilles jaunes.

André : Il n'y a pas de précipité. Résidu où dominent les formes arborescentes.

Chlorure mercurique : Précipité jaunâtre. Résidu d'aiguilles groupées en faisceaux massifs, blanches et opaques.

Schlagdenhaufen : Précipité blanchâtre pulvérulent. Couleur rouge profonde → brun rougeâtre.

Schulze : Précipité jaunâtre. Dans le résidu on aperçoit quelques petits prismes biréfringents.

Godeffroy : Précipité jaunâtre.

Javorowski : Précipité jaunâtre.

Frohde : Couleur verte profonde → violacé → brun → incolore. Précipité brun copeux.

Buckingham : Couleur bleu violacée → vert profond → brun → incolore.

Sonnenschein : Précipité rouge brun → jaune brun. Résidu microcristallin d'aiguilles en croix et en groupes.

Fraude : Précipité jaunâtre. Résidu de tables et de prismes inco-

lores, de relief moyen biréfringents, extinction droite, teinte basse, biaxiaux et de réfringence négative, rhombique.

Mandelin : Précipité brun copeux en liquide rouge violacé → brun violacé.

Acide hydrofluosilicique : Précipité blanchâtre. Résidu cristallin hétérogène où dominent les petits prismes incolores.

Acide trichloracétique : Précipité blanc jaunâtre. Résidu de cristaux de grand relief, biréfringents, teinte élevée.

Acide chromique : Précipité brun. Résidu cristallin menu et quelques tables héxagonales monoaxiques de signe de réfringence positif.

Acide picrolonique : Précipité jaunâtre. Résidu cristallin complexe.

Acide hydrochloroplatinique : Précipité jaune brun clair et réduction partielle. Résidu à tables héxagonales et de rares aiguilles.

Les microphotographies ajoutées au texte illustrent les aspects des précipités cristallins et complètent leur description.

CONCLUSIONS

a) Le *Gymnocalycium gibbosum* (Haw) Pfeiff. est, par sa composition minérale, très différent de *Echinocactus Williamsi* Lehm. ;

b) Il contient, en de très faibles proportions, des substances de nature alcaloïdiques ;

c) Ces alcaloïdes se trouvent combinés à l'acide malique, et l'acide oxalique manque en des proportions telles que l'analyse n'arrive pas à le révéler ;

d) Considérés comme de la famille des dérivés de l'anhaline, aucun ne possède des fonctions phénoliques ;

e) L'alcaloïde que je nomme « alpha », a des réactions et des caractères qui rappellent l'anhalonine et la lophophorine ;

f) L'alcaloïde que je nomme « béta », a des caractères et des réactions qui rappelent la mescaline ;

g) Il est probable que l'« alpha » soit un mélange de deux alcaloïdes ;

h) Le pouvoir toxique de ce cactus n'est pas connu. Par l'observation du professeur Charles Hosseus, l'on sait que l'espèce *Gymnocalycium multiflorum* (Hook) Britton et Rose — que j'étudie en ce moment — a produit la mort aux rats qui l'ont ingéré comme aliment.

CARACTERES CRÁNEODENTARIOS

DEL

ROEDOR VIVIENTE « MONTICAVIA (NANOCAVIA) SHIPTONI » THOM.

Por LUCAS KRAGLIEVICH

RÉSUMÉ

Caractères crâneodentaires du rongeur vivant « Monticavia (Nanocavia) Shiptoni » Thom. — Il s'agit d'un complément au travail du même auteur *Diagnosis osteológico-dentaria de los géneros vivientes de la subfamilia « Caviinae »*, publié en 1930. Le petit rongeur dont on décrit ici le crâne et la denture, vit dans la région nord-ouest du pays. C'est un animal parenté au *Microcavia* lequel, pense l'auteur, pourrait être son descendant direct.

Mi *Diagnosis osteológico-dentaria de los géneros vivientes de la subfamilia « Caviinae »*, que después de tres años de haberla entregado a la dirección del Museo de Historia Natural de Buenos Aires se publicó por fin en los *Anales* de la institución (tomo 34, 1930, págs. 59 a 96, con II láms. y 5 figs. en el texto), contiene los principales caracteres diagnósticos de los tres géneros más comunes de la Argentina, a saber, *Cavia* Pallas, *Galea* Meyen y *Microcavia* H. Gerv. y Amegh., pero muy pocos, en cambio, de *Nanocavia* Thom. que habita la región andina noroeste de nuestro país y *Monticavia* Thom. viviente en el altiplano de Bolivia y por lo tanto en una zona confinante con aquélla.

La causa fué que, con respecto a estos dos géneros tuve que limitarme a exponer los datos publicados por Thomas, sin haber podido examinar un solo ejemplar de tan interesantes roedores. Afortunadamente ahora puedo salvar esta deficiencia en lo que se refiere a *Nanocavia*, que particularmente nos interesa por tratarse de un roedor cavino viviente en el país.

El género y especie *Nanocavia Shiptoni* fueron creados por O. Tho-

mas (*Anal. Mağaz. Nat. Hist.*, 1925, págs. 418-420) sobre dos especímenes cazados por S. Shipton en el parage llamado Laguna Blanca de la provincia de Catamarca, a 3.400 metros de altitud sobre el nivel del mar. Según Thomas el animal presenta algunos caracteres propios unidos a otros que lo vinculan con *Microcavia* (*Cavíella* para Thomas) y *Monticavia*, entre los cuales puede considerársele en cierto modo intermediario y conectante.

Por mi parte opiné en la *Diagnosis* (págs. 89, 94 y 95) que *Nanocavia* se vincula más con *Monticavia* y por tal motivo propuse conservar aquel nombre como subgénero de éste. Me basé para ello en los datos de Thomas de que *Monticavia* y *Nanocavia* tienen los pies conformados más groseramente que *Microcavia*, los incisivos superiores más proodontes y el prolongamiento posterior del m^3 más corto, y definido lingualmente por un surco amplio y superficial en lugar del repliegue profundo y estrecho que existe en *Microcavia* y que caracteriza a este género entre todas las pequeñas cavias, aproximándolo al respecto a *Dolichotis* y *Paradolichotis*.

En realidad las únicas singularidades que distinguen a *Nanocavia* de *Monticavia* residen en la menor convexidad dorsal del cráneo de aquel animal y el tamaño mucho más reducido de sus globos timpánicos, diferencias que a mi juicio no ultrapasan la jerarquía de un subgénero.

Esta presunción he podido confirmarla ahora por el examen directo de varios ejemplares de *Nanocavia* que muestran indudables relaciones con el género *Monticavia*, tal como lo definió Thomas, aunque también ofrecen muchas analogías con *Microcavia*, de manera que estos tres roedores vienen a constituir una agrupación particular dentro de la subfamilia *Caviinae*.

Los ejemplares aludidos son siete individuos adultos y jóvenes obtenidos para el Museo de Buenos Aires en el Territorio Nacional de los Andes por el renombrado coleccionista señor Emilio Budin y como no difieren específicamente de *Nanocavia Shiptoni* puede asegurarse que el área de dispersión de esta especie comprende por lo menos la parte noroeste de Catamarca y el mencionado Territorio Nacional, de donde resulta que su dispersión confina con la del género *Monticavia* que, como ya lo he manifestado, vive en el altiplano de Bolivia.

Indudablemente el conjunto *Monticavia-Nanocavia*, comprende como lo dijo Thomas, las más pequeñas cavias vivientes; su longitud craneal no llega a 50 milímetros.

En general el cráneo, la mandíbula y la dentadura de *Nanocavia* ofrecen bastante similitud con *Microcavia* pero aquél tiene el rostro más alargado y angosto, la frente levemente más baja, la órbita menos circular, la parte posterior del cráneo algo menos abultada y los globos timpánicos más pequeños, más distanciados entre sí y menos expuestos en el occipucio. Los agujeros incisivos están separados de los premolares por un plano abrupto como en *Microcavia,* pero son un poco más angostos; el paladar es triangular y excavado como el de este género y termina en un borde sensiblemente redondeado y no angular como lo estableció Thomas, de manera que a este respecto concuerda mejor con *Monticavia.*

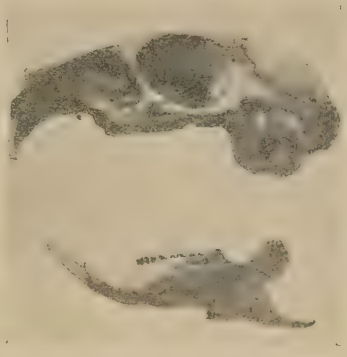


Fig. 1. — *Monticavia (Nanocavia) Shiptoni,* vista lateral del cráneo y de la mandíbula. En tamaño natural.

Los arcos cigomáticos, supuestos continuos a través del rostro, describen las tres cuartas partes de una circunferencia, igual que en *Microcavia* y *Monticavia;* sin embargo, comparado con el primero de estos géneros, se nota que dicha curva corta al plano sagital un poco más atrás, es decir, a nivel del borde anterior del p^4 y no delante de este diente como en *Microcavia.* Además, se advierte que la raíz inferior de la apófisis cigomática maxilar de *Nanocavia* es algo más débil y está orientada menos perpendicularmente al plano sagital.

Fig. 2. — *Monticavia (Nanocavia) Shiptoni,* vista superior del cráneo. En tamaño natural.

La mandíbula se parece tanto a la de *Microcavia* que la única diferencia algo apreciable consiste en que *Nanocavia* tiene la región sinfisaria levemente más proclive y un poco menos espesa. En cuanto a la fosa masetérica limitada por la cresta horizontal homónima, yo no la encuentro menos profunda en su parte anterior que la de *Microcavia,* contrariamente a la opinión de Thomas. En ambos géneros la cresta masetérica se prolonga hasta la parte posterior o media del m^1. La forma del cóndilo y de las apófisis coronoidea y angular, así como los detalles de la cara interna de las ramas mandibulares que señalé para *Micro-*

cavia en la *Diagnosis* (págs. 85 y 92), son casi exactamente iguales en *Nanocavia*.

Los incisivos superiores de *Nanocavia* se proyectan algo más hacia delante, pues el « ángulo de Thomas » mide alrededor de 110 grados, en lugar de 90-100 grados que tiene en *Microcavia*.

Fig. 3. — *Monticavia (Nanocavia) Shiptoni*, vista palatina del cráneo. En tamaño natural.

Los molares superiores ofrecen particularidades que los distinguen con cierta facilidad de los de *Microcavia*. La más importante reside en el distinto tamaño y forma del prolongamiento posterior del m^3, que en *Nanocavia* es más reducido y se halla separado del resto del molar por un surco lingual poco profundo, más o menos como en *Cavia* y *Galea*. Además, el surco que incide la cara externa del segundo prisma de los molares es casi imperceptible en *Nanocavia*, de modo que los tres primeros dientes del cráneo recuerdan bastante los de *Dolichotis* y *Paradolichotis*.

Los molares inferiores se parecen más todavía a los de *Microcavia* y en realidad es difícil puntualizar alguna diferencia. El p_4 es más pequeño que el m_1 y su prisma anterior ofrece iguales variantes morfológicos que en *Microcavia* y *Galea*. Probablemente el reemplazo del molar temporario del cráneo y de la mandíbula se efectúa después del nacimiento como en *Microcavia*.

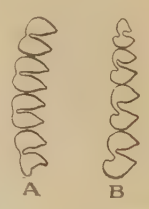


Fig. 4. — *Monticavia (Nanocavia) Shiptoni*, serie molar superior (A) e inferior (B). Aumentadas dos veces.

Para terminar este breve trabajo expondré mis ideas sobre el parentesco genealógico de *Microcavia*, *Monticavia* y *Nanocavia*, cuyas afinidades mutuas permiten reunirlos, como dije antes, en un grupo especial dentro del conjunto constituído por las cavias propiamente dichas.

Indudablemente, el único carácter de organización que distingue a *Microcavia* de *Monticavia-Nanocavia* consiste en el mayor desarrollo del prolongamiento posterior del m^3 y la mayor estrechez y profundidad del pliegue lingual que lo separa del resto del molar. Pero esta distinción pierde importancia teniendo en cuenta la filogenia de aquel género.

En efecto, un hecho innegable es que el prolongamiento adicional posterior del m^3 de los cavinos constituye una neoformación origina-

da en el ángulo posterior externo del diente y definida al comienzo por un leve surco lingual, que se volvió después más profundo y estrecho a medida que la neoformación aumentó de volumen en sentido anteroposterior y transverso, tendiendo a formar un nuevo prisma análogo a los dos fundamentales que componen esencialmente los molares de los roedores cavioides (1).

Por consiguiente, es seguro que el género o subgénero antecesor de *Microcavia* debió tener el prolongamiento posterior del m^3 conformado como en *Monticavia-Nanocavia,* quiero decir, menos voluminoso que en su descendiente actual y con el pliegue lingual menos estrecho y profundo. Y si a esta inducción agregamos que dicho antecesor debió ser más pequeño que *Microcavia* y debió tener los globos timpánicos más reducidos, llegamos a la conclusión de que *Nanocavia* ofrece muy aproximadamente los caracteres de tal antecesor.

Citaré aquí dos hechos positivos favorables a esta interpretación. El primero es, que los globos timpánicos de algunas especies pleistocenas de *Microcavia* son más pequeños que los de las especies actuales. El segundo, es que el prolongamiento posterior del m^3 de *Microcavia* suele presentar, aunque muy raramente, igual o parecida conformación que el de *Nanocavia,* como lo he comprobado en un ejemplar procedente de Bahía Camarones, en el territorio del Chubut, y este hecho no puede interpretarse de otro modo que como un carácter atávico.

Hay todavía otro antecedente favorable a mi tesis y es que la mayor profundidad en *Microcavia* del surco que incide la cara externa del segundo prisma de sus molares superiores también es un signo de mayor especialización comparado con *Nanocavia.*

En consecuencia, podemos inferir que *Microcavia* procede de un animal parecido a *Nanocavia* y que otro animal muy semejante es el que dió también orígen a *Monticavia* s. str., cuya especialización consiste en la gran convexidad del cráneo y el considerable tamaño de sus globos timpánicos.

Sin duda, la divergencia de estos tres cavinos a partir de su an-

(1) En *Microcavia* este apéndice del m^3 carece por lo común de un surco en la cara externa y tiene el borde interno redondeado ; pero, excepcionalmente suele existir un surco externo y el borde interno muestra a veces cierta angulosidad, que presagia la transformación del apéndice en un tercer prisma parecido a los dos fundamentales que componen el molar. Por sucesivos procesos análogos se originó el m^3 de los extinguidos roedores cardiominos, compuesto hasta de seis primas triangulares todos igualmente conformados.

tecesor común no debe ser muy remota, dadas las numerosas analogías que todavía los mantienen tan estrechamente vinculados y esta divergencia tiene que ser muy posterior a la época en que los otros cavinos actuales se apartaron del ramal filético formado por los tres animales en cuestión.

Medidas en milímetros de dos ejemplares de « Monticavia (Nanocavia) Shiptoni » Thom.

Longitud total del cráneo	44	45.5
Longitud cóndilobasal	40	41
Longitud palatilar	18.5	19.5
Diastema	10.5	10.5
Longitud de los nasales en el medio	14	14
Ancho máximo de ambos nasales	6	6.3
Ancho mínimo interorbital	8.5	9.5
Ancho de la caja craneal	20	21.5
Ancho bicigomático	27	28
Longitud de los globos timpánicos	8.5	8.5
Ancho de los incisivos	1.3	1.3
Longitud de la serie molar (p^1-m^3)	10.5	11
Ancho de los molares	2.2	2.2
Longitud de la mandíbula desde el cóndilo	29	29
Altura del cóndilo sobre el borde inferior	12	12
Longitud de la serie molar	11	11.2

LA ASTRONOMÍA MODERNA

Y LOS PROBLEMAS DE EVOLUCIÓN ESTELAR (1)

Por el Dr CARLOS DILLON PERRINE
Director del Observatorio Nacional

RÉSUMÉ

L'Astronomie Moderne et les Problèmes de l'Evolution Stéllaire. — Après des considération préliminaires sur le sujet, l'auteur s'occupe, spécialement, des nébuleuses et des hypothèses cosmogoniques. Il en examine quelques unes et tire des déductions. Il s'occupe ensuite de l'œuvre réalisée par l'Observatoire National de Córdoba, indique le progrès que la Photographie a introduit dans certaines recherches astronomiques. C'est le fondateur de l'Observatoire, Gould, qui commença, à Córdoba, à utiliser la nouvelle méthode photographique ; il prit 38 clichés des plus grands amas stéllaires : et cette precaution constitue aujourd'hui une base inestimable pour l'étude du problème des mouvements intérieurs et de translation de ces amas. Depuis 1917 l'Observatoire dispose du nouveau réflecteur de 75 cm d'ouverture ; et les résultats des études sur déjà si nombreux, que le conférencier se limite aux mouvements des étoiles et des nébuleuses et aux hypothèses cosmogoniques ; il propose une de ces dernières qui lui est propre, se basant sur les résultats fournis par l'usage simultané de la photographie et de la spectroscopie.

El último objeto de las investigaciones puramente astronómicas es determinar la forma, los movimientos y la constitución física de nuestro universo en el más amplio sentido. No es equivocado decir que nuestro conocimiento en esta materia es relativamente insignificante.

Sus límites son aún desconocidos y ningún científico serio sería tan audaz de tentar fijarlos, ni aun siquiera, en la última forma, que el hombre pueda alcanzar en su evolución.

La evolución desempeña su tarea en la adquisición de los conocimientos, de la misma manera que en biología, por ejemplo. Los anti-

(1) Conferencia ilustrada con proyecciones luminosas, dada en el local social, el 17 de octubre de 1929.

guos ocuparon primeramente sus inteligencias científicas recién despertadas, en busca de explicaciones de su mundo inmediato, y, naturalmente, llegaron a la conclusión de que la Tierra era plana; conclusión que trajo muchas dificultades al tratar de explicar los movimientos del Sol y de la Luna.

Con más experiencia y desarrollo de sus intelectos, y habiendo notado más detenidamente las formas aparentes de esos astros y especialmente de las gotas de agua, fueron conducidos a la verdadera concepción de las formas esféricas, tanto de la Tierra, como del Sol y de la Luna.

El invento del telescopio inauguró una nueva época. No solamente fueron revelados nuevos cuerpos celestes, sino tantos hechos sorprendentes acerca de los cuerpos conocidos, como las manchas del Sol, discos circulares y detalles en los planetas y los satelites en revolución sobre los planetas. Fué descubierto el anillo de Saturno, como también dos nuevos planetas, Urano y Neptuno.

Las estrellas fueron multiplicadas por miles, y vistas de varios colores. Las pocas nebulosas visibles a simple vista fueron aumentadas a miles. Detalles de estructura fueron observados en los cometas brillantes, y los cometas débiles, fueron encontrados más numerosos que los grandes.

Se descubrieron los planetoides, la duplicidad de las estrellas y los cúmulos estelares.

Se agregaron a los telescopios círculos graduados, y con ellos se consiguieron posiciones mucho más exactas de los cuerpos celestes. El tornillo y la telaraña se pusieron en uso y se midieron con gran exactitud los diámetros de los planetas y las pequeñas distancias entre las estrellas, y muchos otros objetos.

Fué necesaria más luz para la observación de objetos débiles y con los telescopios más grandes, entonces construídos, objetos más débiles aún fueron descubiertos. Hoy tenemos los gigantes de $1\,^1/_2$ y $2\,^1/_2$ metros de diámetro.

La dispersión del prisma fué aplicada al análisis de la luz y resultó el espectroscopio, uno de los más poderosos medios de la astronomía así como de la física. La aplicación de la fotografía, puede decirse, ha completado el mecanismo para una revolución total de las investigaciones astronómicas.

Estos nuevos métodos de investigación, hace ya medio siglo que están en uso y los resultados han sido tan iluminativos que ha sido posible corregir las hipótesis viejas y folmular algunas nuevas.

Como el desarrollo más reciente y de más interés, ha sido en el gran universo de las estrellas y de las nebulosas, a éstas prestaremos la mayor atención.

Las grandes obras de Copérnico, Kepler y Newton, han colocado al sistema solar sobre la base firme del principio de gravitación, base que hoy día es inconmovible. Pero su origen y su evolución están envueltos todavía en el misterio. De las varias tentativas de explicarlos, la hipótesis nebular de Laplace ha recibido la mayor atención y confianza. Sin embargo, en el último cuarto de siglo, han surgido dudas de su suficiencia.

Laplace postuló su nebulosa primordial como extendiéndose hasta los límites del sistema solar y en rotación, como un solo cuerpo. Tal condición implica el momento de *momentum* (1), como una prueba de la hipótesis. Chamberlin y Moulton, han investigado esta cuestión y encuentran que en vez de ser constante en el sistema solar como debe ser según la hipótesis de Laplace, el Sol tiene solamente cinco milésimos más o menos, de lo que se calcula para los planetas exteriores.

Este criterio es decisivo y demuestra que tal hipótesis es insostenible.

Chamberlin y Moulton, han propuesto su «Planetesimal Hipótesis» del paso de una estrella por otra con la expulsión de brazos espirales los cuales se han condensado en planetas y en satélites. Esta hipótesis que es semejante a otras propuestas anteriormente por Buffon, Proctor y Bickerton, satisface al requisito del momento de *momentum* y las otras condiciones bien conocidas. También tiene en su favor el argumento de que tales pasos de estrellas tienen que suceder, y que la frecuencia de la forma espiral en las nebulosas muestra la posibilidad de tales deformaciones.

Sin embargo, hay que recordar que no se conoce ninguna estrella con brazos espirales. Los únicos objetos que tienen forma espiral definida son algunas nebulosas. Éstas contienen miles y miles de estrellas y no es posible presumir que tales sistemas grandes puedan ser los progenitores de pequeños sistemas como el del Sol.

Pero se ha probado que las nebulosas llamadas «Planetarias» están constituídas por una estrella central, rodeada por mantos y corrientes nebulosas. Las investigaciones de los espectros de estas nebulosas por Campbell y Moore, del Observatorio de Lick, demostraron que por lo menos algunas están en rotación. En algunas, las formas no

(1) Momento de *momentum* o sea momento de la cantidad de movimiento.

son simétricas, y en varias pueden verse rastros de una estructura espiral.

Una reciente investigación hecha en Córdoba sobre estas observaciones indica la probabilidad de que las velocidades radiales observadas de estas nebulosas planetarias, sean principalmente de expansión y contracción, y no enteramente de traslación. Si se confirma esta conclusión la hipótesis original de Laplace puede ser modificada convenientemente, para satisfacer las circunstancias de estas nebulosas.

Existen suficientes presunciones para establecer la hipótesis, de que las nebulosas planetarias, son estados más o menos estables de las estrellas temporarias *(novæ)*. Sin entrar en su discusión detallada, la más plausible explicación de la causa de estos fenómenos (de las nebulosas planetarias también), es un encuentro entre una pequeña nube de materia cósmica y una estrella.

Si esta conjetura es sostenible, hay la posibilidad de que las nebulosas planetarias sean los progenitores de los sistemas solares.

Tal origen admite un Sol central y dominante con un pequeño momento de *momentum*, y el mecanismo para la formación de planetas y satélites, con momentos más grandes.

Serán necesarias investigaciones más detenidas para decidirlo; pero en mi opinión, la presunción existente favorece la hipótesis de que los sistemas solares como el nuestro, se han desarrollado en general de las nebulosas planetarias y de las estrellas temporarias *(novæ)*.

Sin embargo, debe reconocerse, que posiblemente hay otras formas para explicar este origen.

El Observatorio Nacional Argentino fué fundado en una de las más importantes épocas de la ciencia astronómica. En la veintena anterior, la fotografía había sido ensayada en la observación de los detalles de la Luna; las manchas del Sol y su corona y las estrellas. Los resultados han sido tan satisfactorios y las ventajas tan obvias, que, con el invento de la placa seca, este método fué aplicado enseguida a muchos problemas.

Uno de los más grandes programas fué el de la *Carte du Ciel*, una estupenda obra, la cual todavía no está concluída. Otra, menos pretenciosa, era el *Durchmusterung fotográfico* de Gill, en el Observatorio del Cabo y Kapteyn, en Gröningen, Holanda. Esta última fué completada pronto y ha sido de gran utilidad.

En la misma época el espectroscopio fué aplicado al estudio del Sol y de las estrellas en varios países, especialmente Inglaterra, Fran-

cia, Alemania e Italia. El nuevo método fué aplicado también en los estudios espectroscópicos y enseguida quedó demostrada su gran eficacia. Huggins en Inglaterra lo aplicó al estudio de los espectros de las estrellas y de las nebulosas con gran éxito, siendo su resultado el descubrimiento de las líneas luminosas de los gases en las nebulosas.

Poco después Vogel en Alemania usó la fotografía en la determinación de las velocidades radiales de las estrellas, método adoptado hoy día en todos los observatorios con resultados de una importancia sorprendente.

Puede decirse con toda seguridad que la fotografía ha transformado completamente la ciencia de la astronomía, no solamente en el descubrimiento y exploración de los ramos nuevos sino también en la determinación de las posiciones en los movimientos de las estrellas, planetas, satélites, cometas, etc., que anteriormente sólo eran conseguidos por el círculo meridiano y el micrómetro.

La fotografía nos proporciona no solamente una rápida y más exacta historia de amplias regiones del cielo, sino aún más importante, permite la observación de los objetos demasiados débiles para ser vistos con el telescopio. Se consigue tal resultado simplemente por medio de exposiciones más largas. El efecto de la luz sobre la película es una función del intervalo de la exposición — tanto más largo el tiempo, tanto más débil es la estrella o nebulosa que puede dejar su rastro y las fotografías tienen la gran ventaja de ser permanentes y estar libres de la personalidad.

Muchos de los objetos observados fotográficamente hoy día nunca han sido vistos por el ojo humano, fuera de los negativos. Satélites, planetoides, cometas, miles de nebulosas y millones de estrellas han sido descubiertos por la fotografía y toda clase de datos y hechos, han sido revelados por su medio, lo que hubiera sido imposible de otra manera.

Como ya lo he señalado, el primer objeto de Gould fué la preparación de los catálogos de posiciones de estrellas australes de tanta urgencia. Pero también él reconoció la importancia del nuevo método fotográfico y lo aplicó al problema de los movimientos de los cúmulos de estrellas, sacando fotografías de 38 de los más grandes del cielo austral, en los cuales fueron medidas las estrellas componentes. Estas observaciones dan hoy día una base inestimable, junto con semejantes determinaciones para la solución del problema de los movimientos internos y de traslación de estos cuerpos.

Los catálogos y las cartas han sido de tal magnitud que poco tiempo quedó disponible para los programas fotográficos y espectroscópicos, fuera de los trabajos astrográficos, y por eso las tentativas serias en estos ramos fueron necesariamente postergadas.

Con la pronta terminación de los programas viejos llegó la oportunidad de confeccionar planos para un telescopio poderoso y adecuado para las investigaciones en los ramos fotográficos y espectroscópicos; especialmente de las nebulosas y ciertas clases de estrellas de este hemisferio.

Los fondos fueron votados en 1912, por gestiones del entonces Ministro Garro ante el H. Congreso, para un reflector de $1\,^1/_2$ metro de abertura. La cúpula fué recibida, así como los discos de vidrios para los espejos, poco antes de estallar la guerra. Fué imposible, sin embargo, terminarlo. Recién han sido reanudadas estas obras y se espera poner en uso el telescopio a fines del año que viene.

Un reflector de 75 centímetros de abertura fué construído en los talleres del Observatorio tanto su parte optica como la mecánica, especialmente para investigaciones de las nebulosas y cúmulos estelares. Fué puesto en uso en 1917, y se obtuvieron una buena cantidad de observaciones antes de la demolición del antiguo edificio en 1923. La nueva cúpula está ya lista y tan pronto como pueda ser montado este telescopio, será reanudado este programa.

Los adelantos proporcionados por la aplicación de la fotografía y del espectroscopio a los problemas astronómicos han sido tan rápidos y grandes que muchos han sido resueltos y los problemas viejos han recibido nuevas interpretaciones.

Tan inmensa es la materia y su desarrollo que es imposible tentar una discusión amplia en una sola conferencia. Por eso tengo que restringirme a una de la más interesantes fases solamente.

Los problemas sujetos a las ventajas de la investigación por medio de posiciones, movimientos y brillos solamente de las estrellas y de las nebulosas, fueron restringidos a la forma, estructura y movimientos internos de nuestro sistema estelar, y éstos sólo superficialmente. Tales observaciones unidas a la ley de la gravitación permitieron la determinación de los tamaños y de las órbitas de los cuerpos de nuestro sistema solar con un alto grado de exactitud.

Así los problemas de los tamaños, de las distancias y de los movimientos en nuestro sistema solar pueden ser considerados como resueltos.

El problema del origen y de la naturaleza de estos cuerpos es más

difícil todavía y está vinculado a semejantes problemas de las estrellas. Fué poco el progreso en todos éstos antes de la entrada del espectroscopio con el cual pueden determinarse las substancias o elementos componentes.

El análisis de la luz de estos cuerpos no solamente condujo a un conocimiento de su constitución y elementos, sino que también permitió la determinación de las velocidades en la línea de vista, y otros datos útiles para la explicación de nuestro universo. Estos datos son de tal naturaleza que es imposible conseguirlos por los métodos viejos. Juntos con los otros estos nuevos datos permiten el mejor estudio tanto de los antiguos problemas como de los nuevos.

Por ejemplo, las observaciones espectroscópicas han contribuído grandemente, uniendo las velocidades radiales con los movimientos propios o tangneciales obtenidos de las posiciones. Las velocidades radiales determinadas con el espectrógrafo permitieron a Keeler establecer que el anillo de Saturno se compone de pequeños cuerpos como ha sido demostrado teóricamente por Clerk Maxwell, que el anillo no era un cuerpo sólido ni líquido en rotación como una unidad.

Sus observaciones del espectro de Saturno y su anillo establecieron que la parte *interior* (más cerca a Saturno) está en movimiento más rápido que la parte *exterior* (más lejos del mismo). Tal es el caso cuando se trata de cuerpos pequeños que se mueven cada uno en su órbita bajo la influencia de la gravitación, de una manera contraria a lo que ocurriría si el anillo estuviera en rotación como un solo cuerpo.

Por medio de semejantes observaciones han sido determinados los períodos de rotación de algunos de los planetas sobre sus ejes. También se ha establecido que algunas de las nebulosas planetarias y cúmulos globulares de estrellas están en rotación, y que las estrellas temporarias (las *novæ),* están en gran actividad, expulsando gases en forma de chorros con velocidades enormes.

Quizá el hecho más sorprendente descubierto por estos medios, es el de las estupendas velocidades de las espirales, velocidades generalmente de receso (o alejamiento).

Hay un gran número de asuntos interesantes encontrados en el desarrollo de los problemas astrofísicos, pero el tiempo disponible, sólo permite la consideración de unos de los más importantes. Por eso nuestra atención, se limitará a las estrellas y a las nebulosas, no olvidando el último objeto de toda investigación de cualquier clase, de unir últimamente, todos los problemas en una sola explicación de todo el universo material, y posiblemente moral y espiritual también.

Dos hipótesis, exactamente opuestas, han sido formuladas en la explicación del origen y evolución de las estrellas.

Mientras la hipótesis nebular de Laplace, fué formulada especialmente para dilucidar el sistema solar, también ha sido aplicada a las estrellas, suponiendo una condensación de masas primitivas de gas. Esta hipótesis ha sido aceptada generalmente hasta recien.

Ésta señala como curso de la evolución cósmica, el de una gran masa de gas con una temperatura muy elevada que pasa a formar un cuerpo con temperatura muy reducida, posiblemente frío y pequeño.

Opuesta a la hipótesis de Laplace es la de Lockyer, el cual toma como origen, una gran cantidad de materia cósmica, fría en forma de nube. Por medio de la condensación, esta nube aumenta en temperatura y brillo por un intervalo más o menos grande. Después se pierde más calor por radiación que el que gana por condensación, hasta llegar a conservar una temperatura débil, al rojo o posiblemente frío y sólido.

La hipótesis de Lockyer no fué aceptada en el principio, y hasta hace poco; pero, debido a las muchas confirmacionés encontradas en los últimos años, ahora puede considerársela como muy probable. No incluye en su forma original a las nebulosas gaseosas y puede ser que por eso no haya sido aceptada antes. Se ha encontrado ahora una explicación plausible, de manera que las nebulosas puedan ser incluídas en una sola hipótesis.

El espectroscopio ha revelado grandes divergencias entre las estrellas, además de sus aparentes diferencias de color. Estos espectros diferentes fueron clasificados en una serie y designados por O, B, A, F, G, K y M, en la cual las estrellas del tipo O y B son azúles y blancas, respectivamente, con pocas líneas, generalmente de los gases livianos, hidrógeno y helio.

Líneas de otros elementos se manifiestan en los tipos de A a M, y los colores cambian por amarillo y naranja a rojo, en las estrellas de tipo M.

Estas diferencias en el color y en el espectro se conocen ahora como debidas a diferencias de temperatura, siendo las estrellas azúles y blancas de temperaturas muy elevadas y las rojas de temperaturas bajas.

Ahora tenemos que examinar la distribución de los diferentes tipos en el cielo, la cual indudablemente es de suma importancia para cualquiera de las hipótesis sobre sus relaciones y condiciones. La distribución de las estrellas de los tipos F, G, K y M, es más o menos

uniforme en diferentes regiones del cielo, pero no ocurre así con las estrellas de los tipos O, B y A. Las estrellas de estos tipos tienen preferencias bien manifiestas por la región de la Vía Láctea. Empieza a manifestarse tal preferencia, en las estrellas del tipo A, el cual en las subdivisiones anteriores es muy notable, preferencia que es más acentuada en las estrellas del tipo B, y más todavía, en las del tipo O. Las estrellas del tipo O están restringidas a una faja estrecha, cerca del plano de la Vía Láctea, y sus espectros muestran gran actividad y una temperatura alta.

Las nebulosas gaseosas y las estrellas temporarias (las *novæ)* también muestran bien marcadas preferencias por la Vía Láctea.

Tales preferencias, como esto indica, si lo establecen, que las condiciones espectrales de estas estrellas de tipos A, B, O, las *novæ* y las nebulosas, dependen de algún modo de las condiciones existentes en la Vía Láctea — condiciones extrañas a las estrellas mismas.

Estos hechos y la marcha de las *novæ* que pasan sucesivamente por los tipos B y O, y emiten nebulosidad gaseosa, me indujo hace algunos años a proponer la hipótesis de que estos tipos de espectros han resultado de la materia cósmica, cuya existencia se conoce en gran cantidad en la Vía Láctea. Bajo tales condiciones y por medio de la atracción gravitatoria, cualquier estrella podría acumular esta materia cósmica con un correspondiente aumento de temperatura, aumento dependiente de la cantidad capturada.

Esta hipótesis depende de hechos bien conocidos y establecidos y no se opone a ella ninguna circunstancia conocida. También armoniza con la hipótesis de Lockyer.

Investigaciones recientemente hechas indican una confirmación de esta hipótesis, porque se deduce de ella como explicación de las velocidades radiales grandes de las estrellas O y las nebulosas planetarias, como movimientos de dilatación y contracción dentro de sus cuerpos, en vez de ser enteramente movimientos de traslación.

Se ha observado antes que las velocidades de las nebulosas gaseosas grandes eran pequeñas y que las de las estrellas, aumentan de las del tipo B hasta el tipo M. Estos datos, y la hipótesis de Laplace, han sugerido que las nebulosas primitivas tuvieron velocidades pequeñas y que han aumentado con el lapso de tiempo y cambio del espectro, hasta el tipo M. Este modo de ver han dejado las estrellas O y las nebulosas planetarias con sus velocidades grandes, como anómalo.

Si estas velocidades son de expansión y contracción, las estrellas

O y las nebulosas planetarias, también pueden ocupar puestos en la progresión de velocidad como del tipo espectral y temperatura, cualquiera que sea la dirección asumida por los cambios.

Hasta recientemente, todas la nebulosas fueron agrupadas juntas; pero con la aplicación del espectrógrafo y de la fotografía se notaron las diferencias que condujeron a una clasificación de tres grupos — grandes, de forma no simétrica, planetarias y «blanco», que muchas veces muestran una estructura espiral o globular.

Cuando fué aplicado el espectrógrafo, las velocidades de las espirales salieron muy grandes, cincuenta veces más grandes que las de las estrellas y las otras nebulosas. Este hecho en seguida ha puesto las espirales en una clase aparte y ha planteado nuevos problemas sobre su origen y relaciones a las estrellas y otros cuerpos de nuestro sistema.

Las fotografías ya sacadas han revelado en las grandes, miles y miles de estrellas, que con sus formas ha conducido a la hipótesis de ser sistemas o universos, más o menos como el nuestro. Tal hipótesis no ha sido aceptada por todos los astrónomos, sosteniendo muchos lo contrario, o sea, que las espirales son dependientes de nuestro sistema galáctico.

Investigaciones en manos del Observatorio Nacional Argentino, han revelado algunas relaciones entre sus velocidades y nuestro sistema galáctico, que indican plenamente una cierta dependencia.

Las magnitudes de las estrellas observadas en las espirales grandes, incluyendo las del tipo Cefeidas, parecen indicar de manera decisiva que aunque lejanas, están dentro de la Vía Láctea y son dependientes de nuestro sistema. Estas relaciones son de un interés especial y por eso serán consideradas con un poco más de detalle.

El origen de las nebulosas espirales ha sido más misterioso aún, que el de las estrellas. Por lo menos, una conjetura fué posible en el caso de las estrellas, fundada sobre algunos hechos de cierta confianza. Pero no ocurre así con las espirales. Porque apenas un solo hecho de verdad fué conocido hasta que el espectrógrafo y la fotografía descubrieron su constitución estelar y sus grandes velocidades de receso. Estos dos hechos junto con las formas de las espirales permiten ahora un poco de especulación.

Se han obtenido ahora fotografías de los espectros de un considerable número de espirales, los cuales indican un tipo semejante a nuestro Sol, o quizá del tipo K. Este hecho, juntamente con los puntos observados, parece establecer la naturaleza estelar de las espirales y que su contenido de materia es miles de veces el de nuestro Sol. Tales

constitución y tamaño les dan un interés especial como sistemas de orden superior al del Sol y planetas, por ejemplo, pero aún dependientes.

Las velocidades grandes de las nebulosas espirales requieren aún otra explicación más. Se han hecho tentativas basadas sobre los efectos de la Relatividad. Pero, en mi opinión, carecen de fundamento porque estas velocidades varían mucho y algunas son de acercamiento.

La realidad de estas velocidades está confirmada más aún por relaciones con las distancias angulares de la Vía Láctea, el tamaño y las inclinaciones de sus planos respecto de la línea de vista, las cuales acaban de ser descubiertas en Córdoba.

Estas altas velocidades han sugerido, hace algunos años, que la materia de estas espirales ha sido expulsada de las estrellas del sistema galáctico y acumulada en las afueras. Si es así, estas velocidades deben tener una relación con las distancias angulares de la Vía Láctea; las espirales cerca del polo de la Vía Láctea, mostrando velocidades más grandes que los objetos cerca de la Vía Láctea.

Velocidades de casi cincuenta nebulosas revelaron tal dependencia. También se encontró que las más pequeñas, y las vistas de canto, tenían velocidades más altas que las grandes y las vistas de frente. Soluciones matemáticas para la determinación de las dependencias, han dado, simultáneamente, resultados confirmatorios. Detalles de esta investigación están a punto de publicarse en los *Anales* de la Sociedad (1).

Parece que las dependencias al tamaño y a la inclinación, son de suma importancia.

La dependencia relativa al tamaño (diámetro), parece no ser lineal sino inversa de la raíz cuadrada. La investigación de los tamaños verdaderos por medio de las Cefeidas y de las estrellas más brillantes de 18 de las más grandes de las espirales, indicó que la dependencia de tamaño no es directa a la distancia, o por lo menos no totalmente.

Si la dependencia es enteramente al tamaño, resulta que el inverso de la raíz cuadrada del diámetro multiplicada por la velocidad, es constante. Si la constitución de estas nebulosas es semejante en todas, como parece deducirse de sus espectros, sus masas cambiarían casi como la segunda potencia de sus diámetros, porque son muy delgadas.

En tal caso tendríamos la masa multiplicada por la velocidad constante, o, en otras palabras, la cantidad de movimiento o energía total, constante, condición sospechada en las estrellas por algunos astró-

(1) Ver tomo CVIII, página 367.

nomos, debido a la circunstancia de que las estrellas grandes parecen tener velocidades relativamente pequeñas.

Einstein y otros, han formulado la hipótesis de que la masa multiplicada por la velocidad es constante en el límite de la velocidad de la luz. Si se confirma ampliamente la dependencia de las velocidades respecto del tamaño, puede ocurrir que la ecuación resultante no sea limitada a la velocidad de la luz. Las consecuencias de tal condición serían que una masa infinitamente grande, tendría velocidad nula; y una masa infinitamente pequeña, tendría velocidad infinitamente grande. Tal condición conduciría a la posibilidad de que la materia fuese sólo una forma de movimiento o energía, una especulación vieja.

Tal concepto tendría efectos asombrosos, exigiendo una revisión drástica de muchas de nuestras ideas y teorías. Pero debe reconocerse en todo momento que todavía ésto es sólo especulación.

La dependencia de la velocidad de una nebulosa espiral respecto de la inclinación de su plano a la visual del observador armoniza con la dependencia respecto del tamaño, y es una consecuencia necesaria de tal dependencia si su modo de origen es el que su aspecto indica.

El único modo conocido de originar los brazos espirales vistos en estas nebulosas, es en el paso de dos cuerpos, como lo postulan Chamberlin y Moulton en su *Planetesimal hipótesis*. Los estudios de muchas nebulosas espirales no dejan dudas respecto de que ésta es la explicación correcta. No es necesario discutir los detalles. Es suficiente llamar la atención sobre los muchos casos conocidos de sistemas dobles, especialmente la nebulosa Messier 51, en la cual el causante del disturbio se ve unido a uno de los brazos.

Tal dependencia de la velocidad a la inclinación en la forma como ha sido encontrada en las espirales, siendo las más inclinadas las que tienen velocidades más grandes, resulta naturalmente del paso y unión de dos cuerpos animados de diferentes velocidades pero de misma dirección si las masas son diferentes, pero con sus momentos de *momentum* iguales o mayores que el efecto de gravitación recíproca.

Además, esta evidencia aparece favoreciendo la realidad de la dependencia respecto del tamaño así como la interpretación dada a tal dependencia.

Los resultados citados más arriba junto con otras investigaciones hechas sobre las estrellas de tipo B y A, conducen a una hipótesis general sobre las relaciones y el curso actual de la evolución de las estrellas, hipótesis que no intenta explicar el origen primordial y que solo es un diseño. El estado actual de estos problemas no permite más.

La hipótesis que satisface mejor las condiciones observadas es la de Lockyer que admite como origen un cúmulo de materia cósmica; pero con algunas modificaciones para explicar las preferencias de algunas por la Vía Láctea.

Por medio de la condensación se produce calor, el cual no se irradia tan rápidamente como se produce, probablemente debido a un manto o atmósfera, quizá de calcio. La temperatura sube hasta el tipo F, o últimas divisiones de A, donde la atmósfera densa ha sido absorbida y la irradiación o expulsión de calor supera el calor producido, la temperatura de la superficie baja, y el espectro se cambia en la dirección reversa por el tipo G a K y M.

Este es el curso normal si no es desviado por aumentos de material o energía. (Es difícil entender cómo puede producirse una *disminución* repentina.)

En las regiones de la Vía Láctea hay una gran cantidad de materia cósmica en forma de nubes, probablemente de muy variados tamaños, tanto las trizas como los cúmulos, con velocidades diferentes. Es de suponer que se producen choques de estas nubes de materia con cuerpos estelares o de otra clase, resultando aumentos de temperatura, unos lentos, otros repentinos, acompañados por cambios de espectro.

Si el aumento de energía es lento y de poca cantidad, el cambio será pequeño, resultando estrellas de las primeras divisiones del tipo A. Aumentos más grandes resultarían en estrellas del tipo B, más grandes todavía en el tipo O. Encuentros repentinos a gran velocidad, tal vez de estrellas débiles con temperaturas bajas, con nubes pequeñas, producirían las estrellas temporarias; y si éstas son de bastante magnitud, resultarían en nebulosas planetarias.

Si son encuentros con *cúmulos* de estrellas, resultarían las nebulosas grandes y no simétricas como las de Orión y Eta Argo. En todas estas nebulosas se ven los chorros y nubes de materia cósmica obscura que han sido causantes de las erupciones.

La culminación parece ser alcanzada con la producción de las nebulosas gaseosas; después de lo cual empieza la condensación con cambios del espectro y de apariencia, como en las grandes nebulosas Messier 8 en y algunas de las planetarias.

No se conoce la existencia de condiciones o estados más primitivos que la nebulosidad gaseosa, pero es perfectamente posible tal existencia y que nuestros métodos sean inadecuados para descubrirlos. Tal posibilidad es acentuada por las velocidades tan altas, de receso de las espirales, cosa que exige una explicación aún no hallada.

Esta hipótesis es esencialmente la de Lockyer modificada para incluir en ella lo que, en mi concepto, es un desvío ocasionado por condiciones especiales existentes en la Vía Láctea, condiciones que han producido los objetos hallados exclusivamente, o casi, en estas regiones, es decir, las estrellas de tipo A, B y O, las *novae* y las nebulosas gaseosas.

Especulaciones sobre el origen primordial de todas las cosas, su terminación y la posibilidad de un renacimiento y ciclos, ofrecen un campo de gran interés y oportunidad, pero un campo que demanda no solamente talento e imaginación, sino también un discernimiento de alto orden para descubrir los hechos de importancia. Difícilmente puede, aun un genio, evitar las dificultades en tales campos. Pero verdaderos adelantos son imposibles sin algún plan o idea, aunque erróneo.

Ningún dato de observación llama tanto la atención en la consideración de la infinidad de tiempo y espacio, como las altas velocidades de las espirales. ¿Qué ocurre con esta materia o energía? Estas nebulosas parecen estar fuera del dominio de la gravitación.

Los relativistas insinúan que estas grandes velocidades no son verdaderas, sino que resultan de la curvatura del espacio. Pero cuando nos piden que admitamos la idea de que deben ser vistas de dos maneras, una directamente y otra como resultado de la luz siguiendo la curva del espacio, nos puede ser perdonado cierto escepticismo, hasta que se presenten más pruebas.

Sin embargo, existe la necesidad de encontrar una solución a la cuestión si es que estas velocidades llegan a lo infinito o si llegamos a un renacimiento de materia en las afueras de nuestro sistema como puede ser el caso con los rayos cósmicos de Millikan, por ejemplo. Alguna hipótesis basada sobre radiación parece contener una explicación más adecuada de velocidades tan grandes. Es concebible que las tentativas de los relativistas ayuden algún día a descubrir la verdad.

Las precedentes investigaciones y problemas, son solamente algunos de los muchos que intentaron solucionar los astrónomos, con respecto al gran universo del cual somos nosotros una muy pequeña parte.

El Observatorio Nacional Argentino ha llegado a una época en su historia que permite dedicar una parte de sus actividades a la observación de objetos, especialmente las nebulosas del hemisferio sur, para ayudar en la resolución de estos problemas. Han sido hechas algunas ya y con el telescopio grande en construcción se espera conseguir una cantidad mucho mayor.

Córdoba, octubre 8 de 1929.

COMUNICACIONES Y NOTAS CIENTÍFICAS

SOBRE LA TEORÍA DE LAS FUNCIONES DETERMINANTES DE DOS VARIABLES

POR EL DOCTOR J. C. VIGNAUX

1. La teoría de las funciones determinantes o transformación de Laplace-Abel, definida por la integral

$$f(x) = \int_0^\infty \varphi(t)\, e^{-xt} dt$$

y estudiada por Poincaré, Nielsen, Pincherle y Landau, ha dado lugar en este último tiempo a profundas investigaciones de parte de Borel, Pragman, Hardy, Mittag-Leffler, Doesther, etc. (1); pero nada se ha hecho sobre el estudio de la integral doble de aquel tipo.

$$f(z, w) = \int_0^\infty \int_0^\infty \varphi(x, y)\, e^{-xz - yw} dx dy. \qquad (1)$$

En esta *Nota* me propongo dar cuenta de los resultados más importantes que hemos logrado en este nuevo campo de investigación.

2. Sea $\varphi(x, y)$ una función de dos variables reales x e y definida en el dominio $0 \leq x \leq \infty$, $0 \leq y \leq \infty$, limitada e integrable en toda región

(1) H. POINCARÉ, *Journal of Mathem.*, tomo VII, 1885; NIELSEN, *Annales de l'École Nor. Sup.*, tomo XIX, 1902; LANDAU, *Ueber die Grundlagen der Theorie der Facultätenreihen;* S. PINCHERLE, *Ann. de l'École Normale Sup.*, tomo XXII, 1905; E. BOREL, *Ann. de l'École Nov. Sup.*, 1899; E. PHRAGNIEN, *C. R.* (1901), página 1396; G. MITTAG-LEFFLER, *C. R.* (1902), página 937 y (1903), página 537; G. HARDY, *Quart. Journ. Math.*, 35 (1903) y *Messenger of Mathematics*, 40 (1911), páginas 161-165; V. DOETSCH, *Math. Annalen*, 89 (1923).

finita del mismo. La integral doble generalizada (1) donde z y w son dos variables complejas independientes, define, si es convergente, una función $f(z, w)$ de estas variables, que llamaremos *función determinante,* mientras que a $\varphi(x, y)$ la *función generatriz.*

Si la integral (1) converge en el punto (z_0, w_0) ella converge en todo punto (z, w) tal que

$$R(z) > R(z_0), \qquad R(w) > R(w_0)$$

donde $R(t)$ indica la parte real del número complejo t.

De aquí se deduce la existencia de dos números reales α y β, tal que la (1) converge si $R(z) > \alpha$, $R(w) > \beta$.

Los dos semiplanos $R(z) > \alpha$, $R(w) > \beta$ de los planos de las variables complejas z y w, forman lo que llamaremos *un sistema de semiplanos asociados de convergencia* de la integral doble (1). Los números α y β, que son las abscisas de las dos rectas paralelas a los ejes imaginarios que limitan dichos semiplanos, forman un *sistema de abscisas de convergencia asociadas.* Entre los mismos α y β existe una relación $\theta(\alpha, \beta) = 0$, de modo que al valor $\alpha = \alpha_0$ corresponde un $\beta = \beta_0$ tal que la (1) converge en todo el semiplano: $R(z) > \alpha_0$, $R(w) > \beta_0$, y diverge en todo el dominio: $R(z) \leq \alpha_0$, $R(w) \leq \beta_0$.

Sobre las rectas de convergencia

$$R(z) = \alpha_0, \qquad R(w) = \beta_0$$

la integral puede o no ser convergente.

Análogamente se prueba la existencias de un sistema de abscisas de *convergencia absoluta.*

La integral doble (1) *converge uniformemente* en toda región finita del dominio

$$R(z) > \alpha, \qquad R(w) > \beta$$

y representa una función analítica regular de dos variables (z, w) en dicho dominio.

3. Las fórmulas que dan las abscisas de convergencia de la integral simple $\int_0^\infty e^{-xz}\varphi(x)\,dx$, de Landau, Kozima, Fugiwara, etc., extendemos a la integral doble (1).

Pongamos

$$\varphi(k) = \overline{\lim_{x+y\to\infty}} \frac{\log\left| e^{-ky}\int_0^x\int_0^y f(x, y)\,dxdy \right|}{x + y}$$

donde k es un parámetro *real;* si $\varphi(k) > 0$, los números

$$\alpha = \varphi(k), \qquad \beta = k + \varphi(k)$$

son un *par de abscisas asociadas de convergencia* de la integral (1).

La fórmula de Fugiwara se extiende en la forma siguiente : Sea

$$\varphi(k) = \overline{\lim_{t+u\to\infty}} \frac{\log\left| e^{-ky} \int_0^t \int_0^u f(x,y)\, e^{(x^2-t^2)+(y^2-u^2)} \right|}{t+u}\, dxdy,$$

entonces

$$\alpha = \varphi(k) \qquad \beta = k + \varphi(k)$$

es un par de abscisas asociadas de convergencia. La fórmula correspondiente de Kozima es

$$\psi(k) = \overline{\lim_{x+y\to\infty}} \frac{\log\left| e^{-ky} \int_{|x|}^{x} \int_{|y}^{y} f(x,y)\, dxdy \right|}{x+y}$$

luego, un par de abscisas asociadas es

$$\alpha = \psi(k) \qquad \beta = k + \psi(k).$$

4. Los resultados de Lemaire (1), Fabry, Faber, Hartogs y Montel respecto a la dependencia entre los radios asociados de convergencia de una serie doble de potencia, se extienden a la función $f(\alpha, \beta)$ que relaciona a las abscisas de convergencia de la integral doble (1).

Consideremos la curva de ecuación paramétrica

$$\alpha(k) = X \qquad \beta(k) = Y \qquad -\infty < k < +\infty$$

y sea

$$\alpha(k_1), \beta(k_1); \qquad \alpha(k_2), \beta(k_2); \qquad \alpha(k_3), \beta(k_3)$$

tres pares de abscisas asociadas de convergencia tales que

$$\alpha(k_1) < \alpha(k_2) < \alpha(k_3),$$

por tanto,

$$\beta(k_1) > \beta(k_2) > \beta(k_3).$$

Se demuestra que

$$\begin{vmatrix} \alpha(k_1) & \beta(k_1) & 1 \\ \alpha(k_2) & \beta(k_2) & 1 \\ \alpha(k_3) & \beta(k_3) & 1 \end{vmatrix} \geq 0,$$

por tanto la curva C es *convexa* en el sentido de Jensen-Galvani.

(1) LEMAIRE, *Bulletin de la Sc. Math.*, 20 (1896); FABRY, *Comptes Rendus*, 134 (1902); FABER, *Math. Annalen*, 61 (1905); HARTOGS, *Math. Annalen*, 62 (1905); MONTEL, *Journal de Mathématique*, 1928.

5. De la integral doble (1) se da una representación mediante una *serie doble de factorial* del tipo

$$0(x,y)=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{m!\,n!\,a_{m,n}}{x(x+1)\ldots(x+m)\,y(y+1)\ldots(y+n)}$$

y de una *serie doble asintótica* (1).

$$f(x,y)=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{a^{m,n}}{x^{m+1}y^{n+1}}.$$

6. Dada las integrales dobles convergentes

$$A=\int_0^\infty\int_0^\infty a(x,y)\,dxdy, \qquad B=\int_0^\infty\int_0^\infty b(x,y)\,dxdy,$$

llamamos producto de A por B a la integral doble C

$$C=\int_0^\infty\int_0^\infty c(x,y)\,dxdy,$$

donde

$$c(x,y)=\int_0^x\int_0^y a(t,u)\,b(x-t,y-u)\,dtdu.$$

Aplicando esta definición a las integrales dobles

$$\int_0^\infty\int_0^\infty e^{-xz-yw}\varphi(x,y)\,dxdy \qquad (1)$$

y

$$\int_0^\infty\int_0^\infty e^{-xz-yw}\psi(x,y)\,dxdy, \qquad (2)$$

resulta

$$c(x,y)=\int_0^x\int_0^y e^{-tz-uw}\varphi(t,u)\,e^{-(x-t)z-(y-u)w}\psi(x-t,y-u)\,dtdu=$$

$$=\int_0^x\int_0^y e^{-xz-yw}\varphi(t,u)\,\psi(x-t,y-u)\,dtdu,$$

por tanto, el producto *formal* de las integrales dobles (1) y (2) es la integral doble

$$\int_0^\infty\int_0^\infty e^{-xz-yw}\Phi(x,y)\,dxdy$$

(1) Aun no ha sido iniciado el estudio de las series *asintóticas dobles*. De ellas nos ocuparemos especialmente en un próximo trabajo.

con

$$\Phi(x, y) = \int_0^x \int_0^y \varphi(t, u)\, \psi(x - t, y - u)\, dtdu; \qquad (3)$$

esto es, una función determinante, cuya generatriz es la función (3). Por tanto, todos los teoremas sobre producto de integrales dobles que hemos dado en otro lugar (1), es aplicable también aquí.

Queda aun pendiente el problema de la inversión de la integral doble (1); es decir la determinación de la función $\varphi(x, y)$, que, para el caso de las integrales simples de Laplace, resuelve la fórmula de Rieman-Cahen-Mellin's.

VII Congreso Científico Americano

El comité cooperador argentino de ese Congreso, ha pasado la siguiente circular :

Buenos Aires, 25 de noviembre de 1931.

Distinguido colega :

Tengo el agrado de dirigirme a usted para pedirle su concurso en la cooperación argentina al VII Congreso Científico Americano, que se reunirá en Méjico el 5 de febrero próximo.

La tardanza con que ha sido comunicada a esta comisión la fecha de apertura del Congreso citado, obliga a solicitar de usted la remisión de trabajos que ya tenga preparados, en curso de publicación o próximos a ser terminados. Si no pudiera usted enviar el trabajo de inmediato, le rogamos nos remita a la brevedad el título del mismo y un resumen de no más de 500 palabras.

Siendo este Congreso el séptimo de la serie que se viene realizando a partir del que se celebró en 1898 en esta Capital por iniciativa de esta Sociedad Científica, tenemos verdadero interés en que la concurrencia argentina al certamen alcance positivo relieve y por ello le encarecemos quiera acoger esta invitación con toda su simpatía.

Saludamos a usted cordialmente.

Raúl Wernicke,
Secretario.

N. Besio Moreno,
Presidente.

(1) J. C. Vignaux, *Sobre productos de series y de integrales dobles,* en *Anales de la Sociedad Científica Argentina,* tomo CXI, página 305.

NOTAS VARIAS

Ministerio de Agricultura de la Nación.

Préstamos especiales a los agricultores

Nos pide el Ministerio la publicación de la siguiente noticia :

El Ministerio de Agricultura, interesado en que los agricultores puedan subvenir a los gastos que demande la recolección de sus productos, hace saber que, con tal objeto, el Banco de la Nación Argentina ha resuelto acordar préstamos especiales en condiciones ventajosas.

Los préstamos para simple recolección (hasta emparvar) se concederán hasta un máximo de 2000 pesos, acordándolos a razón de 4 a 5 pesos por hectárea, proporcionalmente a la producción calculada y siempre que ésta no se estime inferior a 500 kilogramos por hectárea. Es condición esencial del préstamo que sea empleado en gastos inherentes a la recolección ; y si así no fuera, el Banco exigirá su inmediato reembolso. El vencimiento no podrá exceder al 31 de marzo, con el interés del 6 1/2 por ciento anual.

Se acuerdan estos préstamos con sola firma, con garantía personal o con prenda sobre los mismos sembrados, variando las exigencias sobre el particular, según sean los antecedentes y responsabilidad del solicitante y se trate de agricultores propietarios o arrendatarios a dinero o al tanto por ciento.

Para la trilla y embolso, el máximo del préstamo es de 4000 pesos, acordándolos a razón de 1,50 por cada 100 kilogramos de rinde calculado, no pudiendo exceder en ningún caso de 12 pesos por hectárea. Estos préstamos se harán con prenda de todo el cereal emparvado, y como consecuencia del que resulte una vez trillado.

El plazo de vencimiento no podrá exceder al 31 de marzo. Interés del 6 1/2 por ciento anual.

A los agricultores que utilizan máquina cosechadora se les acordará en un solo préstamo, con prenda sobre los sembrados, lo necesario para levantar la cosecha, en la proporción de 10 pesos por hectárea. El máximo de este préstamo será de 4000 pesos.

Por cualquier dato o informe, los interesados pueden recurrir a las distintas sucursales del Banco de la Nación en el Interior, o en su defecto a la gerencia de sucursales en la casa central o a la sección Propaganda e informes del Ministerio de Agricultura.

Noviembre 10 de 1931.

BIBLIOGRAFÍA

Por C. C. D.

Anales de la Sociedad científica, de Santa Fe, tomo III, 1931. Un volumen (17 × 25), XIII + 300 páginas, con figuras y dos planos fuera de texto.

Estos *Anales*, bajo la dirección del doctor Joaquín Frenguelli, traen el siguiente material : La memoria anual del presidente de la Sociedad, ingeniero J. Babini. Una relación sumaria de las actividades científicas de la Sociedad. Las siguientes notas y comunicaciones.

Del director, doctor Frenguelli : *Nomenclatura estratigráfica patagónica* (115 págs.). *Nuevo hallazgo paleolítico* en Miramar (3 págs.). *Sobre fulguritas de la travesía puntana* (7 págs.). *Observaciones estratigráficas* en *Bahía Sanguinetti* (territorio de Santa Cruz) (47 págs.).

Del ingeniero J. Babini : *Sobre una generalización de una ecuación de Euler* (6 págs.).

Del señor Gustavo A. Fester : *Comunicación sobre algunos colorantes indígenas* (3 págs.).

Del señor J. Imbelloni : *El Toki mágico* (22 págs.).

Del señor Rolando Hereñu : *Restos de Lomaphorus del Pampeano de Santa Fe* (7 págs.).

Del señor F. E. Urondo : *Observaciones de potencial aero-eléctrico en Santa Fe* (73 págs. y dos planos).

Del doctor Rodolfo A. Borzone : *Peste ambulatoria en Santa Fe* (14 pág.).

Latzina, Eduardo, *Poderes caloríficos de maderas argentinas*. Un folleto (17,50 × 25) con 25 páginas y 6 figuras en el texto. Extracto del *Boletín del Ministerio de Agricultura de la Nación*, Buenos Aires, 1931.

En 1919, el autor inició este estudio en el Laboratorio de máquinas de la Escuela Industrial de la Nación, a raiz de la escasez de carbón y de petróleo provocada como consecuencia de la Guerra europea.

Precede al estudio una interesante exposición de los antecedentes del trabajo y del alcance que debe darse a sus resultados.

Son treinta y cuatro las maderas ensayadas, habiéndose trabajado con el duramen, la albura y la corteza; estas tres partes del tronco de las dicotiledóneas y gimnospermas tienen distintos poderes caloríficos. En cada ensayo se determinó el poder calorífico superior y también el inferior, por tener cada uno su importancia técnica. Nótanse deficiencias en algunas identificaciones botánicas y dispersiones geográficas.

Creemos de utilidad transcribir las equivalencias de una tonelada de hulla relativamente a cada una de las maderas ensayadas:

Álamo, 2.14; alecrín, 2.02; algarrobo, 2.00; arrayán, 1.97; brea, 2.08; caldén, 1.92; cevil, 2.02; chañar, 2.06; curupay, 1.92; espina de corona, 2.02; espinillo, 2.14; garabato, 2.12; guayacán, 1.95; guayaibirá, 1.97; ibirá-pitá, 2.14; lapacho, 1.92; laurel negro, 1.95; mistol, 2.06; mora amarilla, 2.00; naranjillo, 2.02; ñandubay, 1.92; ñangapiré, 2.17; ombú, 2.17; palo de lanza, 2.17; palo de piedra, 2.08; palo santo, 1.88; quebracho blanco, 2.08; quebracho colorado, 1.83; sauce, 2.14; sombra de toro, 2.14; tala, 1.97; tatané, 1.97; urunday, 2.21 y viraró, 2.24.

Champly René, *Pompeset élévateurs de liquides. Construction et organisation des usines.* Dos tomos (12 × 18), en 8°, de 298 páginas, con 251 figuras en el texto, y 246 páginas, con 146 figuras en el texto, respectivamente. Precio por correo, 37 y 35 francos. Librairie Béranger, París, 1931.

Constituyen los tomos XIX y XX de la colección que hemos ido anunciando en estos *Anales,* señalando cada tomo a medida de su aparición. Con éstos queda la serie terminada. Siguiendo el criterio que presidió la redacción de estos libros, estos dos últimos estudian sucesivamente: las generalidades sobre las bombas, el cálculo de los caños, los ensayos de bombas, las pérdidas de carga y los caudales de aguas, la resistencia de los caños y canalizaciones, la alimentación de los tanques, las teorías de las bombas de émbolo, las bombas caseras de jardín, las de agotamiento, los diversos modelos de bombas, las de pistones-buzos, las destinadas a pozos profundos, etc.; luego se ocupa de las bombas rotatorias, de las centrífugas, de las de incendio, de los diversos elevadores de líquidos, arrietes hidráulicos y pulsómetros.

El tomo XX se ocupa de la construcción de fábricas, elección de los materiales, vías de acceso, edificios, cercos, del suelo, de los techos, disposiciones internas, fuentes de electricidad, del agua, de la calefacción, de la ventilación, humedificación, aspiración de los polvos y detritus diversos, iluminación de las oficinas y talleres, secado y secadores, organización de las fábricas, salas de dibujo, precios de costo, almacenes, pesaje y recuento, contralor del personal, vestuarios y lavatorios para obreros, orinales y w c.,

enfermería y cuidados urgentes, del agua potable para los obreros, barrido y fijación del polvo, precauciones contra incendios, patentes y marcas de fábrica, etc.

ENGINEER AN., *Décapage & Polissage des Métaux*. Un tomo en 8° (14 × 23), 170 páginas con 51 figuras. Precio en Buenos Aires, 33 francos. Librería Béranger, París, 1931.

Este tomo pertenece a la colección titulada *Tous les «trucs» du Praticien*. Trata de los abrasivos, muelas y ruedas para pulir, papeles y tejidos de pulir, pulido, brillantes comerciales, tratamiento de los metales, desmetalización. Trae numerosas informaciones y fórmulas prácticas que han de resultar útiles a los aficionados y aun a los que se especializan en estas cuestiones de decapado y pulimento de los metales.

FOURMARIER, PABLO & DENOËL, LUCIANO, *Géologie et Industrie minérale du pays de Liège*. Un tomo (16 × 25), 238 páginas con 64 figuras en el texto, dos láminas y dos cartas fuera de texto. Precio en Buenos Aires: 41 francos. Librería Béranger, París y Lieja, 1931.

Esta obra se propone hacer conocer los yacimientos mineros de la ciudad de Lieja. Se trata de una nueva edición (ligeramente modificada y puesta al día), de una nota que apareció con ese mismo título en 1924, en *Liège, Capitale de la Wallonie*, en ocasión del 48° Congreso de la « Asociación Francesa para el adelanto de las Ciencias ».

Después de una introducción, la primera parte del libro se ocupa de las minas de hulla; la segunda, de las minas metálicas y la tercera y última, de las canteras.

Es una buena contribución al conocimiento de Bélgica, nación que, el año próximo pasado, celebró el centenario de su independencia. Ahora bien, en la base de la prosperidad material de un país se halla el combustible mineral, cuya abundancia y juicioso empleo domina toda la economía de la producción y de la transformación de la energía, etc. Las industrias extractivas se han desarrollado desde primera hora en Bélgica, atrayendo y fijando todas las demás. El conocimiento de la geología y de la industria minera en esa nación es, pues, de importancia para la misma, y en ello estriba la utilidad del libro que nos ocupa, el primero de una serie llamada a satisfacer tal propósito.

JOB ANDRÉ, *Formes chimiques de transition*. Un tomo en 8° (19 × 24), 355 páginas con 8 figuras y un retrato fuera de texto en heliograbado. Precio a la rústica, 95 francos. Hermann & Cía., París, 1931.

Entre los químicos que se han preocupado del mecanismo de las reacciones, uno de los que han aportado mayor y más fecunda contribución es

A. Job, quien ha estudiado los fenómenos de oxidación y de reducción, así como numerosas reacciones fotoquímicas, hallando y aislando cuerpos nuevos y poniendo al punto métodos de análisis originales. Además sus trabajos se hallan dominados por una preocupación de gran alcance : hacer comprender las transformaciones de la materia, determinando las formas fugitivas de las que, aquéllas, son etapas.

Es una suerte que hombres eminentes como Juan Perrín y Jorge Urbain hayan aceptado realizar el esfuerzo de componer como lo han hecho, esta edición coordenada de las obras de Job. Dado los artículos generales consagrados a los grandes problemas científicos y a las teorías químicas reunidos en una primera parte, tendrá que interesar, por fuerza, esta obra tanto a los especialistas químicos y biólogos como a toda persona ansiosa de poseer ideas generales.

A continuación va la tabla de materias : Después de un preámbulo, de un discurso de Juan Perrin y una noticia de Jorge Urbain, vienen dos partes : la primera titulada *Teorías generales,* comprende : Mecanismo de la oxidación; La obra de Berthelot; El método químico; Progresos de las teorías químicas; La movilidad química; Los métodos de la química moderna; Mecanismos químicos; Las reacciones intermediarias en la catálisis.

La segunda parte trata de : Introducción al agrupamiento de los trabajos presentados en 1908; Los oxalocloruros de tierras raras; Oxidación y reducción de las sales de cerio en líquido ácido; Oxidación y reducción de las sales de cerio y de cobalto en licor alcalino; Peroxidación del cerio; Investigaciones de catálisis oxidante; Introducción al agrupamiento de los trabajos presentados en 1925; La oxidación y los complejos; Los compuestos arsénicomagnésicos; Los magnésicos fosfinados; Los compuestos órganometálicos; Investigaciones complementarias y fotoquímicas.

Jouniaux, Alcide, *Leçons de Chimie Analytique.* Un tomo en 8° (16 × 25) VIII + 350 páginas, 65 figuras en el texto. Precio, 60 francos. Librería Hermann & Cía., París, 1931.

El autor, profesor de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Lila, ha publicado en este libro parte de sus lecciones. Nótase el afán de poner en evidencia cómo las técnicas del anális químico están dominadas por las disciplinas de la química general, impuestas por las propiedades físico-químicas de los compuestos en reacción.

Empieza precisando las reglas de la precipitación salina. La primera parte del libro está dedicada a ese tema, estudiando sucesivamente : la solubilidad en los electrólitos homoiónicos; la evolución de las substancias minerales; la absorción de las sales en disolución por los precipitados; las particularidades presentadas por el tratamiento de los insolubles coloidales. Explica en esa primera parte las precauciones racionales a tomar para el lavado, la filtración y la pesada de los precipitantes, insistiendo

sobre la naturaleza e importancia de los errores experimentales y la interpretación de los resultados analíticos.

La segunda parte trata del dosaje ponderal de los aniones y cationes, llamando el autor la atención sobre el interés de la introducción de los reactivos orgánicos en los dosajes minerales, utilizando los datos adquiridos para el estudio de las separaciones seleccionadas entre las más precisas e importantes, del punto de vista práctico.

Luego se ocupa el profesor Jouniaux de los dosajes orgánicos y análisis elemental, revista de los compuestos susceptibles de ser alcanzados por la gravimetría.

Al final viene el análisis electrolítico cuya aplicación al dosaje de los metales usuales y sus aleaciones está precisada por un recuerdo de las leyes y catacteristicas de la electrólisis acuosa.

Buena bibliografía hasta los orígenes, buenas informaciones numéricas y buenas figuras, caracterizan este libro redactado con claridad y precisión y científicamente al día.

Levi-Civita, Tullio, *Rifrazione e riflessione nella relatività generale.* Un folleto (21 $\times$ 30), 22 páginas. Extracto de *Atti della Fond. Accademia delle Scienze. Nuovi Lincei.* Roma, Scuola tipografica Pío X, 1931.

El distinguido profesor de la Universidad de Roma había ya, hacia 1918, hecho observar que: cuando se trata de fenómenos estacionarios, es decir, cuando, para el caso, las características ópticas son siempre las mismas en el mismo sitio, el postulado de Einstein, que substituye ahora al principio clásico de Fermat, se identifica con el principio del tiempo mínimo, lo que hacía presumir que, en el caso tratado, el pasaje al límite con que del principio variacional se recaban las leyes dióptricas de transición, debe llevar a las mismas conclusiones. Es lo que pone ahora en evidencia el profesor Levi-Civita. Los diversos parágrafos se ocupan de lo siguiente: El principio variacional de la mecánica einsteniana. Condiciones que deben satisfacer las extremales (líneas horarias de la dinámica) cuando experimentan eventuales discontinuidades en la dirección. La óptica geométrica. Refracción y reflexión como discontinuidades direccionales particulares del rayo. Forma del ds^2 que especifica la interpretación geométrico-óptica (en relación a una variación temporal x^0 fijada de antemano). Correspondiente aspecto de las condiciones de enlace. Caso típico de medios ópticamente isótropos con superficie fija. Invariante dióptrico. Medios isótropos con superficie (de transición o especular) variable con el tiempo. El caso más general, reductibilidad a los cálculos precedentes.

NICAISE, MARCEL, *Les mouvements mécaniques.* Un tomo en 8° (16 × 25), 685 páginas, con 1031 figuras en el texto. Librería Béranger, París, 1931.

Se trata de un estudio descriptivo y razonado de los mecanismos, hecho por un profesor de la Escuela de minas de Mons, y director de la Compañía Continental para la fabricación de los contadores. El libro es muy completo; comporta el estudio, puede decirse, de todos los mecanismos. No tiene la importancia científica ni la precisión admirable en los conceptos y definiciones de los de Renleaux o de Koenigs, por ejemplo, pero el punto de vista del autor es otro. Los mecanismos fundamentales — dice el señor Nicaise — son fáciles de concebir, pero otra cosa es estar al corriente de sus múltiples destinos, saberlos agrupar correctamente y obtener de ellos el rendimiento máximo, evitando toda complicación inútil. Para ello — agrega — no basta estudiarlos independientemente; hay que tratar de vincularlos con algunos principios comunes y hacerlos desprender los unos de los otros, requiriendo del raciocinio el esfuerzo que antes se confiaba a la memoria. Tal es el objeto que ha buscado conseguir el autor, sin por eso dejar de comprender que la *síntesis cinemática* depende de aptitudes propias que constituyen una facultad que trae al nacer, aquel que viene así favorecido por la naturaleza. Se puede, sin embargo, desarrollar esa facultad y disciplinarse la misma con la consulta de un libro concebido como lo entiende el autor. A tal efecto, hace éste la división de los mecanismos de acuerdo con los principios que rigen su funcionamiento, derivando de un mismo concepto.

Deficiente es la definición que da de lo que es un «mecanismo». Se ve que el autor no ha leído la hermosa *Introducción a una teoría nueva de los mecanismos,* del profesor G. Koenigs. La extensión que nos es dado dedicar a esta noticia nos impide entrar algo a fondo sobre el particular. Nos debemos contentar con los títulos de los diversos capítulos:

Generalidades. Elementos fundamentales de los mecanismos. Transformación de los elementos fundamentales. Mecanismo constituído por un solo par fundamental. Principales cadenas cinemáticas inferiores. Trayectorias en las cadenas inferiores. Estudio de las velocidades, de las aceleraciones, de los trazados, de las áreas o superficies-trayectorias y de los volúmenes-trayectorias. Cadenas superiores de deslizamiento con contacto continuo o discontinuo. Cadenas de rodamiento. Engranajes. Trenes de engranajes. Órganos dúctiles y elásticos. Capsulinas.

Dentro del plan que está concebido ese libro, es recomendable por ser capaz de dar el conocimiento de numerosos mecanismos, así clásicos como modernos, con buenas ilustraciones de figuras.

ANALES DE LA ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS

FÍSICAS Y NATURALES DE BUENOS AIRES

CONTRIBUCIÓN

A LA

DETERMINACIÓN DE LA FIGURA MATEMÁTICA DE LA TIERRA (*)

POR EL INGENIERO FÉLIX AGUILAR

RÉSUMÉ

Contribution à la détermination de la figure mathématique de la Terre. — Après quelques observations sur ce que l'on doit considérer comme « figure mathématique de la Terre», l'auteur établit que le problème de la géodésie comporte un choix d'une surface de niveau ou, comme l'on dit, d'un *géoide* auquel on devra rapporter les calculs déduits des résultats des observations astronomiques, gravimétriques, des triangulations et des nivellements. L'auteur s'étent, ensuite, sur la méthode donnée par Helmert, basée sur les écarts du fil-à-plomb, pour la détermination d'un géoide relatif à une étendue limitée ; puis il indique de quelle façon il a appliquée cette méthode pour éxecuter un travail dans la Province de Entre Ríos. Il donne ensuite les résultats de ce travail important.

Il tire les conclusions suivantes : Sur un terrain plat, comme celui de la Province citée, il convient de réduire les stations à un minimum d'une chaque 20 kilomètres. Les instruments employés dans ce travail et dont le détail est donné, ont résulté parfaitement appropiés à ce travail sur les terrains plats. La méthode employée pour la détermination des latitudes astronomiques permet d'obtenir en cinq ou six heures de travail, toute la précision voulue ainsi que des résultats libres d'erreurs systhématiques.

La ciencia geodésica se propone la determinación de la *figura matemática* de la tierra.

Este concepto ha sido precisado por Gauss y por Bessel, quienes definieron la superficie matemática de la tierra como una de las superficies de nivel de la función de fuerzas que incluye el potencial de atracción y el de la fuerza centrífuga. De entre todas las superficies de

(*) Con este trabajo se incorporó el autor a la Academia el 20 de octubre de 1928.

nivel, la que corresponde a la figura matemática de la tierra es, según aquellos autores, la individualizada por la superficie libre de los mares.

En esa definición se atribuye un rol preponderante a una de aquellas superficies de nivel y, además, se postula tácitamente que la superficie libre de los mares es de nivel.

Esta suposición no se verifica rigurosamente. Las mareas, los vientos, las corrientes marinas, etc., perturban continuamente la *superficie normal,* que correspondería al estado de equilibrio de las aguas respecto de la corteza terrestre y a una presión atmosférica constante.

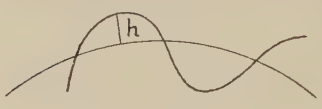


Figura 1

Aun en el caso de considerar no ya la situación actual de la superficie libre de los mares, sino el promedio de las correspondientes a un largo período de tiempo, se puede decir que esta superficie media no coincide con la normal, es decir, que en un punto dado el valor medio de la altura h (fig. 1),

$$\frac{1}{t_1 - t}\int_t^{t_1} h\,dt,$$

no es de un orden inferior al de los errores de observación. Así, pues, esta definición subordina la determinación de la figura de la tierra a puntos de otra superficie que son difíciles de determinar con la suficiente precisión y más aun de vincular entre sí, e introduce de esta manera un motivo de incertidumbre que Bruns ha eliminado al plantear como problema de la geodesia no la determinación de la figura matemática de la tierra, sino de la función de fuerzas. Es decir, que el objetivo final de la geodesia es determinar *todas las superficies de nivel* y no una especial.

Los medios actuales no permiten dar a este problema, así planteado en toda su generalidad, una solución completa y es necesario resolverlo parcialmente en base a todos los datos geodésico-astronómicos accesibles dentro de una región limitada.

De entre las superficies de nivel se elige una arbitrariamente, *un geoide,* para referir a él los cálculos de todo un conjunto de datos de observación.

DATOS GEODÉSICO-ASTRONÓMICOS

Las mediciones astronómico-geodésicas pueden agruparse en las siguientes cinco categorías :

a) Astronómicas (latitudes, longitudes, acimutes);

b) Triangulación (medición de ángulos horizontales y de bases);
c) Nivelación trigonométrica;
d) Nivelación geométrica;
e) Operaciones gravimétricas,

cuyo conjunto permite, teóricamente al menos, construir por puntos un determinado geoide, independientemente de cualquiera hipótesis sobre la ley de formación de las superficies equipotenciales de la tierra.

La medición de *ángulos horizontales y de bases* permite determinar la forma y dimensiones del poliedro de caras triangulares, cuyos vértices son las estaciones geodésicas.

Superadas dificultades de orden práctico, *la nivelación trigonométrica* puede proporcionar los datos necesarios para referir el conjunto de verticales de los vértices de ese poliedro a un elipsoide de rotación auxiliar.

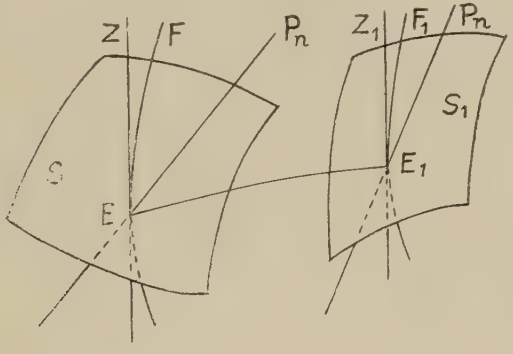


Figura 2

Las *determinaciones astronómicas* de latitud, longitud y acimut permiten orientar el poliedro mencionado y el conjunto de verticales respecto de la dirección del eje de rotación de la tierra.

Sean E y E_1 (fig. 2) dos estaciones geodésicas contiguas, S y S_1 las correspondientes superficies de nivel, F y F_1 las líneas de fuerza. Las tangentes EZ y E_1Z_1 a estas líneas dan la dirección al cenit en cada estación, que con las paralelas al eje de rotación de la tierra, EP_n y E_1P_n, determinan la colatitud en E y en E_1.

El ángulo entre los planos ZEP_n y ZEE_1 es el acimut artronómico de la estación E_1 en el horizonte de E. El ángulo entre los planos ZEP_1 y $Z_1E_1P_n$ es la diferencia de longitudes de las dos estaciones.

El ángulo ZEE_1 es la distancia cenital de E_1 respecto de E.

Así, la latitud de E y el acimut de E_1 en el horizonte de E, por

ejemplo, permiten orientar el poliedro y todo el conjunto de verticales respecto de la dirección del eje de rotación terrestre. Otros dos datos astronómicos cualesquiera conducen al mismo resultado.

La medición de *distancias cenitales,* impropiamente llamada nivelación trigonométrica, no permite decidir si dos puntos pertenecen o no a una misma superficie de nivel. Ella se limita a proporcionar las alturas de las estaciones respecto del elipsoide auxiliar, medidas a lo largo de las verticales.

La *nivelación geométrica,* conjuntamente con la determinación de la *intensidad de la gravedad,* permiten calcular directamente diferencias de nivel y por consiguiente, las alturas de las estaciones respecto de una superficie de nivel arbitrariamente elegida.

Así, pues, como la nivelación trigonométrica da las alturas de las estaciones respecto de un elipsoide arbitrariamente elegido, y la nivelación geométrica las da referidas a un determinado geoide, mediante estas dos operaciones es posible deducir el apartamiento de esas superficies en tantos puntos como se quiera. Es decir, el conjunto de las cinco clases de mediciones astronómico-geodésicas mencionadas, conduce a la determinación completa de un geoide sin el auxilio de ninguna hipótesis sobre la ley de formación de esta superficie.

Este procedimiento, teóricamente inobjetable, tropieza en la práctica con la dificultad de medir distancias cenitales con suficiente precisión, debido a la incertidumbre en la refracción terrestre.

Esta circunstancia indujo a Helmert a desarrollar el método de *las desviaciones de la plomada* para determinar un geoide dentro de una región limitada.

NIVELACIÓN ASTRONÓMICA

El método de las desviaciones de la plomada se basa esencialmente en la confrontación de las latitudes, longitudes y acimutes geodésicos de un gran número de puntos de la superficie terrestre, con los correspondientes datos astronómicos de esos puntos.

Los elementos geodésicos se deducen del cálculo de las operaciones trigonométricas, referidos a un elipsoide como superficie auxiliar de proyección. Las latitudes, longitudes y acimutes astronómicos se obtienen por los procedimientos comunes de la astronomía práctica.

Las determinaciones astronómicas de latitud son más precisas y económicas que las de longitud y acimut y a esta circunstancia se

debe la preponderancia del método de las *nivelaciones astronómicas* o *perfiles del geoide* a lo largo de meridianos. Mediante estos perfiles, convenientemente espaciados, se puede llegar a representar el geoide por curvas de igual apartamiento respecto del elipsoide.

Sean P_1 y P_2 (fig. 3) dos puntos próximos de un perfil de la superficie terrestre. Trazadas por estos puntos las normales al elipsoide, sean G_1 y G_2, E_1 y E_2 los puntos donde estas normales encuentran al geoide y al elipsoide, respectivamente.

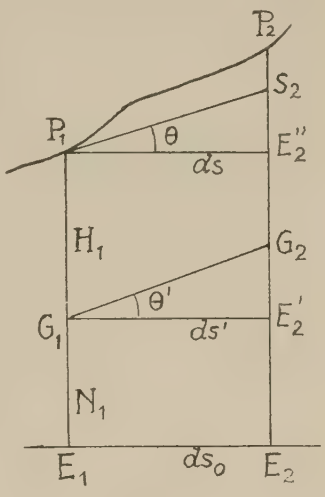


Figura 3

Sea θ la proyección sobre el perfil del ángulo que mide la desviación en P_1, tomada positivamente cuando suspendida una plomada en P_1, ella se inclina hacia P_2.

P_1E_2'' y $P_1'E_2'$ son paralelas al elipsoide y P_1S_2 pertenece a la superficie de nivel que pasa por P_1.

N_1 es la distancia del geoide al elipsoide en P_1, medida sobre la normal a este último. La variación de esa distancia al pasar de P_1 a P_2 es,

$$dN = E_2'G_2 = ds' \operatorname{tang} \theta'$$

y en general, al pasar de un punto A a otro B a lo largo de un perfil, se tiene

$$N_B = N_A + \int_A^B ds' \operatorname{tang} \theta'$$

o, puesto que θ' es un ángulo muy pequeño,

$$N_B = N_A + \int_A^B \theta' ds'.$$

Los valores ds' y θ' que figuran en esta integral no se obtienen directamente. El cálculo da la distancia horizontal elipsoídica ds_0 y del conjunto de operaciones geodésicas y astronómicas se deduce el valor θ de la desviación en P_1.

La sustitución de ds' por ds_0 es siempre justificable y se puede escribir

$$N_B = N_A + \int_A^B \theta' ds_0$$

o bien, para poner en evidencia el valor θ, pongamos :

$$N_B = N_A + \int_A^B \theta ds_0 - \int_A^B (\theta' - \theta)\, ds_0,$$

donde el término correctivo

$$-E = \int_A^B (\theta' - \theta)\, ds_0$$

es función de la curvatura de la vertical y de la altura de la estación respecto del geoide.

La nivelación geométrica y la determinación de la intensidad de la gravedad en las estaciones del perfil permiten calcular el valor de E.

Para nuestro trabajo en la provincia de Entre Ríos no hemos dispuesto de observaciones gravimétricas y hemos debido limitarnos a tener en cuenta sólo la gravedad normal y calcular los valores de E mediante la fórmula :

$$-E = 2\beta \sum H \operatorname{sen} 2\varphi \Delta\varphi.$$

Son tan pequeños los desniveles entre las estaciones de nuestro perfil, que se puede adelantar que los términos no tenidos en cuenta en la corrección por curvatura de la vertical difícilmente alcanzarán valores prácticamente apreciables.

NIVELACIÓN ASTRONÓMICA EN LA PROVINCIA DE ENTRE RÍOS

Este trabajo fué ejecutado no sólo con el propósito de contribuir al conocimiento del geoide en esta parte de la tierra, sino también para recoger experiencia propia sobre los métodos de trabajo, instrumental y densidad de las estaciones astronómicas más apropiados a las condiciones de nuestro país.

El perfil se extiende desde — 33°2′ hasta — 30°20′ de latitud, a lo largo del meridiano 58°20′ al oeste de Greenwich e incluye 23 estaciones astronómicas de latitud, a una distancia media de 13,5 kilómetros, siendo 18,8 la distancia máxima entre dos contiguas (fig. 5).

La región atravesada por el perfil cuenta con una triangulación calculada con el lado Ubajay-Mudry, que fué medido directamente, y orientada mediante el acimut astronómico de este lado, observado en Ubajay. Las coordenadas geodésicas han sido calculadas en base a las constantes del elipsoide de Hayford y referidas a Ubajay como punto de tangencia.

El método empleado en las observaciones de latitud fué el de Horrebow-Talcott y el instrumento, un anteojo de pasos Bamberg de 650 milímetros de distancia focal y objetivo de 70 milímetros de abertura, montado en un pilar transportable, cargado con tierra y sin casilla protectora.

Normalmente se observaron 16 parejas de estrellas en cada estación. La campaña duró alrededor de 40 días.

En el cuadro I se dan las coordenadas geodésicas de las estaciones, las latitudes astronómicas y las desviaciones de la plomada.

Con estos valores se construyó la curva de desviación de la plomada (fig. 4), tomando las latitudes como abscisas y como ordenadas las desviaciones, con las siguientes escalas :

abscisas, 1 mm representa 36″;

ordenadas, 1 mm representa 0″.1.

La exactitud obtenida en las latitudes astronómicas y la notable regularidad de la curva representativa de las desviaciones, aconsejan no seguir el procedimiento adoptado habitualmente en trabajos análogos y que consiste en compensar los errores en las latitudes observadas y las atracciones locales por combinación de los datos hasta poner en evidencia el andar sistemático de las desviaciones.

El valor de la integral $\int 0 ds_0$ entre dos estaciones contiguas fué obtenido directamente de la curva de desviaciones por integración gráfica.

Teniendo presente que en el dibujo de las desviaciones de la plomada un milímetro representa en las abcisas 36″ (= 1108,8 m) y en las ordenadas, 0″.1 ; podemos escribir la fórmula que da en metros las alturas del geoide sobre el elipsoide de referencia :

$$\Delta N = \frac{1108{,}8 \times 0{,}1}{206.265} \sum \delta_z ds_0,$$

$$= 0{,}00053756 \sum \delta_z ds_0 \text{ mm}^2.$$

El valor de E fué calculado, como dijimos antes, por la fórmula

$$-E = 2\beta \sum H \operatorname{sen} 2z \Delta z,$$

tomando

$$2\beta = 0{,}005272$$

y estimando las alturas H de las estaciones en base a la nivelación geométrica existente en las proximidades del perfil, como se ve en la figura 5.

El cuadro II contiene los detalles y los resultados finales del cálculo de las alturas del geoide sobre el elipsoide de Hayford.

En la figura 4 se encuentra el perfil del geoide.

PRECISIÓN DE LOS DATOS Y DE LOS RESULTADOS

El promedio de los errores medios de las latitudes astronómicas es

$$= \pm 0''.14.$$

El error medio de las latitudes geodésicas es inferior a

$$\pm 0''.05.$$

El error medio de una desviación de la plomada calculada puede así ponerse

$$= \pm 0''.15.$$

El error medio de la altura del geoide sobre el elipsoide de Hayford en los extremos del perfil es función de las distancias de los extremos al punto de tangencia, del error medio de una desviación de plomada, que podemos redondear a $\pm 0''.2$, y del número de estaciones. Así obtenemos como altura del geoide :

$$\text{en el extremo norte} = +\,0{,}511 \pm 0{,}045 \text{ m},$$

$$\text{en el extremo sur} = -\,0{,}510 \pm 0{,}042 \text{ m}.$$

CONCLUSIONES

La notable exactitud alcanzada en la determinación de las alturas del geoide sobre el elipsoide, aun en los puntos extremos de tan extenso perfil ; la lenta variación de las desviaciones de la plomada y la rapidez y economía con que fué ejecutado el trabajo de campo, permiten destacar las siguientes conclusiones :

a) En terreno llano, de la naturaleza del de Entre Ríos, es aconsejable reducir la densidad de estaciones a un mínimo de una cada 20 kilómetros ;

b) El equipo instrumental empleado en este trabajo es perfectamente adecuado a las condiciones de nuestro país en terreno llano ;

c) El método usado para la determinación de las latitudes astronómicas, permite obtener en 5 a 6 horas de trabajo toda la precisión necesaria y asegura resultados libres de errores sistemáticos.

CUADRO I

Nivelación astronómica en el meridiano — 58°20′ entre — 33°2′ y — 30°20′ de latitud

Punto trigonométrico próximo a la estación astronómica		Coordenadas geodésicas del punto trigonométrico		Reducciones al punto astronómico		Coordenadas de la estación astronómica			Error medio de la latitud astronómica m	Desviación de la plomada = latitud astronómica menos latitud geodésica $\delta\varphi = \varphi' - \varphi$
Nombre	Designación	Longitud L_0	Latitud φ_0	r_L	r_φ	Longitud geodésica L	Latitud geodésica φ	Latitud astronómica φ'	±	
Cuchilla Redonda	III-6F-124	−58°19′ 22″.92	−33° 1′ 3″.56	— 10″.21	+ 0″.27	−58°19′ 33″.13	−33° 1′ 3″.29	−33° 1′ 4″.80	0″.15	−1″.51
Puesto Santa Fe	III-6F-116	19 28.59	32 54 59.76	— 5.96	+ 0.10	19 34.55	32 54 59.66	32 55 1.73	0.17	−2.07
Zelmira	II-6F-639	21 2.92	48 53.38	+1′ 30.38	— 1.77	19 32.54	48 55.15	48 57.22	0.14	−2.07
Colonia Elía	I-7-247	19 53.21	40 13.88	+ 28.88	— 0.45	19 24.33	40 14.33	40 17.19	0.10	−2.86
Campo Santa Cándida	III-6F-120	19 5.24	35 14.55	— 23.50	+ 0.28	19 28.74	35 14.27	35 16.04	0.13	−1.77
El Talita	IV-6F-281	19 10.28	30 54.10	— 19.72	+ 0.74	19 30.00	30 53.36	30 55.07	0.15	−1.71
Fraga	I-7-249	20 45.39	21 34.27	+1 13.50	+ 1.16	19 31.89	21 33.11	21 33.55	0.13	−0.44
Guillaume	II-6F-649	16 57.99	14 12.21	−2 24.92	+21.86	19 22.91	13 50.35	13 49.97	0.14	+0.38
Mudry	I-7-243	19 42.58	5 22.32	— 0.30	+ 0.06	19 42.88	5 22.26	5 20.73	0.17	+1.53
Berduc Socas	III-6F-101	19 7.61	31 55 46.64	— 24.97	+ 0.49	19 32.58	31 55 46.15	31 55 45.87	0.10	+0.28
Ubajay	**I-7-248**	**20 25.04**	**46 55.73**	**0.00**	**0.00**	**20 25.04**	**46 55.73**	**46 55.73**	**0.05**	**0.00**
Duglas	II-6E-538	18 1.83	37 45.33	−1 36.81	+11.91	19 38.64	37 33.42	37 33.20	0.13	+0.22
Robinson	III-6E-115	20 16.37	27 35.82	+ 43.99	+ 1.38	19 32.38	27 34.44	27 35.17	0.17	−0.73
Santa Juana	III-6F-112	20 6.61	21 18.32	+ 26.03	+ 3.51	19 40.58	21 14.81	21 15.61	0.13	−0.80
Estancia San Juan	IV-6E-57	19 37.34	14 53.23	— 0.45	+ 0.19	19 37.79	14 53.04	14 54.17	0.12	−1.13
La Emilia	II-6E-569	18 50.76	7 35.81	— 47.28	+ 2.30	19 38.04	7 33.51	7 35.08	0.15	−1.57
Puesto Robledo	III-6E-150	19 47.13	1 46.85	+ 6.87	— 0.83	19 40.26	1 47.68	1 48.44	0.13	−0.76
Dorado	I-6E-19	18 12.89	30 55 2.20	−1 27.52	+ 3.45	19 40.41	30 54 58.75	30 54 59.51	0.14	−0.76
Echazarreta	III-6E-166	19 16.24	44 46.37	— 26.21	— 3.44	19 42.45	44 49.81	44 50.26	0.23	−0.45
Estancia Santa Clara	IV-6E-101	19 46.52	37 15.58	+ 6.95	— 0.56	19 39.57	37 16.14	37 18.01	0.13	−1.87
Buena Esperanza	II-6E-592	19 34.36	32 21.59	+ 0.30	0.00	19 34.06	32 21.59	32 22.44	0.11	−0.85
Eucaliptus Estancia La Chica	IV-6E-254	20 24.19	24 23.28	+ 27.00	— 0.84	19 57.19	24 24.12	24 23.97	0.14	+0.15
Fronteras	I-6E-27	19 56.53	20 24.61	+ 18.26	— 1.23	19 38.27	20 25.84	20 25.61	0.16	+0.23

CUADRO II

Cálculo de las alturas del geoide sobre el elipsoide de Hayford tangente en Ubajay (a base de la curva de las desviaciones dada en la fig. 4)

Latitud	Números de mm² entre eje y curva	Números de mm² sumados a partir de Ubajay	Sumas de números de mm² multiplicados por 0.00053756 m	Cálculo de las reducciones — E por la curvatura de las líneas verticales ($2\beta = 0{,}005272$ $\Delta\varphi = 3'$ (generalmente))					Altura del geoide sobre el elipsoide
				Altura estimada	$2\beta H \Delta\varphi$	sen 2φ	$2\beta H$ sen $2\varphi \Delta\varphi$	$-E = 2\beta \Sigma H$ sen $2\varphi \Delta\varphi$	
				Desde Ubajay hacia el norte					
−31°46'56"			0,000						−0,000
(Ubajay)	+0,0								
	+0,0			40	+0,00012	−0,90	−0,00011		
	+0,1								
		+ 0,1	−0,000					−0.000	−0,000
	+0,1								
	+0,2								
	+0,4			50	+0,00023	−0,89	−0,00020		
	+0,7								
	+0,9								
−31 42		+ 2,4	−0,001					−0,000	−0,001
	+1,1								
	+1,3								
	+1,5			50	+0,00023	−0,89	−0,00020		
	+1,7								
	+1,9								
		+ 9,9	−0,005					−0,001	−0,006
	+2,0								
	+2,1								
	+2,2			60	+0,00028	−0,89	−0,00025		
	+2,0								
	+1,8								

	+1,0								
	+0,5			60	+0,00028	−0,89	−0,00025		
	0,0								
	−0,6							−0,001	−0,013
		+ 22,3	−0,012						
	−1,4								
	−2,0								
	−2,8			60	+0,00028	−0,89	−0,00025		
	−3,6								
	−4,3							−0,001	−0,005
−31 30		+ 8,2	−0,004						
	−5,1								
	−5,8								
	−6,4			60	+0,00028	−0,89	−0,00025		
	−7,1								
	−7,4							−0,002	+0,011
		− 23,6	+0,013						
	−7,8								
	−7,9								
	−8,0			60	+0,00028	−0,89	−0,00025		
	−8,0								
	−8,0							−0,002	+0,032
−31 24		− 63,3	+0,034						
	−8,0								
	−8,0								
	−8,0			60	+0,00028	−0,89	−0,00025		
	−8,0								
	−8,0							−0,002	+0,054
		−103,3	+0,056						
	−8,1								
	−8,2								
	−8,6			60	+0,00028	−0,89	−0,00025		
	−8,9								
	−9,2							−0,002	+0,077
−31 18		−146,3	+0,079						

CUADRO II *(continuación)*

Latitud φ	Números de mm² entre eje y curva	Números de mm² sumados a partir de Ubajay	Sumas de números de mm² multiplicados por 0.00053765m	Cálculo de las reducciones — E por la curvatura de las líneas verticales ($2\beta = 0{,}005272$ $\Delta\varphi = 3'$ (generalmente))					Altura del geoide sobre el elipsoide
				Altura estimada	$2\beta H \Delta\varphi$	sen 2φ	$2\beta H \operatorname{sen} 2\varphi \Delta\varphi$	$-E = 2\beta \Sigma H \operatorname{sen} 2\varphi \Delta\varphi$	
				Desde Ubajay hacia el norte					
	— 9,5								
	— 9,9								
	—10,2			60	+0,00028	—0,89	—0,00025		
	—10,7								
	—11,0								
		—197,6	+0,106					—0,003	+0,103
	11,6								
	—12,1								
	—12,9			60	+0,00028	—0,89	—0,00025		
	—13,4								
	—13,8								
—31°12″		—261,4	+0,141					—0,003	+0,138
	—14,2								
	—14,6								
	—15,0			60	+0,00028	—0,89	—0,00025		
	—15,3								
	—15,6								
		—336,1	+0,181					—0,003	+0,178
	—15,7								
	—15,7								
	—15,7			60	+0,00028	—0,88	—0,00025		
	—15,3								
	—14,6								
31,6		—413,1	+0,222					—0,003	+0,219

	−12,6								
	−11,6			60	+0,00028	−0,88	−0,00025		
	−10,6								
	− 9,6								
		−471,2	+0,253					−0,004	+0,249
	− 8,6								
	− 7,9								
	− 7,4			70	+0,00032	−0,88	−0,00028		
	− 7,1								
	− 6,9								
−31 0		−509,1	+0,274					−0,004	+0,270
	− 6,9								
	− 6,9								
	− 6,9			70	+0,00032	−0,88	−0,00028		
	− 7,0								
	− 7,1								
		− 513,9	+0,292					−0,004	+0,288
	− 7,2								
	− 7,4								
	− 7,6			70	+0,00032	−0,88	−0,00028		
	− 7,6								
	− 7,5								
−30 54		−581,2	+0,312					−0,004	+0,308
	− 7,3								
	− 7,1								
	− 6,9			70	+0,00032	−0,88	−0,00028		
	− 6,7								
	− 6,3								
		−615,5	+0,331					−0,005	+0,326
	− 6,0								
	− 5,7								
	− 5,3			70	+0,00032	−0,88	−0,00028		
	− 5,0								
	− 4,7								
−30 48		−642,2	+0,345					−0,005	+0,340

CUADRO II *(continuación)*

Latitud φ	Números de mm² entre eje y curva	Números de mm² sumados a partir de Ubajay	Sumas de números de mm² multiplicados por −0,00053756m	Cálculo de las reducciones — E por la curvatura de las líneas verticales ($2\beta = 0{,}005272$ $\Delta\varphi = 3'$ (generalmente))					Altura del geoide sobre el elipsoide
				Altura estimada	$2\beta H \Delta\varphi$	sen 2φ	$2\beta H \operatorname{sen} 2\varphi \Delta\varphi$	$-E = 2\beta \Sigma H \operatorname{sen} 2\varphi \Delta\varphi$	
				Desde Ubajay hacia el norte					
	− 4,4								
	− 4,2								
	− 4,1			70	+0,00032	−0,88	−0,00028		
	− 4,0								
	− 4,1								
		−663,0	+0,356					−0,005	+0,351
	− 4,6								
	− 5,4								
	− 6,6			70	+0,00032	−0,88	−0,00028		
	− 8,5								
	−10,5								
−30°42′		−698,6	+0,376					−0,005	+0,371
	−12,5								
	−14,3								
	−15,6			70	+0,00032	−0,88	−0,00028		
	−16,8								
	−17,6								
		−775,4	+0,417					−0,006	+0,411
	−18,3								
	−18,6								
	−18,7			70	+0,00032	−0,88	−0,00028		
	−18,6								
	−18,1								

	— 17,4								
	— 16,5								
	— 15,2			70	+ 0,00032	— 0,88	— 0,00028		
	— 13,8								
	— 12,2								
		— 942,8	+ 0,507					— 0,006	+ 0,501
	— 10,4								
	— 8,0								
	— 6,3			70	+ 0,00032	— 0,88	— 0,00028		
	— 4,9								
	— 3,6								
— 30 30		— 976,0	+ 0,525					— 0,007	+ 0,518
	— 2,6								
	— 2,0								
	— 1,1			70	+ 0,00032	— 0,87	— 0,00028		
	— 0,4								
	+ 0,1								
		— 982,0	+ 0,528					— 0,007	+ 0,521
	+ 0,5								
	+ 0,8								
	+ 1,1			70	+ 0,00032	— 0,87	— 0,00028		
	+ 1,3								
	+ 1,5								
— 30 24		— 976,8	+ 0,525					— 0,007	+ 0,518
	+ 1,8								
	+ 1,9								
	+ 2,0			70	+ 0,00032	— 0,87	— 0,00028		
	+ 2,1								
	+ 2,2								
		— 966,8	+ 0,520					— 0,007	+ 0,513
	+ 2,3			70	+ 0,00006	— 0,87	— 0,00005		
		— 964,5	+ 0,518					— 0,007	+ 0,511

CUADRO II *(continuación)*

Latitud φ	Números de mm² entre eje y curva	Números de mm² sumados a partir de Ubajay	Sumas de números de mm² multiplicados por 0,00053756 m	Cálculo de las reducciones — E por la curvatura de las líneas verticales ($2\beta = 0{,}005272$ $\Delta\varphi = -3'$ (generalmente))					Altura del geoide sobre el elipsoide
				Altura estimada	$2\beta H \Delta\varphi$	sen 2φ	$2\beta H \operatorname{sen} 2\varphi \Delta\varphi$	$-E = 2\beta \Sigma H \operatorname{sen} 2\varphi \Delta\varphi$	
				Desde Ubajay hacia el sur					
−31°46′56″									0,000
(Ubajay)	+ 0,0			40	−0,00007	−0,90	+0,00006		
	+ 0,0								
−31°48′		+ 0,0	+0,000					+0,000	+0,000
	+ 0,1								
	+ 0,2								
	+ 0,3			40	−0,00018	−0,90	+0,00016		
	+ 0,4								
	+ 0,5								
		+ 1,5	+0,001					+0,000	+0,001
	+ 0,7								
	+ 0,8								
	+ 1,0			40	−0,00108	−0,90	+0,00016		
	+ 1,1								
	+ 1,4								
−31 54		+ 6,5	+0,003					+0,000	+0,003
	+ 1,8								
	+ 2,1								
	+ 2,5			40	−0,00018	−0,90	+0,00016		
	+ 3,1								
	+ 4,0								
		+ 20,0	+0,011					+0,001	+0,012
	+ 5,0								
	+ 6,0								
	+ 7,1			40	−0,00018	−0,90	+0,00016		

	+ 8,3								
	+ 9,4								
−32 0		+ 55,8	+0,030					+ 0,001	+0,031
	+10,5								
	+11,6								
	+12,5			40	−0,00018	−0,90	+0,00016		
	+13,4								
	+14,0								
		+107,8	+0,058					+0,001	+0,059
	+14,5								
	+14,9								
	+15,2			40	−0,00018	−0,90	+0,00016		
	+15,3								
	+15,0								
−32 6		+182,7	+0,098					+0,001	+0,099
	+14,7								
	+14,3								
	+13,5			40	−0,00018	−0,90	+0,00016		
	+12,5								
	+11,6								
		+249,3	+0,134					+0,001	+0,135
	+10,6								
	+ 9,6								
	+ 8,6			40	−0,00018	−0,90	+0,00016		
	+ 7,6								
	+ 6,6								
−32 12		+292,3	+0,157					+0,001	+0,158
	+ 5,6								
	+ 4,7								
	+ 4,0			40	−0,00018	−0,90	+0,00016		
	+ 3,4								
	+ 2,6								
		+312,6	+0,168					+0,002	+0,170
	+ 2,0								
	+ 1,4								
	+ 0,8			30	−0,00014	−0,90	+0,00013		

CUADRO II *(continuación)*

Latitud φ	Números de mm² entre eje y curva	Números de mm² sumados a partir de Ubajay	Sumas de números de mm² multiplicados por 0,00053756 m	Cálculo de las reducciones — E por la curvatura de las líneas verticales ($2\frac{2}{3} = 0{,}005272$ $\Delta\varphi = -3'$ (generalmente))					Altura del geoide sobre el elipsoide
				Altura estimada	$2\frac{2}{3}H\Delta\varphi$	sen 2φ	$2\frac{2}{3}H$ sen $2\varphi\Delta\varphi$	$-E = 2\frac{2}{3}\Sigma H$ sen $2\varphi\Delta\varphi$	
				Desde Ubajay hacia el sur					
	+ 0,1								
	— 0,4								
−32 18		+316,5	+0,170					+ 0,002	+ 0,172
	— 1,0								
	— 1,6								
	— 2,0			30	— 0,00014	— 0,90	+ 0,00013		
	— 2,8								
	— 3,4								
		+305,7	+0,164					+ 0,002	+ 0,166
	— 4,1								
	— 4,8								
	— 5,6			30	— 0,00014	— 0,90	+ 0,00013		
	— 6,5								
	— 7,4								
−32 24		+277,3	+0,149					+ 0,002	+ 0,151
	— 8,4								
	— 9,3								
	—10,1			30	— 0,00014	— 0,91	+ 0,00013		
	—11,0								
	—12,0								
		+ 226,5	+0,122					+ 0,002	+ 0,124
	—13,0								
	—13,9								
	—14,7			30	— 0,00014	— 0,91	+ 0,00013		
	—15,5								

								+0,002	+0,084
−32 30	−16,8	+153,0	+0,082						
	−17,1								
	−17,2			30	−0,00014	−0,91	+0,00012		
	−17,3								
	−17,3								
		+ 67,3	+0,036					+0,002	+0,038
	−17,3								
	−17,4								
	−17,5			20	−0,00009	−0,91	+0,00008		
	−17,6								
	−18,4								
−32 36		− 20,9	−0,011					+0,002	−0,009
	−19,6								
	−21,1								
	−23,5			20	−0,00009	−0,91	+0,00008		
	−25,4								
	−26,8								
		−137,3	−0,074					+0,002	−0,072
	−27,8								
	−28,4								
	−28,6			20	−0,00009	−0,91	+0,00008		
	−28,6								
	−28,2								
−32 42		−278,9	−0,150					+0,003	−0,147
	−27,8								
	−27,1								
	−26,3			20	−0,00009	−0,91	+0,00008		
	−25,5								
	−24,5								
		−410,1	−0,220					+0,003	−0,217
	−23,6								
	−22,9								
	−22,3			20	−0,00009	−0,91	+0,00008		
	- 21,8								
	- 21,4								

CUADRO II *(conclusión)*

Latitud φ	Números de mm² entre eje y curva	Números de mm² sumados a partir de Ubajay	Sumas de números de mm² multiplicados por 0,00053756 m	Cálculo de las reducciones — E por la curvatura de las líneas verticales ($2\beta = 0{,}005272$ $\Delta\varphi = -3'$ (generalmente))					Altura del geoide sobre el elipsoide
				Altura estimada	$2\beta H \Delta\varphi$	sen 2φ	$2\beta H \operatorname{sen} 2\varphi \Delta\varphi$	$-E = 2\beta \Sigma H \operatorname{sen} 2\varphi \Delta\varphi$	
				Desde Ubajay hacia el sur					
−32 48		−522,1	−0,281					+0,003	−0,278
	−21,0								
	−20,7								
	−20,7			20	−0,00009	−0,91	+0,00008		
	−20,7								
	−20,7								
		−625,9	−0,336					+0,003	−0,333
	−20,7								
	−20,7								
	−20,7			20	−0,00009	−0,91	+0,00008		
	−20,7								
	−20,7								
−32 54		−729,4	−0,392					+0,003	−0,389
	−20,7								
	−20,7								
	−20,6			20	−0,00009	−0,91	+0,00008		
	−20,3								
	−19,9								
		−831,6	−0,447					+0,003	−0,444
	−19,4								
	−18,9								
	−18,2			10	−0,00005	−0,91	+0,00005		
	−17,4								
	−17,0								
−33 0		−922,5	−0,496					+0,003	−0,493
	−16,3								
	−15,4			10	−0,00002	−0,91	+0,00002		
−33 1 3		−951,2	−0,513					+0,003	−0,510

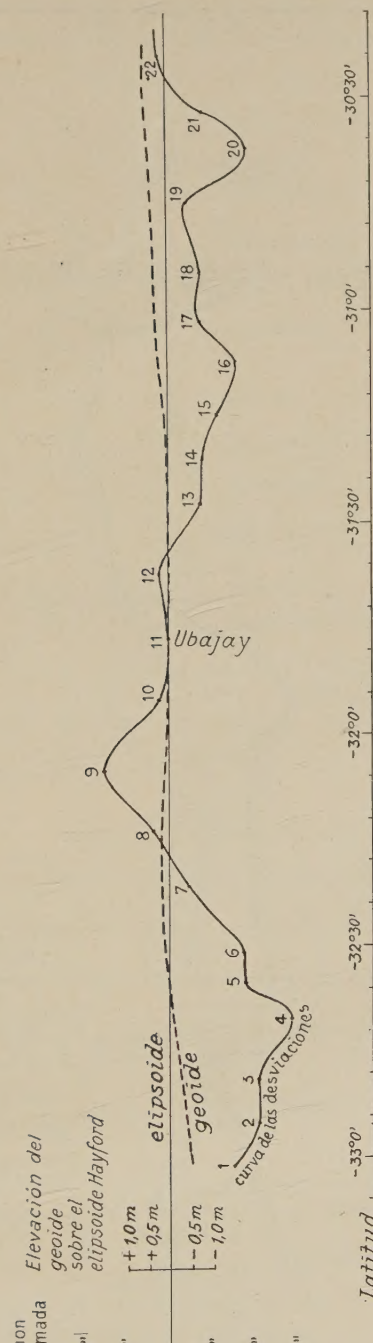


Figura 4. — Perfil del geoide en el meridiano — 58°20' (respecto de Greenwich)

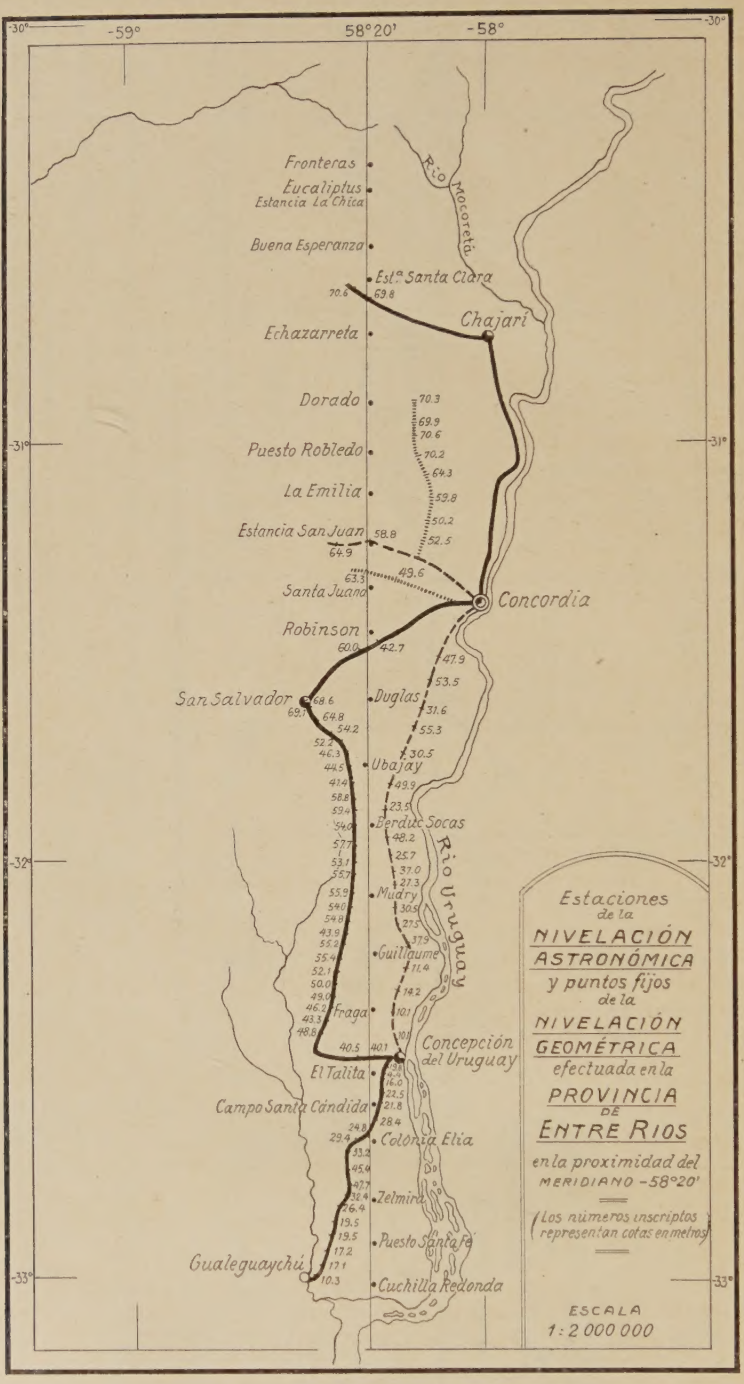

-30°
-59°
58°20'
-58°
-30°
Fronteras
Eucaliptus
Estancia La Chica
Buena Esperanza
Río Mocoretá
Estª Santa Clara
Chajarí
Echazarreta
Dorado
Puesto Robledo
La Emilia
Estancia San Juan
Santa Juana
Concordia
Robinson
San Salvador
Duglas
Ubajay
Berduc
Socas
Río Uruguay
Mudry
Guillaume
Fraga
Concepción del Uruguay
El Talita
Campo Santa Cándida
Colonia Elia
Zelmira
Puesto Santa Fé
Gualeguaychú
Cuchilla Redonda
-31°
-32°
-33°
Estaciones de la NIVELACIÓN ASTRONÓMICA y puntos fijos de la NIVELACIÓN GEOMÉTRICA efectuada en la PROVINCIA DE ENTRE RIOS en la proximidad del MERIDIANO -58°20'
(Los números inscriptos representan cotas en metros)
ESCALA 1:2 000 000

Figura 5

ÍNDICE GENERAL

DE LAS

MATERIAS CONTENIDAS EN EL TOMO CENTÉSIMO DUODÉCIMO

José Liebermann, Esfégidos argentinos del género *Sphex* con la descripción de una nueva especie de esfégido tucuricida..... 5, 79

Carlos Dieulefait, Determinación de una ley de probabilidad sobre la base de sus momentos..... 27

Carlos Rusconi, Las especies fósiles del género *Ctenomys* con descripción de nuevas especies..... 129, 217

Enrique V. Zappi et Helvecio Degiorgi, Sur la décomposition du dichloro-iodure de phényle. IV, Action du dichloro-iodure de phényle solide sur l'iodure de méthyl-magnésium..... 209

F. Santschi, Contribution à l'étude des fourmis de l'Argentine..... 273

Luis A. Bontempi, Espectros de absorción en la región ultravioleta de mezclas de alcaloides. Sistema : clorhidrato de morfina, clorhidrato de cocaína..... 301

Lucas Kraglievich, Caracteres cráneodentarios del Roedor viviente *Montecavia (Nanocavia) Shiptoni* Thom..... 337

CICLO DE CONFERENCIAS (1929)

Bernardo H. Dawson, La labor astronómica que realiza el Observatorio de La Plata..... 65

Luis C. Guerin, El Observatorio Nacional de Córdoba. El *Catálogo Astrográfico* y las *Cartas del Cielo*..... 143

Meabe L. Zimmer, Las posiciones fundamentales de las estrellas australes y el *Primer Catálogo de Córdoba*..... 283

Carlos Dillon Perrine, La astronomía moderna y los problemas de evolución estelar..... 343

COMUNICACIONES Y NOTAS CIENTÍFICAS

J. C. Vignaux, Los métodos de sumación de series dobles divergentes..... 31

J. C. Vignaux, Sumabilidad de las integrales dobles divergentes..... 237

J. C. Vignaux, Sobre la teoría de las funciones determinantes de dos variables. 357

NOTAS VARIAS

Congreso Internacional de Matemáticos (Zürich, 1932)..... 161

Primera Conferencia Interamericana de Agricultura..... 161

Nuevos Socios Correspondientes..... 162

VI Congreso Internacional del Frío..... 240
Profesor Pablo Barbarin..... 312
Comisión Nacional de Fomento Industrial del Ministerio de Agricultura..... 312
VII Congreso Científico Americano..... 361
Ministerio de Agricultura de la Nación. Préstamos oficiales a los agricultores.. 362

BIBLIOGRAFÍA

A. X., Enrique M. Hermitte, C. C. D..... 36
C. C. D..... 102, 308, 363
Z., C. C. D..... 163
C. C. D., Héctor Greslebin. R. K,..... 241

Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Buenos Aires

C. C. Dassen, Sur une critique à Darboux relative à un théorème de Poncelet. 41
C. C. Dassen, La perspective centrale des figures planes sans lignes de construction et sans l'usage des « imaginaires »..... 105
Ramón G. Loyarte, Rotation quantifiée de l'atome de mercure (versión por C. C. D.)..... 115
P. Barbarin, Pour le Centenaire de la Géométrie non euclidienne..... 175
Enrique Herrero Ducloux, Données chimiques sur la pierre météorique de Hinojo (prov. de Buenos Aires) (versión por C. C. D.)..... 247
Enrique Herrero Ducloux, Note sur le météorite « El Mocoví » (versión por C. C. D.)..... 253
Enrique Herrero Ducloux, Renseignements chimiques sur le *Gymnocalycium gibbosum* (Haw.) Pfeiff. (Version par C. C. D.)..... 313
Felix Aguilar, Contribución a la determinación de la figura matemática de la Tierra..... 369

RECEPCIONES Y DISTINCIONES

Recepción pública del académico ingeniero Félix Aguilar, y entrega del premio municipal « Doctor Eduardo L. Holmberg » al paleontólogo don Lucas Kraglievich, el 20 de octubre de 1928..... 63
El profesor Pablo Barbarin nuevo miembro correspondiente de la Academia.... 167
Recepción pública del ingeniero Eduardo Latzina, de los doctores Abel Sánchez Díaz y Raúl Wernicke y entrega de los premios municipales « Doctor Eduardo L. Holmberg », relativos a los años 1928 y 1929, a los doctores José Yepes y Pablo Groeber, el 13 de agosto de 1931..... 257

INVESTIGACIONES, ENSEÑANZA Y MEMORIA

XIV, Mareas patagónicas. Informe de la Comisión Honoraria..... 126

INFORMACIONES GENERALES Y BIBLIOGRAFÍA

XVIII, Premio nacional a la producción científica (ley 4191). Candidatos de la Academia para formar parte de los jurados (años 1927 a 1929)..... 128